

---

NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES  
DU BUREAU DES LONGITUDES

---

S024

**CONSTRUCTION D'UNE EPHEMERIDE DE PHOBOS ISSUE DE LA THEORIE  
ESAPHO**

**M. Chapront-Touzé**

---

*Service des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des Longitudes  
UA 707  
77, avenue Denfert-Rochereau  
75014 Paris*

Janvier 1989

1. The first part of the document is a list of names and titles, including "The Hon. Mr. Justice" and "The Hon. Mr. Justice".

## CONSTRUCTION OF AN EPHEMERIS OF PHOBOS FROM ESAPHO THEORY (summary)

An abridged theory has been extracted from ESAPHO theory for the orbital motion of the martian satellite Phobos, and a similar theory for Deimos has been built. The theories are referred to Mars mean equator of date and to the ascending node of this plane on Mars mean heliocentric orbit of date (fig.1). They yield rectangular coordinates for position and velocity under formulation (3). The notations are defined in (1) and (2).  $t$  is the time reckoned from J2000 and measured in ET days. The number of terms for each series is quoted in table 1 and the arguments expressions are quoted in table 2.  $\delta v$ ,  $\delta\Gamma$ ,  $\delta E$ ,  $\delta p_M$  are small literal corrections to the values quoted in table 3. Other constants used for building the theories are also quoted in table 3. The series are given in Appendice I, with meter and m/day as units. They include perturbations due to Mars potential up to order 9 for Phobos and order 3 for Deimos and solar effect. The perturbations due to the motion of reference frame are included in the arguments for the both satellites and in Phobos series. The planetary perturbations are included in Phobos arguments only. The perturbations due to Phobos figure are not included in Phobos theory because of large discrepancies between the different models.

The abridged theories have been fitted to observations. Two fits have been performed : the first one to Viking observations only, the second one to ground-based observations up to 1982 from (Morley, 1988), ground-based observations made in 1988 by Jones and Williams at La Palma and Mariner and Viking observations. The method used is least squares method, sigmas being given by (4) and (5). Some constants used for the fits are quoted in table 4. The position of Mars mean equator and equinox of date is yielded by the expressions quoted in table 5,  $\theta_M$  standing for the arc ( $N' \gamma_M$ ) on fig.2. The general expressions of equations of condition are given for the different kinds of observations processed. The weights are yielded by (6) where  $\epsilon$  stands for the a priori sigmas and  $k$  has been given the value  $2.5 \times 10^{-3}$  for Viking observations,  $10^{-3}$  for Mariner observations and  $10^{-4}$  for ground-based observations. For Viking and Mariner observations,  $\epsilon$  are computed following (Duxbury and Callahan, 1988, a et b). For ground-based observations, they have been given Morley's values. Ground-based observations with  $\epsilon$  larger than 2 arcseconds have not been taken into account. The spacecraft parameters have not been fitted. In the first fit, only the six mean elements for each satellite at epoch JED 2443285.0 have been fitted. In the second fit, the secular acceleration for each satellite and corrections to the computed mean motions of node and pericentre of Phobos have also been fitted. The

values of the fitted parameters are given in table 6 and the residuals in tables 7 and 8. In tables 7 and 8, N stands for the number of observations, V for the solution derived from the fit to Viking observations only, TO for the one derived from the fit to all the observations. The unit is degree for table 7 and arcsecond for table 8.

A program for computing an ephemeris of Phobos is given in Appendice II. The reference frame of the ephemeris is the mean equator and equinox of B1950. The values of parameters used are derived from the fit to all the observations. The values converted for J2000 epoch are given in table 9. An ephemeris of Phobos, from 30 january 1989 to 2 february 1989 is given in table 10. The unit is km for position and km/s for velocity. The corresponding in plane, radial and out of plane sigmas are drawn on fig.3.

## INTRODUCTION

Ce travail a été entrepris dans le cadre de la contribution française à une coopération internationale concernant la navigation des sondes soviétiques Phobos.

La théorie semi-analytique ESAPHO pour le mouvement orbital de Phobos se présente sous forme de séries de Fourier dont les coefficients sont numériques et dont les arguments sont des fonctions polynomiales de degré 1 ou 2 du temps. La théorie fournit également, sous forme numérique, les moyens mouvements du noeud et du péricentre ainsi que les dérivées de ces moyens mouvements et des coefficients par rapport aux principales constantes dont ils dépendent, en particulier par rapport aux trois éléments moyens métriques : moyen mouvement de la longitude moyenne du satellite, inclinaison moyenne, excentricité moyenne. Les trois éléments moyens angulaires à une date origine : longitude moyenne du satellite, longitudes moyennes du noeud et du péricentre, restent sous forme littérale et n'apparaissent que dans les arguments. Il en est de même pour l'accélération séculaire de la longitude moyenne du satellite.

La théorie fournit les coordonnées rectangulaires de Phobos et les composantes de sa vitesse rapportées au système de référence centré sur Mars et constitué par l'équateur moyen de la date de Mars et par le noeud ascendant de ce plan sur le plan de l'orbite héliocentrique moyenne de la date de Mars.

La plupart des perturbations introduites dans la théorie ESAPHO ont été décrites dans (Chapront-Touzé, 1988). Les perturbations restantes, perturbations dues à la forme de Phobos et à Deimos, seront décrites dans une publication ultérieure.

La précision interne recherchée dans la théorie ESAPHO est de l'ordre de quelques mètres et nécessite l'introduction d'environ 2000 termes pour l'ensemble des trois coordonnées rectangulaires. La précision des observations dont nous disposons actuellement ne nécessitant pas une telle précision de la théorie, nous avons extrait de la théorie ESAPHO une théorie abrégée ne comportant qu'un petit nombre de termes. Dans la mesure où certaines observations terrestres sont des observations relatives de l'un des satellites de Mars par rapport à l'autre, nous avons joint à la théorie de Phobos une théorie de Deimos construite par une méthode analogue mais sans rechercher une grande précision.

Nous présentons ici un ajustement simultané de ces deux théories abrégées sur les observations dont nous disposons actuellement :

- Observations terrestres de 1877 à 1982 réunies par Morley à l'ESOC (Morley, 1988), y compris deux séries d'observations faites par Pascu en 1967 et 1971 qui ne figurent pas dans le catalogue cité.

- Observations terrestres faites à La Palma en 1988 par Jones et Williams.

- Observations fournies par les sondes Viking et Mariner (Duxbury et Callahan 1988 a et b).

Nous donnons également les résultats d'ajustements séparés des deux théories sur les observations Viking seules.

En utilisant la théorie abrégée issue de ESAPHO et les constantes déterminées dans l'ajustement sur l'ensemble des observations, nous proposons une éphéméride de Phobos rapportée à l'équateur et à l'équinoxe moyens de B1950 (repère EME50) et nous donnons en appendice un programme permettant de calculer cette éphéméride pour une date quelconque.

## **DESCRIPTION DES THEORIES ABREGES DE PHOBOS ET DE DEIMOS**

### **Système de référence et temps**

Les théories sont rapportées à l'équateur moyen de la date de Mars et au noeud ascendant de ce plan sur l'orbite héliocentrique moyenne de la date de Mars (fig.1). Ce système est désigné par la suite sous le sigle MMED.

Le temps des théories est le temps dynamique ou temps des éphémérides. On désigne par  $t$  ce temps en jours rapporté à J2000 (DJ 2 451 545.0).

### **Notations**

Tous les angles mentionnés ci-dessous sont rapportés au système MMED.

#### Soleil-Mars

$\varpi^*$  est la longitude moyenne de péricentre du Soleil dans son mouvement relatif par rapport à Mars (arc brisé  $\gamma_{MP}$ ).

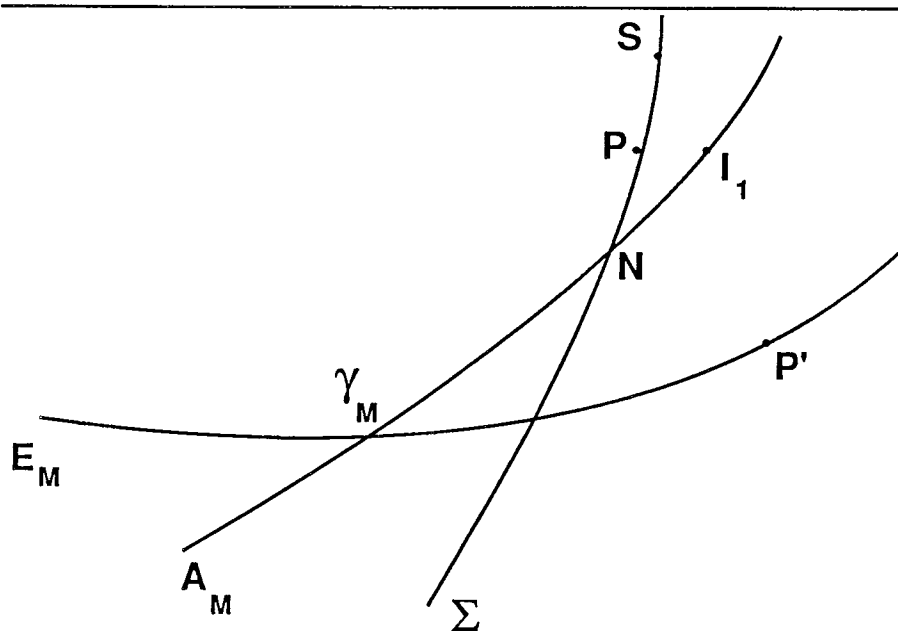
$\ell'$  est l'anomalie moyenne de Mars.

$\psi$  désigne l'arc  $(\gamma_{MI_1})$ , où  $I_1$  est le premier axe principal d'inertie de Mars.

$\psi$ ,  $\varpi^*$ ,  $\ell'$  sont des fonctions linéaires du temps.

$p_M$  est la précession de Mars.

Fig.1. Repère des théories



$A_M$  est l'équateur moyen de la date de Mars,  $E_M$  l'orbite moyenne de la date de Mars,  $\Sigma$  l'orbite osculatrice de la date du satellite S. P est le péricentre du satellite, P' le péricentre du Soleil dans son mouvement relatif par rapport à Mars,  $I_1$  est le premier axe principal d'inertie de Mars.

### Satellites

$\lambda$  est la longitude moyenne d'un satellite (arc brisé  $\gamma_MNS$ ).

$h$  est la longitude de son noeud (arc  $\gamma_MN$ ),  $\varpi$  la longitude de son péricentre (arc brisé  $\gamma_MNP$ ).

$\overline{\lambda}$ ,  $\overline{h}$ ,  $\overline{\varpi}$  désignent les valeurs moyennes de ces quantités.  $\overline{\lambda}$  est un polynôme de degré 2 du temps,  $\overline{h}$  et  $\overline{\varpi}$  des fonctions linéaires du temps.

On introduit, pour chaque satellite, les angles de Delaunay :

$$D = \overline{\lambda} - \ell' - \varpi^*$$

$$F = \overline{\lambda} - \overline{h}$$

$$\ell = \overline{\lambda} - \overline{\varpi}$$

(1)

D, F,  $\ell$  sont des polynômes de degré 2 du temps.

On désigne par  $v$  la dérivée de  $\overline{\lambda}$  par rapport au temps, par  $\overline{v}$  la valeur de  $v$  en J2000 et par  $v_0$  la valeur de référence de  $\overline{v}$  utilisée pour la construction de la théorie.

$\lambda^{(2)}$  est le coefficient du terme en  $t^2$  de  $\overline{\lambda}$ . Dans la suite, on le désignera, abusivement mais conformément à l'usage, par accélération séculaire du satellite.

On a donc, pour chaque valeur de  $t$  :

$$\begin{aligned}
\overline{v} &= \overline{v} + 2\lambda^{(2)} t \\
\overline{\lambda} &= \overline{\lambda}_0 + \overline{v} t + \lambda^{(2)} t^2 \\
\overline{h} &= \overline{h}_0 + n_h t \\
\overline{\omega} &= \overline{\omega}_0 + n_\omega t
\end{aligned} \tag{2}$$

où  $\overline{\lambda}_0$ ,  $\overline{h}_0$ ,  $\overline{\omega}_0$  désignent les valeurs de  $\overline{\lambda}$ ,  $\overline{h}$ ,  $\overline{\omega}$  en J2000.

$\Gamma$  est défini par :

$$\Gamma = \sin \frac{i}{2}$$

où  $i$  est l'inclinaison moyenne du satellite.

$E$  est l'inclinaison moyenne du satellite.

$\lambda^{(2)}$ ,  $\Gamma$  et  $E$  sont indépendants du temps.

### Formulation des séries

Les coordonnées rectangulaires et les composantes des vitesses des satellites se présentent sous forme de séries :

$$\begin{aligned}
u_i &= \sum_k \left( R_0^{(k)} + R_1^{(k)} \delta \frac{\overline{v}}{v_0} + R_2^{(k)} \delta \Gamma + R_3^{(k)} \delta E + R_4^{(k)} \delta \frac{P_M}{v_0} \right) \sin \varphi_k \\
&+ \sum_k \left( R'_0{}^{(k)} + R'_1{}^{(k)} \delta \frac{\overline{v}}{v_0} + R'_2{}^{(k)} \delta \Gamma + R'_3{}^{(k)} \delta E + R'_4{}^{(k)} \delta \frac{P_M}{v_0} \right) \cos \varphi_k
\end{aligned} \tag{3}$$

avec :

$$\varphi_k = i_1^{(k)} \psi + i_2^{(k)} \omega' + i_3^{(k)} D + i_4^{(k)} F + i_5^{(k)} \ell + i_6^{(k)} \ell'$$

$\overline{\delta v}$ ,  $\delta \Gamma$ ,  $\delta E$  représentent des corrections littérales aux éléments moyens métriques utilisés pour la construction de la solution. Le nombre de termes pour chaque série est donné dans la table 1.

**Table 1. Nombre de termes dans les séries abrégées Phobos et Deimos**

	$x_1$	$x_2$	$x_\varepsilon$	$\dot{x}_1$	$\dot{x}_2$	$\dot{x}_\varepsilon$
Phobos	27	27	10	32	32	12
Deimos	37	38	25	27	27	16



### Séries Phobos

Pour constituer les séries Phobos utilisées ici et données en appendice on s'est limité aux termes de coefficients supérieurs à 50 mètres pour les coordonnées et 500 mètres /jour pour les composantes de la vitesse, dans les contributions suivantes :

- Potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 9 issu de la solution de Christensen et Balmino (1979).

- Soleil, en supposant que la trajectoire relative du Soleil par rapport à Mars est une ellipse quasi-képlérienne dont le noeud et le péricentre sont animés d'un mouvement séculaire.

- Mouvement du repère.

L'erreur de troncature, en position, faite en négligeant les termes de coefficients inférieurs à 50 mètres, dans ces contributions, est d'environ 200 mètres.

On n'a pas tenu compte des contributions des planètes autres que Mars, de Deimos et de la forme de Phobos. L'erreur faite en négligeant les perturbations planétaires est au plus de 150 mètres. Celle faite en négligeant les perturbations dues à Deimos est du même ordre de grandeur. Les perturbations dues à la forme de Phobos varient considérablement selon le modèle utilisé. Nous avons donc choisi de ne pas les introduire dans cette théorie abrégée, bien que leur contribution en position semble pouvoir atteindre 1 à 2 km.

Les dérivées proviennent uniquement des contributions du potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 3, du Soleil et du mouvement du plan de référence.

### Séries Deimos

Les séries Deimos, données en appendice, ont été constituées de la même façon que les séries Phobos, en ne tenant compte que des contributions du potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 3 et du Soleil. Les dérivées sont uniquement képlériennes. La dérivée par rapport à  $p_M$  est donc nulle.

### Arguments

On trouvera dans la table 2 les expressions des arguments communs  $\psi$ ,  $\ell'$  et celles des arguments  $\lambda$ ,  $\bar{h}$ ,  $\bar{\omega}$ ,  $\bar{\omega}'$ , D, F,  $\ell$  pour chacun des deux satellites.

Les expressions des arguments relatifs à Mars ont été calculées en utilisant les valeurs données par (Borderies et al, 1980), (Bretagnon, 1982), (Christensen et Balmino, 1979).

**Table 2. Arguments**

Arguments communs

$$\psi = \psi_0 + 350.891\,988\,5\,t$$

$$\ell' = \ell'_0 + 0.524\,020\,682\,54\,t$$

Phobos

$$\overline{\lambda} = \overline{\lambda}_0 + (1\,128.844\,26 + 1\,128.844\,260\,0\,\delta\frac{v}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$\overline{h} = \overline{h}_0 + (-0.436\,315\,415\,07 - 1.015\,546\,5\,\delta\frac{v}{v_0} + 0.016\,736\,2\,\delta\Gamma - 0.026\,091\,9\,\delta E - 1\,022.410\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_0 + (0.436\,252\,630\,22 + 1.015\,630\,3\,\delta\frac{v}{v_0} - 0.067\,165\,8\,\delta\Gamma + 0.026\,129\,7\,\delta E - 1\,020.994\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$\overline{\omega}^* = \overline{\omega}^*_0 + (0.000\,017\,542\,01 - 1\,128.844\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$D = D_0 + (1\,128.320\,221\,775\,45 + 1\,128.844\,260\,0\,\delta\frac{v}{v_0} + 1\,128.844\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$F = F_0 + (1\,129.280\,575\,415\,07 + 1\,129.859\,806\,5\,\delta\frac{v}{v_0} - 0.016\,736\,2\,\delta\Gamma + 0.026\,091\,9\,\delta E + 1\,022.410\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$\ell = \ell_0 + (1\,128.408\,007\,369\,78 + 1\,127.828\,629\,7\,\delta\frac{v}{v_0} + 0.067\,165\,8\,\delta\Gamma - 0.026\,129\,7\,\delta E + 1\,020.994\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

Deimos

$$\overline{\lambda} = \overline{\lambda}_0 + (285.161\,908 + 285.161\,908\,\delta\frac{v}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$\overline{h} = \overline{h}_0 + (-0.018\,101\,628\,32 - 258.100\,0\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_0 + (0.018\,094\,217\,41 - 258.100\,0\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$\overline{\omega}^* = \overline{\omega}^*_0 + (0.000\,017\,542\,01 - 285.161\,9\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t$$

$$D = D_0 + (284.637\,869\,775\,45 + 285.161\,908\,\delta\frac{v}{v_0} + 285.161\,9\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$F = F_0 + (285.180\,009\,628\,32 + 285.161\,908\,\delta\frac{v}{v_0} + 258.100\,0\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

$$\ell = \ell_0 + (285.143\,813\,782\,59 + 285.161\,908\,\delta\frac{v}{v_0} + 258.100\,0\,\delta\frac{PM_j}{v_0})t + \lambda^{(2)}t^2$$

Les angles sont mesurés en degré. t est le temps en jours depuis J2000

Les moyens mouvements des noeuds et des péricentres de Phobos et Deimos proviennent de la théorie ESAPHO. Pour Phobos, on a tenu compte des contributions du potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 9, du Soleil, du mouvement du plan de référence et des planètes. Comme dans les séries, on n'a pas tenu compte des perturbations dues à la forme de Phobos puisque celles-ci varient considérablement selon le modèle adopté. Dans les dérivées, seules les contributions du potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 3, du Soleil et du mouvement du plan de référence ont été introduites. Pour Deimos, on a tenu compte des contributions du potentiel de Mars jusqu'à l'ordre 3, du Soleil et du mouvement du plan de référence. Pour cette dernière contribution, on a utilisé les expressions de Sinclair (1972). Les dérivées par rapport à  $v$ ,  $\Gamma$  et  $E$  n'ont pas été calculées.

### Constantes

Les constantes introduites dans les théories sont de deux espèces :

- Des constantes dynamiques liées aux satellites. Ce sont principalement les six constantes d'intégration de chaque théorie, ici  $v$ ,  $\Gamma$ ,  $E$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ,  $\varpi$  de chaque satellite en J2000. Mais on peut également considérer les accélérations séculaires comme des constantes dynamiques, dans la mesure où elles ne proviennent d'aucune modélisation.
- Des constantes physiques ou des constantes dynamiques liées à des corps extérieurs tels que Mars.

#### Constantes dynamiques

Les trois premiers éléments moyens,  $\overline{v}$ ,  $\Gamma$  et  $E$ , sont introduits numériquement dans la solution nominale mais la présence des dérivées permet de calculer ou d'introduire des corrections suffisamment petites à ces quantités. Nous donnons dans la table 3 les valeurs de  $\overline{v}$ ,  $\Gamma$  et  $E$  utilisées pour la construction de chaque théorie. Les corrections  $\delta v$ ,  $\delta \Gamma$ ,  $\delta E$  sont à ajouter à ces valeurs. Remarquons que les quantités  $v_0$ , pour Phobos et Deimos, sont respectivement égales aux valeurs de  $\overline{v}$  qui figurent dans la table 3.

Les trois derniers éléments moyens  $\overline{\lambda}_0$ ,  $\overline{h}_0$ ,  $\overline{\varpi}_0$  et  $\lambda^{(2)}$  sont introduits sous forme entièrement littérale.

Remarquons, enfin, qu'en utilisant les expressions (2), il est facile d'introduire les six éléments moyens d'une date quelconque comme constantes d'intégration de la théorie, à la place des éléments moyens en J2000 utilisés ici.

### Autres constantes

Les constantes de la seconde espèce sont introduites sous forme purement numérique, sauf la précession de Mars  $p_M$ . Outre la valeur de  $p_M$  utilisée dans la solution nominale, nous donnons dans la table 3 les valeurs utilisées pour le rayon équatorial de Mars,  $a_M$ , et pour la constante aréocentrique de la gravitation,  $GM_M$ , qui, avec les coefficients du potentiel de Mars, sont les seules susceptibles de modifications dont l'incidence sur la théorie ne soit pas négligeable au niveau de précision considéré.

**Table 3. Constantes utilisées pour la construction des théories**

---

#### Mars

$$GM_M = 42\,828.3 \text{ km}^3/\text{s}^2$$

$$a_M = 3\,397.2 \text{ km}$$

$$p_M = -0.538\,444 \times 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{j}$$

#### Phobos

$$\dot{v} = 1\,128.844\,26 \text{ }^\circ/\text{j} \quad (=v_0)$$

$$\Gamma = 0.009\,657\,769$$

$$E = 0.015$$

#### Deimos

$$\dot{v} = 285.161\,908 \text{ }^\circ/\text{j} \quad (=v_0)$$

$$\Gamma = 0.015\,508$$

$$E = 0.000\,417$$

---

Nous remarquons que les valeurs de  $a_M$  et  $GM_M$  de la table 3 diffèrent légèrement des valeurs utilisées par Christensen et Balmino pour établir leur système de coefficients du potentiel de Mars. Au niveau de précision considéré ici, la différence sur  $GM_M$  est sans incidence notable et la différence sur  $a_M$  n'a d'incidence que sur les moyens mouvements du noeud et du péricentre de Phobos. Ces derniers sont, en première approximation, proportionnels à  $(a_M)^2$ . Pour introduire la valeur de  $a_M$  utilisée par Christensen et Balmino dans nos moyens mouvements du noeud et du péricentre de Phobos, il faudrait donc appliquer à ces derniers les corrections :

$$\Delta n_h = 0.00080 \text{ }^\circ/\text{j}$$

$$\Delta n_{\varpi} = -0.00080 \text{ }^\circ/\text{j}$$

Nous verrons plus loin que cette différence est sans incidence sur l'éphéméride que nous proposons.

## AJUSTEMENT DES THEORIES SUR LES OBSERVATIONS

### Méthode statistique

Nous avons utilisé la méthode des moindres carrés que nous décrivons brièvement ici afin de fixer les notations.

On a établi  $m$  équations de condition qui s'écrivent sous forme matricielle :

$$MX = B$$

où  $X$  est la matrice ( $n \times 1$ ) des inconnues ( $x_i, i = 1 \dots n$ ),  $M$  la matrice ( $m \times n$ ) des coefficients,  $B$  la matrice ( $m \times 1$ ) des (O - C).

La matrice ( $n \times 1$ ) des estimations des inconnues ( $x_i, i = 1 \dots n$ ) est donnée par :

$$\tilde{X} = N^{-1} M^T W B$$

avec :

$$N = M^T W M$$

où  $W$  est la matrice diagonale ( $m \times m$ ) des poids.

Les écarts-types ( $\sigma_i, i = 1 \dots n$ ) des estimations ( $\tilde{x}_i, i = 1 \dots n$ ) sont donnés par :

$$\sigma_i = \sqrt{N_{i,i}^{-1}} P_\epsilon \quad (4)$$

avec :

$$P_\epsilon = \sqrt{\sum_{j=1}^m \frac{w_j v_j^2}{m-n}} \quad (5)$$

où  $w_j$  est le poids de l'équation de condition  $j$  et  $v_j$  le résidu obtenu en  $y$  substituant l'estimation  $\tilde{X}$ .

On procède par itérations en prenant pour inconnues, à chaque itération, les corrections aux valeurs déterminées à l'itération précédente. On arrête le processus lorsque les corrections trouvées sont inférieures aux écarts-types.

### Paramètres ajustés

Dans toutes les comparaisons présentées ici, nous avons ajusté pour chaque satellite les quantités  $\frac{v}{v_0}, \Gamma, E, \bar{\lambda}, \bar{h}, \bar{\omega}$  à une date de référence  $DJ_0$  que nous avons choisie voisine de la date moyenne des observations Viking.

$$DJ_0 = 2\,443\,285.0 \text{ TE} \quad (21 \text{ mai } 1977 \text{ à } 12 \text{ h TE})$$

Dans la comparaison aux observations Viking, les 12 paramètres définis ci-dessus ont été seuls ajustés et l'accélération séculaire a été supposée nulle.

Dans la comparaison à toutes les observations, nous avons déterminé, en outre, les accélérations séculaires de Phobos et Deimos et des corrections  $\Delta n_h$  et  $\Delta n_\omega$  aux moyens mouvements du noeud et du péricentre donnés par la théorie. Il ne nous a pas été possible de déterminer de corrections aux moyens mouvements du noeud et du péricentre de Deimos, probablement à cause de la petite excentricité de Deimos. Ceux-ci ont donc été fixés aux valeurs données par la table 2.

La recherche de corrections observées aux moyens mouvements théoriques du noeud et du péricentre de Phobos présente le double avantage de compenser des erreurs éventuelles dans les constantes physiques utilisées pour la construction de la théorie par exemple le rayon équatorial de Mars, et de compenser des insuffisances de la théorie elle-même, ici essentiellement l'absence des perturbations dues à la forme de Phobos. Inversement, il est possible de déduire des "moyens mouvements observés", ainsi obtenus, des renseignements sur certaines constantes physiques ou sur un modèle de Phobos.

Les paramètres des sondes Viking et Mariner n'ont pas été ajustés.

#### Autres constantes

Les constantes  $\psi_0$ ,  $\ell'_0$ ,  $\varpi^*_0$ , qui apparaissent sous forme littérale dans les théories, et la précession de Mars  $p_M$  ont été fixées aux valeurs données dans la table 4. Ces valeurs proviennent de la solution VSOP82 pour Mars (Bretagnon, 1982), de (Berthias, 1986) et du modèle de potentiel de Mars utilisé (Christensen et Balmino, 1979).

**Table 4. Constantes utilisées pour la comparaison aux observations**

---

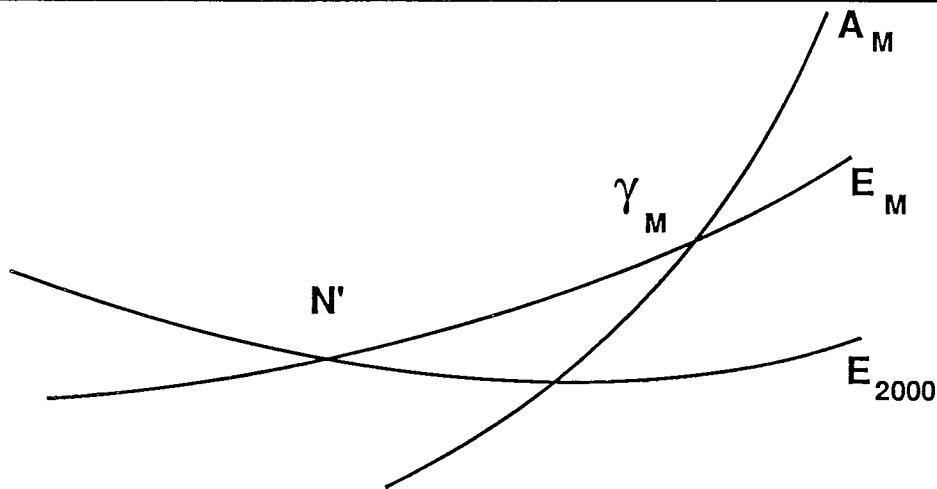
$\psi_0 = 208.561\ 931\ 6^\circ$
$\ell'_0 = 19.373\ 040\ 7^\circ$
$\varpi^*_0 = 71.005\ 323\ 176^\circ$
$p_M = -0.556\ 554 \times 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{j}$

---

Les angles définissant la position de l'équateur et de l'équinoxe moyens de la date de Mars, repère de la théorie, n'ont pas été ajustés. On a utilisé (fig. 2) l'arc  $(N' \gamma_M)$ ,  $\theta_M$ , et l'inclinaison  $i_Q$  de l'équateur moyen de la date de Mars sur l'orbite moyenne de la date de Mars. Les expressions de ces angles en fonction du temps, issues de (Berthias, 1986) sont données dans la table 5.

Notons que les valeurs de  $\psi$ ,  $\theta_M$  et  $i_Q$  issues de (Davies et al, 1983) :

**Fig.2. Position de l'équateur de Mars**



$A_M$  est l'équateur moyen de la date de Mars,  $E_M$  l'orbite moyenne de la date de Mars,  $E_{2000}$  l'écliptique dynamique moyen de J2000.

$$\psi = 208.570\,929\,6 + 350.891\,985\,64\,t$$

$$\theta_M = 35.496\,844\,345 + 0.250\,757\,686 \times 10^{-5}\,t$$

$$i_Q = 25.192\,028\,020 + 0.327\,102\,64 \times 10^{-6}\,t$$

diffèrent légèrement des valeurs que nous utilisons, mais que ces différences sont négligeables à la précision considérée ici.

**Table 5. Angles fixant la position de l'équateur de Mars**

$$\theta_M = 35.496\,817\,571 + 0.250\,759\,3 \times 10^{-5}\,t$$

$$i_Q = 25.192\,028\,020 + 0.326\,987\,8 \times 10^{-6}\,t$$

Les angles sont mesurés en degré.  $t$  est le temps en jours depuis J2000

### Etablissement des équations de condition

#### Corrections apportées aux observations

Les dates des observations Viking et Mariner sont données en temps des éphémérides qui est le temps de la théorie. Les dates des observations terrestres sont en UTC. On a utilisé, pour la conversion en TE, les différences TE - UTC données avec les observations (Morley, 1988).

Dans toutes les observations utilisées, la date d'observation donnée est la date réelle. Pour la corriger de l'aberration, on lui a simplement soustrait le temps de lumière :

$$\Delta T = \frac{r}{c}$$

où  $r$  est la distance Terre - Mars à la date réelle de l'observation, pour les observations terrestres, et la distance sonde - satellite à la date corrigée de l'aberration, pour les observations Viking et Mariner.  $c$  est la vitesse de la lumière.

Aucune autre correction n'a été apportée aux observations.

### Observations Viking et Mariner

Chaque observation fournit, pour Phobos ou Deimos, l'ascension droite  $\alpha_0$  et la déclinaison  $\delta_0$  du vecteur sonde - satellite  $r$  ainsi que les composantes du vecteur Mars - sonde  $z$ , dans le repère EME50.

Désignant, de façon générale, par  $(y)$  la matrice colonne des composantes  $(y_1, y_2, y_3)$  d'un vecteur  $y$  de module  $y$ , on a :

$$(r) = R(u) - (z)$$

où  $u$  est le vecteur Mars - satellite fourni par la théorie nominale dans le repère MMED et  $R$  la matrice de changement de repère MMED - EME50.

Dans la mesure où les paramètres de la sonde ne figurent pas parmi les paramètres ajustés, les matrices jacobienes vérifient l'équation :

$$(Dr) = R(Du)$$

Les valeurs calculées de l'ascension droite et de la déclinaison de la sonde sont données par :

$$\sin \delta_c = \frac{r_3}{r}, \quad \cos \alpha_c = \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}, \quad \sin \alpha_c = \frac{r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$

et chaque observation fournit deux équations de condition :

$$\frac{180}{\pi} \begin{pmatrix} \frac{-\sin \alpha}{r \cos \delta} & \frac{\cos \alpha}{r \cos \delta} & 0 \\ \frac{-\cos \alpha \sin \delta}{r} & \frac{-\sin \alpha \sin \delta}{r} & \frac{\cos \delta}{r} \end{pmatrix} R(Du) X = \begin{pmatrix} \alpha_0 - \alpha_c \\ \delta_0 - \delta_c \end{pmatrix}$$



Les seconds membres sont exprimés en degré, les inconnues ( $x_i, i = 1 \dots n$ ) sont, soit sans dimension, soit en radian ou rad/jour ou rad/j<sup>2</sup>.

### Observations terrestres

Chaque observation fournit, pour le vecteur  $\Omega S$ , où  $\Omega$  désigne Mars ou Phobos et S Phobos ou Deimos, l'un des ensembles suivants :

- Abcisse x et/ou ordonnée y dans le plan tangent à la sphère céleste en  $\Omega$ , les axes étant définis par le parallèle et le méridien d'un repère  $F_i$ .

- Séparation s et/ou angle de position p dans le plan tangent à la sphère céleste en  $\Omega$ , les axes étant définis comme ci-dessus.

- Abcisse a ou ordonnée b dans le plan tangent à la sphère céleste en  $\Omega$ , le méridien du repère  $F_i$  faisant un angle  $\theta$  avec l'axe des abscisses.  $\theta$  est fourni avec l'observation (Morley, 1988).

Le repère  $F_i$  est soit le repère équatorial vrai de la date, soit le repère EME50, soit le repère moyen de B1900.

Soient  $R_i$  la matrice de changement de repère MMED -  $F_i$  et  $A_i$  la matrice faisant passer du repère  $F_i$  au repère associé dans le plan tangent à la sphère céleste en  $\Omega$ . On a :

$$A_i = \begin{pmatrix} \frac{-y_\Omega}{r \sqrt{x_\Omega^2 + y_\Omega^2}}, & \frac{x_\Omega}{r \sqrt{x_\Omega^2 + y_\Omega^2}}, & 0 \\ \frac{-x_\Omega z_\Omega}{r^2 \sqrt{x_\Omega^2 + y_\Omega^2}}, & \frac{-y_\Omega z_\Omega}{r^2 \sqrt{x_\Omega^2 + y_\Omega^2}}, & \frac{\sqrt{x_\Omega^2 + y_\Omega^2}}{r^2} \end{pmatrix}$$

où  $x_\Omega, y_\Omega, z_\Omega$  sont les coordonnées de  $\Omega$  dans le repère  $F_i$ .

Soit P la matrice de rotation d'angle  $\theta$  dans le plan tangent. On a :

$$P = \begin{pmatrix} \sin \theta, & \cos \theta \\ -\cos \theta, & \sin \theta \end{pmatrix}$$

Pour le premier ensemble, les valeurs calculées de x et y sont données par :

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = A_i R_i(u)$$

et la matrice jacobienne par :

$$\begin{pmatrix} Dx \\ Dy \end{pmatrix} = A_i R_i(Du)$$

où u désigne le vecteur  $\Omega S$  fourni par la théorie. Chaque observation fournit donc l'une et/ou l'autre des équations de condition suivantes :

$$\frac{648\,000}{\pi} A_i R_i(Du) X = \begin{pmatrix} x_o - x_c \\ y_o - y_c \end{pmatrix}$$

où les seconds membres sont exprimés en seconde d'arc.

Pour le second ensemble, les valeurs calculées de p et s sont données par :

$$\tan p_c = \frac{x_c}{y_c}, \quad s_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$$

et chaque équation fournit l'une et/ou l'autre des équations de condition suivantes :

$$\frac{180}{\pi} \begin{pmatrix} \frac{y_c}{x_c^2 + y_c^2}, & \frac{-x_c}{x_c^2 + y_c^2} \\ \frac{3600 x_c}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2}}, & \frac{3600 y_c}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2}} \end{pmatrix} A_1 R_1(Du) X = \begin{pmatrix} p_o - p_c \\ s_o - s_c \end{pmatrix}$$

où, le second membre est exprimé en degré pour la première équation et en seconde d'arc pour la seconde équation.

Pour le troisième ensemble, les valeurs calculées de a et b sont données par :

$$\begin{pmatrix} a_c \\ b_c \end{pmatrix} = P A_1 R_1(u)$$

et chaque observation fournit l'une des deux équations de condition suivantes :

$$P A_1 R_1(Du) X = \begin{pmatrix} a_o - a_c \\ b_o - b_c \end{pmatrix}$$

où les seconds membres sont exprimés en secondes d'arc.

Pratiquement, on confond  $\Omega$  et le centre de Mars pour le calcul de la matrice  $A_i$ , les quantités que multiplient les éléments de cette matrice étant toujours petites. Les coordonnées de Mars utilisées sont issues des éphémérides BDL82 (Francou et al, 1983)

### Poids

De façon générale, on a attribué à chaque équation de condition un poids w donné par la formule :

$$w = \frac{k}{\varepsilon} \quad (6)$$

où k est un facteur qui dépend du type de données et  $\varepsilon$  l'écart-type attribué à l'élément d'observation. On a appelé "élément d'observation" l'une des quantités  $\alpha$ ,  $\delta$ , x, y, p, s, a ou b, une observation fournissant un ou deux éléments d'observation.

### Observations Viking et Mariner

Pour les observations Viking et Mariner,  $\varepsilon$  a été calculé selon la méthode prescrite par (Duxbury et Callahan, 1988 a et b) dans le cas, qui est le nôtre, où les paramètres de la sonde ne sont pas ajustés.  $\varepsilon$  est donc donné en degré par :

$$\varepsilon_{\delta} = \sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{a}{r}\right)^2}$$

pour les équations de condition en déclinaison et par :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_{\delta}}{\cos \delta}$$

pour les équations en ascension droite correspondantes. Ici,  $\sigma$  est l'écart-type en degré attribué à l'observation par Duxbury et Callahan, sans tenir compte de l'incertitude  $a$ , sur la position de la sonde.  $r$  est la distance sonde - satellite.  $a$  est égal à 8 km pour toutes les observations Viking, à 50 km pour les observations Mariner faites pendant la phase d'approche et à 4 km pour les autres.

Nous avons attribué au paramètre  $k$  la valeur  $2.5 \times 10^{-3}$  pour les observations Viking et  $10^{-3}$  pour les observations Mariner. Compte-tenu des valeurs de  $k$  choisies, le poids d'une équation de conditions Viking varie de 0.001 à 22 et celui d'une équation de conditions Mariner varie de 0.02 à 38.

#### Observations terrestres

Pour les observations terrestres,  $\varepsilon$  en seconde d'arc est l'écart-type attribué à l'élément d'observation par Morley (Morley, 1988). Les observations pour lesquelles  $\varepsilon$  est supérieur à 2" n'ont pas été utilisées dans l'ajustement.

Nous avons attribué à  $k$  la valeur  $10^{-4}$ .  $\varepsilon$  variant de 0.2" à 2", pour les observations terrestres utilisées,  $w$  varie donc de 0.0025 à 0.000 025. Les valeurs respectives de  $k$  pour les observations terrestres et Viking ont été prises inversement proportionnelles au carré des plus petites incertitudes en km sur la position de Phobos, dans les deux groupes d'observations, soit : 36 km pour une observation terrestre d'erreur probable 0.15" à l'opposition et 8 km pour une observation Viking sans ajustement des paramètres de la sonde.

### **Résultats**

#### Paramètres ajustés

Nous donnons dans la table 6, pour Phobos et Deimos, les valeurs des paramètres ajustés obtenus dans deux comparaisons: une comparaison aux observations Viking seules et une comparaison à toutes les observations citées dans l'introduction : observations Viking, Mariner et terrestres.

Rappelons que, dans la comparaison aux observations Viking seules, il n'a pas été déterminé d'accélération séculaires ni de corrections observées aux moyens

mouvements du noeud et du péricentre de Phobos. Ces quantités ont été supposées nulles, ce qui est justifié dans la mesure où l'époque des paramètres déterminés est voisine de l'époque moyenne des observations et où la période sur laquelle s'échelonnent les observations est courte.

**Table 6. Valeur des paramètres ajustés (époque : 2443285.0 TE = 21 mai 1977 12h TE)**

	Viking		Toutes les observations		Unité
	valeur	$\sigma$	valeur	$\sigma$	
<u>Phobos</u>					
$v$	1 128.844 621 5	0.000 026 0	1 128.844 614 8	0.000 002 4	°/j
$\Gamma$	0.009 189	0.000 078	0.009 207	0.000 021	
$E$	0.014 885	0.000 074	0.014 804	0.000 019	
$\lambda$	274.855 2	0.006 0	274.853 7	0.001 7	°
$h$	125.76	0.41	125.73	0.12	°
$\varpi$	347.24	0.23	347.25	0.06	°
$\lambda^{(2)}$	0		0.100 2	0.001 3	$10^{-7} \text{°/j}^2$
$\Delta n_h$	0		0.000 15	0.000 11	°/j
$\Delta n_{\varpi}$	0		-0.001 56	0.000 07	°/j
$n_h$	-0.436 32		-0.436 17		°/j
$n_{\varpi}$	0.436 28		0.434 72		°/j
<u>Deimos</u>					
$v$	285.161 894 1	0.000 007 5	285.161 891 5	0.000 001 2	°/j
$\Gamma$	0.015 513	0.000 029	0.015 525	0.000 011	
$E$	0.000 229	0.000 027	0.000 235	0.000 011	
$\lambda$	258.113 9	0.003 1	258.114 0	0.0011	°
$h$	159.17	0.21	159.27	0.07	°
$\varpi$	68.10	6.97	67.62	2.79	°
$\lambda^{(2)}$	0		-0.17	0.63	$10^{-10} \text{°/j}^2$
$n_h$	-0.018 10		-0.018 10		°/j
$n_{\varpi}$	0.018 09		0.018 09		°/j

Les  $\sigma$  sont calculés à partir des formules (4) et (5).  $\Delta n_h$  et  $\Delta n_{\varpi}$  sont fixés à la valeur 0 pour Deimos. Les valeurs de  $n_h$  et  $n_{\varpi}$  données dans ce tableau sont obtenues en ajoutant respectivement  $\Delta n_h$  et  $\Delta n_{\varpi}$  aux valeurs calculées.

## Résidus

Nous donnons dans la table 7 pour les observations Viking et Mariner, la moyenne quadratique des résidus en degré obtenus après substitution des paramètres ajustés dans les théories. Nous donnons dans la table 8 la moyenne quadratique des résidus en seconde d'arc obtenus dans les mêmes conditions, pour les observations effectivement utilisées, dans chaque série et pour l'ensemble des séries.

**Table 7. Résidus des observations Mariner et Viking**

	Sonde - Phobos			Sonde - Deimos		
	N	V	TO	N	V	TO
<u>Mariner</u>						
Ascension droite	48	0.234	0.056	31	0.031	0.024
Déclinaison	48	0.075	0.063	31	0.022	0.019
<u>Viking</u>						
Ascension droite	166	0.646	0.633	109	0.167	0.167
Déclinaison	166	0.173	0.171	109	0.157	0.157

N désigne le nombre d'éléments d'observation. V et TO désignent respectivement les moyennes quadratiques des résidus, après substitution dans les théories des paramètres ajustés sur les observations Viking seules et sur toutes les observations. Les résidus sont mesurés en degré.

Suivant l'usage, pour le calcul de la moyenne quadratique, les résidus  $\Delta p$ , sur les angles de position  $p$  exprimés en degré, ont été pondérés par la séparation et exprimés en seconde d'arc, à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta p' = \frac{\pi}{180} s \Delta p$$

où  $\Delta p'$  est le résidu pondéré en seconde d'arc,  $\Delta p$  le résidu brut en degré et  $s$  la séparation en seconde d'arc calculée à l'instant d'observation.

Table 8. Résidus des observations terrestres

Opposition/ Observateur	Mars - Phobos			Mars - Deimos			Phobos - Deimos		
	N	V	TO	N	V	TO	N	V	TO
<u>1877</u>									
Hall	79	2.72	0.80	100(2)	0.70	0.70			
Henry				2	0.59	0.56			
Waldo	41(8)	2.66	0.94	62(23)	1.10	1.11			
Pritchett	11(7)	2.68	0.76	11(8)	1.01	1.02			
Erck				6(5)	0.84	0.84			
Wagner				6(11)	1.25	1.27			
Common				23(11)	1.05	1.07			
Maunder				1(1)	1.72	1.75			
<u>1879</u>									
Common	43(1)	1.73	0.85	60(13)	0.88	0.88			
Hall	81	1.38	0.32	90	0.52	0.52			
Pritchett	12(7)	1.87	1.10	7(9)	1.16	1.17			
Pickering	70(5)	1.34	0.70	229(21)	0.73	0.73			
Plummer				10(6)	0.55	0.56			
Maunder				8	0.86	0.86			
Copeland				19(13)	0.87	0.86			
<u>1881</u>									
Hall	13	0.75	0.52	21	0.58	0.58			
Common	9	0.80	0.57	10	0.92	0.90			
Maunder				0(2)					
<u>1884</u>									
Hall	4	1.39	0.79	19	0.54	0.53			
<u>1886</u>									
Hall				10	0.62	0.62			
Struve	2	0.60	0.59	23	0.80	0.80	1	1.62	0.10
<u>1888</u>									
Hall	4(1)	1.05	0.49	21	0.57	0.56			
Wirtz				3(1)	0.51	0.53			
Keeler	115	1.74	0.40	52	0.61	0.61	1	1.07	0.42
<u>1890</u>									
Hall	9	0.92	0.67	12	0.96	0.97			
Keeler	47	1.91	0.32	26	0.60	0.60			
<u>1892</u>									
Campbell	93(5)	2.30	0.40	87	0.53	0.53			
Hall	35	1.96	0.66	37(1)	0.96	0.96			
<u>1894</u>									
Struve	74	1.86	0.23	39	0.24	0.25			
Barnard	113	1.79	0.44	30	0.51	0.49			
?							20	1.41	0.37
Brown	53	1.79	0.37	62	0.48	0.48			
Campbell	398	1.59	0.25	345	0.30	0.30			
Wirtz	2(2)	1.58	0.39	4	0.76	0.78			
Newall	77(4)	1.33	0.66						

Table 8. Résidus des observations terrestres (suite)

Opposition/ Observateur	Mars - Phobos			Mars - Deimos			Phobos - Deimos		
	N	V	TO	N	V	TO	N	V	TO
<u>1896</u>									
Renz	3	0.23	0.06	14	0.38	0.38			
Brown	13	1.05	0.44	45	0.52	0.52			
Schaeberle	51	0.85	0.48	65	0.63	0.62			
Kostinsky				4	0.22	0.22			
Wirtz	2	0.98	0.77	3	0.73	0.75			
Hussey	60	1.33	0.30	20	1.10	1.11			
<u>1903</u>									
Frederickson	3	1.33	0.59	2	0.10	0.08			
<u>1905</u>									
Rice				4	0.53	0.53			
<u>1907</u>									
Rice	28	0.70	0.47	24	0.60	0.60			
<u>1909</u>									
Hall Jr	109	1.33	0.30	112	0.33	0.34			
Kostinsky	48	1.02	0.60	40(2)	0.73	0.74			
Wirtz	8	1.46	0.42	10	0.75	0.75	6	1.52	0.43
Aitken	48	1.42	0.35	40	0.30	0.32			
Barnard	14	1.10	0.31	13(1)	0.19	0.21			
<u>1911</u>									
Hall Jr	49	0.76	0.28	34	0.33	0.33			
Burton	1	0.10	0.19						
<u>1914</u>									
Burton	31	0.43	0.29	20	0.55	0.55			
<u>1916</u>									
Hall Jr				2	0.32	0.30			
<u>1922</u>									
Hall Jr	16(1)	0.62	0.59	12(2)	0.76	0.76			
<u>1924</u>									
Bower	51	1.30	0.65	35	0.62	0.63			
Hall Jr	76	0.87	0.40	62	0.54	0.55			
Jeffers	101(2)	0.92	0.39	70	0.38	0.39			
<u>1926</u>									
Burton	53	0.67	0.26	54	0.21	0.21			
Hall Jr	30	0.54	0.41	46	0.32	0.32			
<u>1928</u>									
Burton	16(4)	0.28	0.27	12(4)	0.32	0.32			
<u>1939</u>									
Lyons							2	0.33	0.46
<u>1941</u>									
Burton	18	0.38	0.36	4	0.17	0.15	30	0.42	0.21
Raynsford	16	0.86	0.64	10	0.78	0.78	11(1)	0.49	0.28

Table 8. Résidus des observations terrestres (fin)

	Mars - Phobos			Mars - Deimos			Phobos - Deimos		
	N	V	TO	N	V	TO	N	V	TO
<u>1956</u>									
Kuiper							44	0.43	0.32
Richardson							22(2)	0.57	0.54
Kiselev	4	0.51	0.63	30(4)	0.88	0.88			
<u>1963</u>									
Onegina				22	0.75	0.75			
<u>1967</u>									
Rizvanov				22	0.77	0.77			
Fatchikin				63(1)	0.76	0.76			
Kanaev	4	0.33	0.34	22	0.23	0.23			
Pascu	138	0.11	0.11	156	0.12	0.12			
Telnyuk				7(1)	1.03	1.03			
Sereda				36	0.57	0.57			
Kholopov				4	0.60	0.60			
<u>1969</u>									
Pascu	10	0.12	0.10	10	0.13	0.14			
<u>1971</u>									
Bashtova				21(3)	0.98	0.98			
Khatisov	39(3)	0.73	0.73	44	0.72	0.72			
Telnyuk	14	0.67	0.67	41(1)	0.79	0.79			
Pascu	8	0.29	0.29	6	0.36	0.36			
<u>1973</u>									
Sereda				40(2)	0.63	0.63			
Kiseleva							34	0.43	0.43
Telnyuk	12(4)	1.01	1.02	49(9)	0.59	0.59			
Khatisov	118	0.55	0.54	228	0.57	0.57			
<u>1975</u>									
Sereda				38(2)	0.78	0.78			
<u>1978</u>									
Sereda				60(2)	0.78	0.78			
<u>1980</u>									
Sereda				113(7)	0.72	0.72			
<u>1982</u>									
Tolbin	12	0.84	0.85	26	0.61	0.61			
<u>1988</u>									
Jones	176	0.14	0.14	24	0.15	0.15	132	0.21	0.20
<u>Total</u>	2765(54)	1.41	0.46	3254(168)	0.61	0.61	303(3)	0.55	0.31

N désigne le nombre d'éléments d'observation retenus suivi, entre parenthèses, du nombre d'éléments d'observation éliminés. V et TO désignent respectivement les moyennes quadratiques des résidus des éléments d'observation retenus, après substitution dans les théories des paramètres ajustés sur les observations Viking seules et sur toutes les observations. Les résidus sont mesurés en seconde d'arc.



## EPHEMERIDE DE PHOBOS

### Constantes de l'éphéméride

Nous donnons, en appendice, un programme permettant de calculer une éphéméride de Phobos à partir de la théorie abrégée donnée dans cette note et des constantes de la table 6 obtenues par ajustement de la solution sur toutes les observations.

Pour des raisons de commodité, les constantes de la table 6 ont été converties en éléments moyens et angles de Delaunay en J2000 à l'aide des formules (1) et (2). Les résultats sont donnés dans la table 9.

Les valeurs de  $\psi_0$ ,  $\varrho'_0$ ,  $\varpi^*_0$  et  $p_M$  utilisées sont celles de la table 4.

**Table 9. Eléments de Phobos en J2000 issus de l'ajustement sur toutes les observations**

---

$$v = 1\ 128.844\ 780\ 3^\circ/j$$

$$D_0 = 81.677\ 1^\circ$$

$$F_0 = 49.103\ 4^\circ$$

$$\varrho_0 = 194.031\ 5^\circ$$

---

### Repère de l'éphéméride

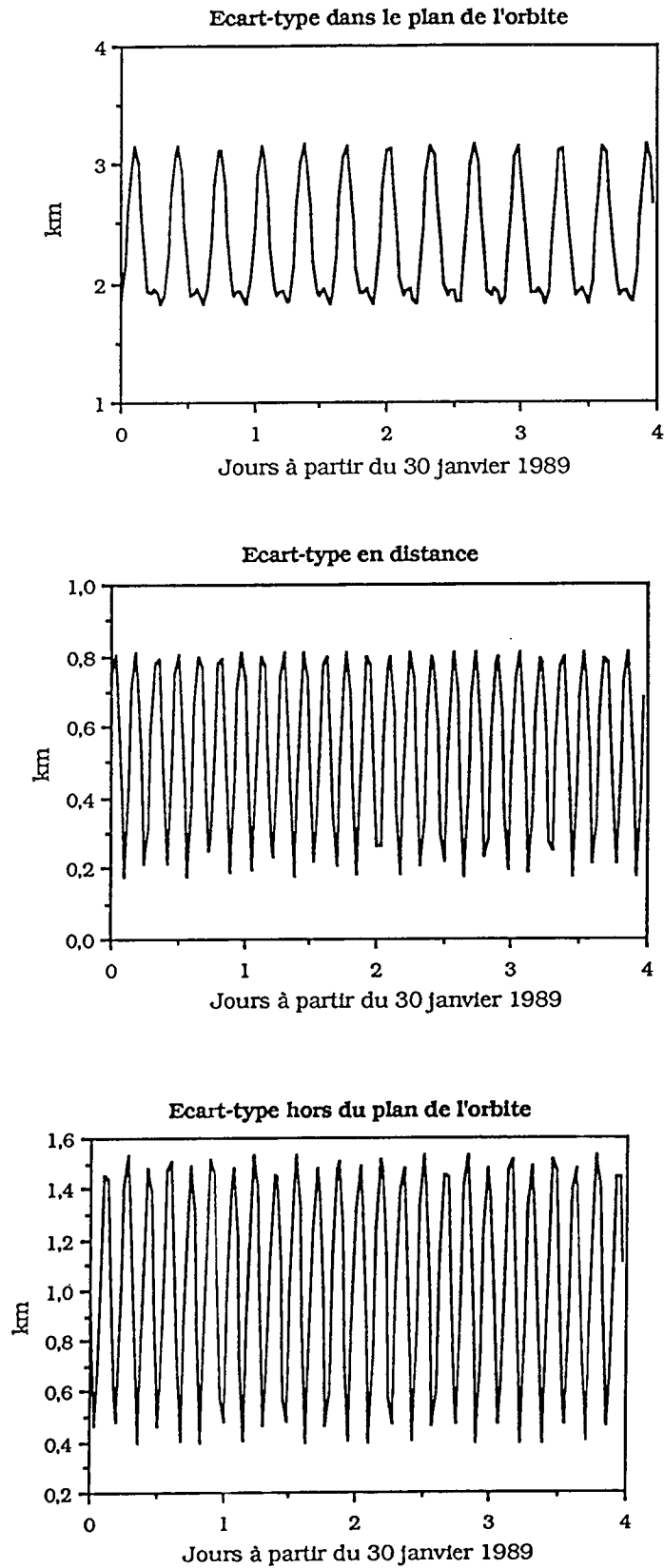
Le repère de l'éphéméride est le repère EME50 défini par l'équateur et l'équinoxe moyens B1950 (date julienne 2 433 282.423 459 05). Nous avons assimilé ce repère au repère FK4, les incertitudes sur la position de l'équinoxe et sur l'inclinaison de l'écliptique étant négligeables à la précision considérée ici.

Pour calculer la matrice de passage du repère de la théorie au repère EME50, nous avons utilisé les angles  $\theta$  et  $i_Q$  de la table 5, les positions de l'orbite moyenne de la date de Mars et de l'écliptique dynamique moyen de J2000 étant définies par la solution VSOP82 compatible avec l'éphéméride DE200 du JPL.

### Exemple

Nous donnons dans la table 10, à titre d'exemple, une éphéméride de Phobos calculée tous les 0.5 jours du 30 janvier au 2 février 1989. On trouvera fig.3 les courbes donnant les écarts-types correspondants selon trois directions : la première perpendiculaire au vecteur Mars-Phobos dans le plan de l'orbite, la seconde radiale, la troisième perpendiculaire au plan de l'orbite.

**Fig.3. Ecart-types de l'éphéméride**



**Table 10. Ephéméride de Phobos du 30 janvier au 2 février 1989 à 0h et 12 hTE**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dot{x}_1$	$\dot{x}_2$	$\dot{x}_3$
<u>30 janvier 1989</u>						
0h	8 010.742	4 331.977	-2 414.745	-0.590 128	1.677 543	1.167 166
12h	-5 909.100	-7 292.986	-248.815	1.325 625	-1.070 589	-1.285 443
<u>31 janvier 1989</u>						
0h	3 332.970	8 392.020	2 260.598	-1.765 856	0.352 403	1.180 418
12h	471.174	-8 380.463	-4 422.154	1.879 342	0.515 159	-0.815 265
<u>1 février 1989</u>						
0h	-3 641.876	6 597.779	5 345.444	-1.729 562	-1.257 609	0.362 086
12h	6 554.772	-3 910.555	-5 673.913	1.184 152	1.733 012	0.184 333
<u>2 février 1989</u>						
0h	-8 022.175	119.714	4 631.526	-0.466 716	-1.986 202	-0.718 741
12h	8 320.454	3 127.938	-3 191.946	-0.300 838	1.808 614	1.068 275

Le repère est EME50. Les paramètres sont ajustés sur toutes les observations. L'unité est le km pour la position et le km/s pour la vitesse

### Présentation du programme

Le programme, que nous proposons en appendice, est écrit en langage FORTRAN V et utilisable sur micro-ordinateur.

Il affiche, sur l'écran, un menu permettant de calculer et d'afficher la position et la vitesse de Phobos en km et km/s, dans le repère EME50, pour une ou plusieurs dates TE, sous forme julienne ou grégorienne.

La disquette correspondante, pour compatible IBM-PC, peut être demandée à l'auteur.

### REMERCIEMENTS

L'auteur remercie toutes les personnes avec lesquelles elle a eu de fructueuses discussions ou qui lui ont communiqué les données nécessaires à la réalisation de ce travail, en particulier, J.Y Prado, F. Bonneau et J. Bernard au CNES, T.C. Duxbury et J.P. Berthias au JPL et G. Francou au Bureau des Longitudes.

## REFERENCES

- Berthias, J.P. : 1986, Numerical Constants for the Martian System Ephemerides, JPL Interoffice Memorandum.
- Borderies, N., Balmino, G., Castel, L., Moynot, B. : 1980, *The Moon and the Planets*, **22**, 191.
- Bretagnon, P. : 1982, *Astron. Astrophys.* **114**, 278.
- Chapront-Touzé, M. : 1988, *Astron. Astrophys.* **200**, 255.
- Christensen, E.J., Balmino, G. : 1979, *JGR*, **84b**, 7943.
- Davies, M.E., Abalakin, V.K., Lieske, J.H., Seidelman, P.K., Sinclair, A.T. Sinzi, A.M., Smith, B.A., Tjuflin, Y.S. : 1983, *Celes. Mech.* **29**, 309.
- Duxbury, T.C. , Callahan, J.D. : 1988 a, *Astron. Astrophys.* **201**, 169.
- Duxbury, T.C. , Callahan, J.D. : 1988 b, *Astron. Astrophys.* à paraître.
- Francou, G., Bergeal, L., Chapront, J., Morando, B. : 1983, *Astron. Astrophys.* **128**, 124.
- Morley, T.A. : 1988, A Catalogue of Ground-based Astrometric Observations of the Martian Satellites 1877-1982, OAD Working Paper n°370, ESOC.
- Sinclair, A.T. : 1972, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **155**, 249.

## **APPENDICE I**

### **Tables des théories abrégées de Phobos et Deimos**



PHOBOS : Coordonnées rectangulaires

X 1

	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$
$\varphi_1$										
$\varpi^* + D + \ell$	-0.0001	0	0	0	0	9372991.9756	-6247057	-181222	-140805	-56
$\varpi^* + D - \ell + \ell'$	-0.0002	0	0	0	0	-210991.0229	140430	4098	-14066059	1
$\varpi^* + D + \ell + \ell'$	0	0	0	0	0	70361.4467	-46804	-1370	4689174	0
$\varpi^* - D + \ell + \ell'$	-0.0028	0	0	0	0	-970.2930	-9509	752	-64574	-11
$\varpi^* + D - 2F + \ell'$	0	0	0	0	0	873.8556	-582	180963	-13	0
$\varpi^* + D - F + \ell'$	-794.4492	3	-76760	-34	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D + 2\ell + \ell'$	0	0	0	0	0	791.9808	-526	-15	105574	0
$\varpi^* + D$	0.0011	0	0	0	0	448.5114	-754	-9	-8	-24
$\varpi^* + D + 2\ell$	0.0011	0	0	0	0	-448.4011	754	10	6	23
$2\varpi^* + 2D - F + 3\ell'$	0.0201	0	0	0	0	-326.7607	-7995	-32964	-90	-78
$\varpi^* + 3D - \ell + \ell'$	-0.0009	0	0	0	0	324.0074	3139	-250	21398	3
$F - \ell'$	0.0199	0	0	0	0	315.6013	7898	31815	87	77
$\varpi^* - D + \ell'$	0.0001	0	0	0	0	289.6238	-451	-1	319	-15
$3\varpi^* + D + 3\ell'$	-0.0001	0	0	0	0	-288.9041	480	30	4	15
$\varpi^* + D - 2\ell + \ell'$	0	0	0	0	0	265.2220	-175	-5	35366	0
$\varpi^* + D + F + \ell'$	-264.4599	1	-25560	16	0	-0.0058	0	0	0	0
$2\varpi^* + 2D - F + 2\ell'$	-0.0079	0	0	0	0	-144.5293	591	-15329	10	-6956
F	-0.0104	0	0	0	0	144.4057	-592	15314	-8	6953
$2\psi - 3\varpi^* - 3D - 3\ell'$	-0.0475	0	0	0	0	117.0670	-90	-6	-3	0
$2\psi - \varpi^* - D - \ell'$	6.3708	0	0	0	0	-89.5280	397	26	1	0
$\psi$	-8.6457	-22	1	-1	0	86.9834	307	-25	13	0

1

$\varpi^* + 3D - 2\ell + \ell$	0.0003	0	0	0	0	0	-82.3961	-1940	62	-10809	-1
$\varpi^* - D + \ell + 2\ell$	0	0	0	0	0	0	-79.1722	-99	16	-5280	-1
$\varpi^* - D + 2\ell + \ell$	0.0003	0	0	0	0	0	72.6076	1845	-55	9510	1
$3\varpi^* + D + 4\ell$	0	0	0	0	0	0	-63.2560	103	0	0	2
$\varpi^* - D + 2\ell$	0	0	0	0	0	0	62.8875	-101	6	26	-2
$\psi - 2\varpi^* - 2D - 2\ell$	4.9764	13	-1	0	0	0	-51.7171	-183	15	2	0

$\mathbf{x}_2$

$\varphi_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$
$\varpi^* + D + \ell$	9372992.3416	-6247058	-181236	-140791	-73	0.0001	0	0	0	0
$\varpi^* + D - \ell + \ell$	-211031.5150	140592	4090	-14068768	2	-0.0001	0	0	0	0
$\varpi^* + D + \ell + \ell$	70361.4463	-46804	-1370	4689174	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* - D + \ell + \ell$	-980.1755	-9494	752	-65240	-11	0.0029	0	0	0	0
$\varpi^* + D - 2F + \ell$	874.2215	-583	181040	-13	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D - F + \ell$	0	0	0	0	0	794.4491	-3	76760	34	0
$\varpi^* + D + 2\ell + \ell$	791.9808	-526	-15	105574	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D$	448.5885	-755	-9	-4	-25	-0.0011	0	0	0	0
$\varpi^* + D + 2\ell$	-448.1873	755	5	6	35	-0.0011	0	0	0	0
$2\varpi^* + 2D - F + 3\ell$	-326.7609	-7995	-32964	-90	-78	-0.0201	0	0	0	0
$\varpi^* + 3D - \ell + \ell$	324.0074	3139	-250	21398	3	0.0009	0	0	0	0
$F - \ell$	317.4820	7893	32010	87	77	-0.0199	0	0	0	0
$\varpi^* - D + \ell$	-288.7630	510	59	328	10	0	0	0	0	0
$3\varpi^* + D + 3\ell$	-288.8736	480	31	4	16	0.0001	0	0	0	0
$\varpi^* + D - 2\ell + \ell$	264.0031	-174	-5	35204	0	0	0	0	0	0





$\sigma^* + D + 3\ell$  55.2317 0 -4 0 2 0 0 0 0 0 0

Le repère est MMED. Les coordonnées sont exprimées en mètres. La formulation est donnée en (2)

PHOBOS : Composantes de la vitesse

$\Sigma_1$

$\Phi_i$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$
$\omega^* + D + \ell$	-184667147.923	-61587324	3570444	2774147	1103	-0.002	0	0	0	0
$\omega^* + D + \ell + \ell$	-2771993.617	-927369	53890	-184737001	-12	0	0	0	0	0
$\omega^* + D + 2\ell + \ell$	-46798.873	-15701	884	-6238465	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D - 2F + \ell$	17230.055	5772	3568097	-255	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + 3D - \ell + \ell$	-12763.730	-136428	9848	-842940	-118	-0.035	0	0	0	0
$\omega^* + D + F + \ell$	0.229	0	0	0	0	-10422.818	-10386	-1007363	630	0
$\omega^* + D + 2\ell$	8838.522	-6027	-197	-118	-453	0.022	0	0	0	0
$\omega^* + D$	-8832.492	6011	177	157	472	0.022	0	0	0	0
$2\omega^* + 2D - F + 3\ell$	6438.356	163962	649508	1773	1536	0.396	0	0	0	0
$F - \ell$	-6217.509	-161818	-626771	-1714	-1516	0.392	0	0	0	0
$\omega^* - D + \ell$	5700.884	-3171	-19	6279	-295	-0.002	0	0	0	0
$3\omega^* + D + 3\ell$	5697.288	-3773	-591	-78	-295	-0.002	0	0	0	0
$2\psi - 3\omega^* - 3D - 3\ell$	5485.491	2702	-281	-140	0	2.226	2	0	0	0
$\omega^* + D - 2\ell + \ell$	-5221.378	1770	-97	696244	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + 2D - F + 2\ell$	2846.423	-8794	301896	-197	136994	-0.156	0	0	0	0
$F$	-2846.188	8820	-301833	157	-137041	-0.205	0	0	0	0
$\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	-1721.139	-8128	499	66	0	-165.614	-628	33	0	0
$\omega^* + 3D - 2\ell + \ell$	1623.120	39842	-1221	212926	19	0.006	0	0	0	0
$\omega^* + D - \ell + \ell$	1606.495	2670	-278	107003	-37	0	0	0	0	0
$\omega^* - D + 2\ell + \ell$	-1430.741	-37783	1083	-187395	-19	0.006	0	0	0	0

$3\omega^* + D + 4\ell$	1248.008	-785	0	0	-39	0	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D + 2\ell$	1237.287	-748	118	511	-39	0	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + 3D - \ell$	-1054.707	-2316	196	-70261	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$3\psi - 4\omega^* - 4D - 4\ell$	-845.723	-5333	60	302	0	135.835	841	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D + 3\ell + \ell$	-832.288	-280	0	-166394	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2\psi - \omega^* - D - \ell$	-667.307	1195	193	7	0	-47.485	-125	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D - \ell$	-617.237	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D + 3\ell$	616.876	-428	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$3\omega^* + D + 2\ell$	-543.548	343	0	39	59	0	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D$	-540.379	345	-19	177	59	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi$	-532.706	-1880	153	-79	0	-52.948	-134	6	-6	0	0	0	0
$2\omega^* + F + 2\ell$	517.078	-410	53482	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

X<sub>2</sub>

$\varphi_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$
$\omega^* + D + \ell$	-0.002	0	0	0	0	184667155.134	61587311	-3570720	-2773871	-1438
$\omega^* + D + \ell + \ell$	0	0	0	0	0	2771993.601	927369	-53890	184737001	12
$\omega^* + D + 2\ell + \ell$	0	0	0	0	0	46798.873	15701	-884	6238465	0
$\omega^* + D - 2F + \ell$	0	0	0	0	0	-17237.270	-5759	-3569615	255	0
$\omega^* + 3D - \ell + \ell$	-0.035	0	0	0	0	12763.760	136428	-9848	842940	118
$\omega^* + D + F + \ell$	-10422.818	-10386	-1007363	630	0	-0.229	0	0	0	0
$\omega^* + D$	0.022	0	0	0	0	8834.010	-6030	-177	-78	-492
$\omega^* + D + 2\ell$	0.022	0	0	0	0	-8834.307	6051	98	118	689
$2\omega^* + 2D - F + 3\ell$	0.396	0	0	0	0	-6438.359	-163962	-649508	-1773	-1536

VI

$F - \ell'$	0.392	0	0	0	6254.560	161756	630613	1714	1516
$3\omega^* + D + 3\ell$	-0.002	0	0	0	-5696.686	3774	611	78	315
$\omega^* - D + \ell$	0	0	0	0	5683.941	-4349	-1161	-6456	-196
$2\psi - 3\omega^* - 3D - 3\ell$	-2.226	-2	0	0	5485.491	2702	-281	-140	0
$\omega^* + D - 2\ell + \ell'$	0	0	0	0	-5197.382	-1766	97	-693055	0
F	-0.156	0	0	0	3410.371	-10581	362440	-275	176342
$2\omega^* + 2D - F + 2\ell'$	-0.156	0	0	0	2846.415	8794	-301896	197	-136994
$\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell'$	165.614	628	-33	0	-1721.139	-8128	499	66	0
$\omega^* + 3D - 2\ell + \ell'$	0.006	0	0	0	-1623.110	-39842	1221	-212926	-19
$\omega^* + D - \ell + \ell'$	0	0	0	0	-1606.803	-2670	278	-107023	37
$\omega^* - D + 2\ell + \ell'$	0.006	0	0	0	1431.543	37784	-1083	187513	19
$\omega^* - D + 2\ell'$	0	0	0	0	1255.765	-827	-157	-511	-19
$3\omega^* + D + 4\ell'$	0	0	0	0	-1248.014	785	0	0	39
$\omega^* + 3D - \ell$	0	0	0	0	1054.707	2316	-196	70261	0
$3\psi - 4\omega^* - 4D - 4\ell'$	-135.835	-841	0	0	-845.723	-5333	60	302	0
$\omega^* + D + 3\ell + \ell'$	0	0	0	0	832.288	280	0	166394	0
$2\psi - \omega^* - D - \ell$	-47.485	-125	0	0	667.306	-1195	-193	-7	0
$\omega^* + D - \ell'$	0	0	0	0	617.168	-405	0	0	0
$\omega^* + D + 3\ell'$	0	0	0	0	-617.663	408	0	0	0
$\omega^* - D$	0	0	0	0	-547.417	358	39	-118	39
$3\omega^* + D + 2\ell'$	0	0	0	0	543.495	-343	0	-39	-59
$2\omega^* + F + 2\ell'$	0	0	0	0	-538.076	389	-55652	0	0
$\psi$	-52.948	-134	6	-6	532.706	1880	-153	79	0

X<sub>3</sub>

$\varphi_i$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_4^{(k)} \times 10^{-5}$
F	0	0	0	0	0	3567800.464	1190831	369388343	-53586	-26
F+ $\ell$	0	0	0	0	0	53599.765	18017	5549359	3572140	0
$\varpi^* + D + \ell$	-2.549	-2	0	0	0	-29184.285	91687	-12826	2246	-2035142
$\varpi^* + D + 2\ell$	-0.363	0	0	0	0	20782.155	221432	-29113	5775	2089
$\varpi^* - D + \ell$	0	0	0	0	0	8999.931	-12132	1850	-275	-98
$\ell$	-8100.500	-8096	787	-504217	0	0.146	0	0	0	0
$\varpi^* - D + 2\ell$	0	0	0	0	0	2181.635	-2517	373	-39	-19
$\varpi^* + D$	0	0	0	0	0	-1913.567	3304	-472	78	-39
$2\psi - 2\varpi^* - 2D - 2\ell$	-1306.279	-1135	271	-108	0	13.355	19	0	0	0
$3\varpi^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	0	1089.188	1088	-78	0	39
F+2 $\ell$	0	0	0	0	0	905.431	314	93730	120442	0
$\varpi^* - D$	0	0	0	0	0	-664.567	1146	-177	19	0

Le repère est MMED. Les composantes sont exprimées en m/j. La formulation est donnée en (2).

**DEIMOS : Coordonnées rectangulaires**

$\mathbf{x}_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
$\varphi_1$								
$\omega^* + D + \ell$	0	0	0	0	23451762.1311	-15634508	-727543	-9779
$2\omega^* + 2D - F + 2\ell$	0	0	0	0	-55151.4362	36767	0	0
F	0	0	0	0	55133.9035	-36755	0	0
$\omega^* + D - \ell + \ell$	0	0	0	0	-14544.5209	9696	455	-35177119
$\omega^* + D - 2F + \ell$	0	0	0	0	5602.8085	-3735	727543	-2
$\omega^* + D + \ell + \ell$	0	0	0	0	4890.3869	-3260	-151	11725701
$\omega^* + D$	0	0	0	0	4551.1609	-3034	0	0
$\omega^* + D + 2\ell$	0	0	0	0	-4545.4296	3030	0	0
$2\psi - 3\omega^* - 3D - 3\ell$	-0.0020	0	0	0	-3251.3962	2167	0	0
$3\omega^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	-2659.0343	1772	0	0
$\omega^* - D + \ell$	0	0	0	0	2592.0639	-1728	0	0
$2\psi - \omega^* - D - \ell$	0.0007	0	0	0	1868.9622	-1245	0	0
$\omega^* + D - F + \ell$	-1157.0034	0	0	0	0	0	0	0
$3\omega^* + D + 4\ell$	0	0	0	0	-581.0963	387	0	0
$\omega^* - D + 2\ell$	0	0	0	0	558.8118	-372	0	0
$2\omega^* + 2D + 2\ell$	395.4635	0	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + F + 2\ell$	0	0	0	0	-390.0656	260	0	0
$\omega^* + D + F + \ell$	-383.9143	0	0	0	0	0	0	0

$3\psi - 4\omega^* - 4D - 4\ell$	45.6488	0	0	0	280.7530	-187	0	0	
$\omega^* + D - \ell$	0	0	0	0	318.5942	-212	0	0	
$\omega^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	-316.7712	211	0	0	
2D - F	0	0	0	0	288.9456	-192	0	0	
$3\omega^* + D + 2\ell$	0	0	0	0	255.1685	-170	0	0	
$\omega^* - D$	0	0	0	0	-252.9696	168	0	0	
$\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	-11.6027	0	0	0	157.2017	-104	0	0	
$3\omega^* + 3D - 2F + 3\ell$	0	0	0	0	148.1044	-98	0	0	
$3\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	-20.5254	0	0	0	-126.2662	84	0	0	
$\psi$	8.8034	0	0	0	-119.1380	79	0	0	
$F + \ell$	0	0	0	0	125.3480	-83	0	0	
$F - \ell$	0	0	0	0	-118.4993	78	0	0	
$3\omega^* + D + 5\ell$	0	0	0	0	-98.7740	65	0	0	
$2\omega^* + 2D - F + \ell$	0	0	0	0	-94.0167	62	0	0	
$\omega^* - D + 3\ell$	0	0	0	0	93.6378	-62	0	0	
$2\omega^* + 2D - F + 3\ell$	0	0	0	0	86.4433	-57	0	0	
$2\omega^* - F + 2\ell$	0	0	0	0	85.1187	-56	0	0	
$2\omega^* + F + 3\ell$	0	0	0	0	-84.9226	56	0	0	
$2D - F - \ell$	0	0	0	0	62.9106	-41	0	0	
$\mathbf{x}_2$									
$\varphi_1$		$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
$\omega^* + D + \ell$	23448856.2674	-15692570	-727543	-9779	0	0	0	0	0
F	66507.3861	-44338	0	0	0	0	0	0	0





$3\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	-126.2468	84	0	0	20.5223	0	0	0
$\psi$	-119.1139	79	0	0	-8.8016	0	0	0
$\omega^* - D + 3\ell$	-109.5100	73	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* - F + 2\ell$	106.0245	-70	0	0	0	0	0	0
$3\omega^* + D + 5\ell$	-98.5724	65	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + 2D - F + \ell$	-93.6819	62	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + F + 3\ell$	-86.9127	57	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + 2D - F + 3\ell$	86.0623	-57	0	0	0	0	0	0
$F + \ell'$	70.1733	-46	0	0	0	0	0	0
$F - \ell'$	-66.2919	44	0	0	0	0	0	0
$2D - F - \ell'$	64.1928	-42	0	0	0	0	0	0

$\Sigma_{\varepsilon}$

	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
$\varphi_1$								
F	726494.5032	-484329	46897178	-303	0	0	0	0
$\omega^* + D + \ell$	-367660.3813	245106	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D + \ell$	-6081.1262	4054	0	0	0	0	0	0
$2\omega^* + 2D - F + 2\ell$	2149.8425	-1433	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D + 2\ell$	1844.8540	-1229	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D - 2F + \ell$	-1799.3963	1199	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D$	-1729.1650	1152	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D + 2\ell$	-1339.1617	892	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D$	574.0342	-382	0	0	0	0	0	0
F - $\ell$	-454.8726	303	-29334	-1091184	0	0	0	0



**DEMOS: Composantes de la vitesse**

$\mathbf{x}_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
$\varphi_1$												
$\varpi^* + D + \ell$	-116719753.045	-38906584	3620991	48670	0	0	0	0	0	0	0	0
F	-274419.644	-91460	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2\varpi^* + 2D - F + 2\ell$	274472.052	91511	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D + \ell + \ell$	-48677.506	-16229	1503	-116714258	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D - 2F + \ell$	27888.799	9293	3621451	-9	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D$	-22609.568	-7578	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D + 2\ell$	22664.240	7514	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$3\varpi^* + D + 3\ell$	13282.692	4382	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2\psi - \varpi^* - D - \ell$	-13590.022	18354	0	0	0.0005	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* - D + \ell$	12853.324	4332	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2\psi - 3\varpi^* - 3D - 3\ell$	-8722.200	-42733	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0	0
$2\varpi^* + 2D + 2\ell$	0	0	0	0	3936.455	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D + F + \ell$	0	0	0	0	-3821.615	0	0	0	0	0	0	0
$3\varpi^* + D + 4\ell$	2908.069	955	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* - D + 2\ell$	2765.881	939	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2\varpi^* + F + 2\ell$	1948.621	642	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D - \ell$	-1579.820	-534	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* + D + 3\ell$	1582.369	522	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2D - F	-1432.710	-486	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varpi^* - D$	-1256.720	-424	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$3\omega^* + D + 2\ell$	-1272.311	-422	0	0	0	0	0	0	0	0
$3\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	1062.989	-1964	0	0	0	-172.796	0	0	0	0
$3\omega^* + 3D - 2F + 3\ell$	-737.024	-249	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi$	729.627	-483	0	0	0	53.914	0	0	0	0
$F + \ell$	-625.045	-209	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi - 2\omega^* - 2D - 2\ell$	602.052	1166	0	0	0	44.436	0	0	0	0
$F - \ell$	588.726	202	0	0	0	0	0	0	0	0

$X_2$

$\Phi_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
$\omega^* + D + \ell$	0	0	0	0	116705290.520	38901767	-3620991	-48670
F	0	0	0	0	331029.222	110323	0	0
$2\omega^* + 2D - F + 2\ell$	0	0	0	0	-274338.243	-91466	0	0
$\omega^* + D + \ell + \ell$	0	0	0	0	48671.381	16233	-1503	116714258
$\omega^* + D - 2F + \ell$	0	0	0	0	-28133.827	-9374	-3621451	9
$\omega^* + D + 2\ell$	0	0	0	0	-22509.655	-7465	0	0
$\omega^* + D$	0	0	0	0	22487.130	7540	0	0
$\omega^* - D + \ell$	0	0	0	0	14098.635	4753	0	0
$2\psi - \omega^* - D - \ell$	0.005	0	0	0	13587.990	-18353	0	0
$3\omega^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	-13256.232	-4370	0	0
$2\psi - 3\omega^* - 3D - 3\ell$	-0.005	0	0	0	-8721.107	-42727	0	0
$2\omega^* + 2D + 2\ell$	3935.958	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* + D + F + \ell$	-3819.230	0	0	0	0	0	0	0
$\omega^* - D + 2\ell$	0	0	0	0	3132.818	1066	0	0

$3\varpi^* + D + 4\ell$	0	0	0	0	-2902.236	-954	0	0
$2\varpi^* + F + 2\ell$	0	0	0	0	-1994.620	-658	0	0
$\varpi^* + D - \ell$	0	0	0	0	1571.592	531	0	0
$\varpi^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	-1571.308	-521	0	0
2D - F	0	0	0	0	1461.654	495	0	0
$\varpi^* - D$	0	0	0	0	-1337.837	-451	0	0
$3\varpi^* + D + 2\ell$	0	0	0	0	1269.934	424	0	0
$3\psi - 2\varpi^* - 2D - 2\ell$	-172.770	0	0	0	-1062.825	1963	0	0
$3\varpi^* + 3D - 2F + 3\ell$	0	0	0	0	736.525	248	0	0
$\psi$	53.903	0	0	0	-729.480	483	0	0
$\psi - 2\varpi^* - 2D - 2\ell$	-44.428	0	0	0	601.943	1166	0	0
$\varpi^* - D + 3\ell$	0	0	0	0	541.026	184	0	0
$2\varpi^* - F + 2\ell$	0	0	0	0	-525.780	-180	0	0

$X_3$

$\varphi_1$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$	$R_0^{(k)}$	$R_1^{(k)}$	$R_2^{(k)}$	$R_3^{(k)}$
F	0	0	0	0	3616003.041	1205108	233422741	-1508
$\varpi^* + D + \ell$	0	0	0	0	-1829850.937	-609954	0	0
$\varpi^* - D + \ell$	0	0	0	0	30154.613	10163	0	0
$2\varpi^* + 2D - F + \ell$	0	0	0	0	10699.117	3568	0	0
$\varpi^* + D + 2\ell$	0	0	0	0	9198.737	3053	0	0
$\varpi^* + D - 2F + \ell$	0	0	0	0	8956.758	2987	0	0
$\varpi^* + D$	0	0	0	0	-8590.264	-2883	0	0
$\varpi^* - D + 2\ell$	0	0	0	0	6628.283	2250	0	0

$\omega^* - D$	0	0	0	0	-2851.726	-959	0	0
$2D - F$	0	0	0	0	2070.500	699	0	0
$3\omega^* + D + 3\ell$	0	0	0	0	1666.741	551	0	0
$\omega^* - D + 3\ell$	0	0	0	0	1130.103	387	0	0
$F + \ell$	0	0	0	0	1506.429	511	97330	3620558
$\omega^* + D + \ell + \ell'$	0	0	0	0	-766.867	-259	0	0
$\omega^* + D + 3\ell'$	0	0	0	0	631.072	209	0	0
$\omega^* + D - \ell'$	0	0	0	0	-609.935	-205	0	0

Le repère est MMED. Les composantes sont exprimées en m/j. La formulation est donnée en (2).





**APPENDICE II**

**Programme**



```

C      *****MAIN*****
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION X(3),V(3)
      WRITE(*,*)' *****'
      WRITE(*,*)' * COPYRIGHT BUREAU DES LONGITUDES *'
      WRITE(*,*)' * COMPUTATION OF AN EPHEMERIS OF PHOBOS FROM *'
      WRITE(*,*)' * A LOW PRECISION VERSION OF ESAPHO. *'
      WRITE(*,*)' * VERSION 1.1 *'
      WRITE(*,*)' * THE ORBITAL PARAMETERS ARE DERIVED FROM A FIT *'
      WRITE(*,*)' * OF THE SAME VERSION OF ESAPHO ON VIKING AND *'
      WRITE(*,*)' * MARINER OBSERVATIONS AND ON THE ESOC SET OF *'
      WRITE(*,*)' * GROUND-BASED OBSERVATIONS COVERING THE TIME *'
      WRITE(*,*)' * SPAN (1877-1982). *'
      WRITE(*,*)' * AUTHOR : M. CHAPRONT-TOUZE *'
      WRITE(*,*)' *****'
      WRITE(*,*)' *****'
      WRITE(*,*)' * INPUT : DATE IN EPHEMERIS TIME (AN ITERATIVE *'
      WRITE(*,*)' * PROCESS IS POSSIBLE). DATES PRIOR TO *'
      WRITE(*,*)' * 1877 ARE NOT ALLOWED *'
      WRITE(*,*)' * OUTPUT : GEOMETRIC POSITION AND VELOCITY OF *'
      WRITE(*,*)' * PHOBOS IN THE AREOCENTRIC EME50 SYSTEM *'
      WRITE(*,*)' *****'
12     WRITE(*,*)' SELECTION OF (ET) DATE FORMAT '
      WRITE(*,*)' 1 : JULIAN DATE XXXXXXXX.XXXXX '
      WRITE(*,*)' 2 : CIVIL DATE YYYYMMDD.DDDDD '
      WRITE(*,*)' * ENTER THE SELECTION NUMBER '
      READ(*,*) I1
      IF(I1.NE.1.AND.I1.NE.2) THEN
      WRITE(*,*)' WRONG SELECTION '
      WRITE(*,*)' 1 : RETURN TO PRIOR MENU '
      WRITE(*,*)' 2 : END OF COMPUTATION '
      WRITE(*,*)' * ENTER THE SELECTION NUMBER '
      READ(*,*) IS
      IF(IS.EQ.1) THEN
      GO TO 12
      ELSE
      STOP
      ENDIF
      ENDIF
13     WRITE(*,*)' SELECTION OF THE NUMBER OF DATES '
      WRITE(*,*)' 1 : FOR ONE GIVEN DATE '
      WRITE(*,*)' 2 : FOR SEVERAL DATES '
      WRITE(*,*)' FROM A GIVEN DATE '
      WRITE(*,*)' WITH A GIVEN STEPLENGTH '
      WRITE(*,*)' WITH A GIVEN NUMBER OF STEPS '
      WRITE(*,*)' * ENTER THE SELECTION NUMBER '
      READ(*,*) I2
      IF(I2.NE.1.AND.I2.NE.2) THEN
      WRITE(*,*)' WRONG SELECTION '
      WRITE(*,*)' 1 : RETURN TO PRIOR MENU '
      WRITE(*,*)' 2 : END OF COMPUTATION '
      WRITE(*,*)' * ENTER THE SELECTION NUMBER '
      READ(*,*) IS
      IF(IS.EQ.1) THEN
      GO TO 13
      ELSE
      STOP
      ENDIF

```

```

ENDIF
14 WRITE(*,*)' * ENTER THE DATE (OR STARTING DATE)
READ(*,*) DATE
IF(I1.EQ.2) THEN
CALL GJ (DATE,TJJ,*1)
ELSE
IF (DATE-2406620.5D0) 1,2,2
2 TJJ=DATE
ENDIF
IF (I2.EQ.2) THEN
WRITE(*,*)' * ENTER THE STEPLENGTH IN DECIMAL DAYS
READ(*,*) PAS
WRITE(*,*)' * ENTER THE NUMBER OF STEPS (INTEGER)
READ(*,*) NPAS
ELSE
PAS=0
NPAS=1
ENDIF
WRITE(*,2000)
DO 3 I=1,NPAS
CALL EPHOB(TJJ,X,V)
IF (I1.EQ.2) THEN
CALL JG(TJJ,DATE)
ELSE
DATE=TJJ
ENDIF
WRITE(*,3000) DATE,X,V
TJJ=TJJ+PAS
IF (TJJ-2406620.5D0) 1,3,3
3 CONTINUE
4 WRITE(*,*)' DO YOU WANT TO STOP
WRITE(*,*)' 1 : END OF COMPUTATION
WRITE(*,*)' OR DO YOU WANT TO COME BACK TO THE LEVEL :
WRITE(*,*)' 2 : SELECTION OF THE DATE FORMAT
WRITE(*,*)' 3 : SELECTION OF THE NUMBER OF DATES
WRITE(*,*)' 4 : SELECTION OF THE DATE
WRITE(*,*)' * ENTER THE SELECTION NUMBER
READ(*,*) I3
GO TO (11,12,13,14),I3
11 STOP
1 WRITE(*,*)' ERRONEOUS DATE OR DATE PRIOR TO 1877
GO TO 4
2000 FORMAT(6X,'DATE',15X,'POSITION (KM)',19X,'VELOCITY (KM/S)')
3000 FORMAT(1X,F14.5,3(2X,F9.3),3(2X,F9.6))
STOP
END
SUBROUTINE EPHOB (DJ,X,V)
C *****
C * CALCUL D'UNE EPHEMERIDE DE PHOBOS DANS LE REPERE EME50
C * EN ENTREE : DATE JULIENNE DJ
C * EN SORTIE : VECTEUR POSITION X(3) ET VECTEUR VITESSE V(3)
C *****
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION X(3),V(3),XP(3),VP(3),C(3,3)
DATA KLE/1/
DATA D2000/2451545.0D0/
IF(KLE.EQ.1) THEN
CALL LEC

```

```

KLE=2
ENDIF
T=DJ-D2000
CALL CAL(T,XP,VP)
CALL REF(T,C)
DO 1 I=1,3
W=0
WP=0
DO 2 K=1,3
W=W+C(I,K)*XP(K)
2 WP=WP+C(I,K)*VP(K)
X(I)=W
1 V(I)=WP/86400.DO
RETURN
END
SUBROUTINE LEC
C *****
C * LECTURE DES SERIES ESAPHO. INTRODUCTION DES CONSTANTES *
C * NOUVELLES DANS LES MOYENS MOUVEMENTS ET LES COEFFICIENTS. *
C * TRANSFORMATION DES ARGUMENTS EN FONCTIONS DU TEMPS *
C *****
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
PARAMETER(ID=27, IDV=32)
DIMENSION FID(5), FIF(5), FIL(5), FIPI(5), F(6),
1 A0(6), AI(6), PF(6), AL(3)
DIMENSION NB(3), NBV(3), IAR(6), IC1(4), IC2(4)
DIMENSION ARG(ID,3), FREQ(ID,3), CS(ID,3), CC(ID,3),
1 FREQ2(ID,3), ARGV(IDV,3), FREQV(IDV,3), CVS(IDV,3), CVC(IDV,3),
2 FREV2(IDV,3)
CHARACTER X1(18)*57, X2(18)*57, X3(10)*57, Y1(18)*51,
1 Y2(18)*51, Y3(10)*51, V1(18)*61, V2(18)*61, V3(12)*61,
2 W1(18)*56, W2(18)*56, W3(12)*56,
3 X1P(9)*57, X2P(9)*57, Y1P(9)*51, Y2P(9)*51,
4 V1P(14)*61, V2P(14)*61, W1P(14)*56, W2P(14)*56,
5 X(27,3)*57, V(32,3)*61, Y(27,3)*51, W(32,3)*56
EQUIVALENCE (X(1,1), X1(1)), (Y(1,1), Y1(1)), (X(19,1), X1P(1)),
1 (Y(19,1), Y1P(1)), (X(1,2), X2(1)), (Y(1,2), Y2(1)),
2 (X(19,2), X2P(1)), (Y(19,2), Y2P(1)),
3 (X(1,3), X3(1)), (Y(1,3), Y3(1)), (V(1,1), V1(1)),
4 (W(1,1), W1(1)), (V(19,1), V1P(1)), (W(19,1), W1P(1)),
5 (V(1,2), V2(1)), (W(1,2), W2(1)), (V(19,2), V2P(1)),
6 (W(19,2), W2P(1)), (V(1,3), V3(1)), (W(1,3), W3(1))
COMMON/EP5/ARG, FREQ, CS, CC, FREQ2, ARGV, FREQV, CVS, CVC, FREV2
COMMON/EP4/NB, NBV
COMMON/EP1/DNU, DGAM, DE, AL
COMMON/EP3/PSIO, PIPET, ALM, DP
COMMON/EP2/ACCEP, DNHP, DNPIP
C *****
C * COEFFICIENTS ESAPHO *
C *****
DATA X1/
1' 0 1 1 0 0 1 9372991.9756-6247057 -181222 -140805',
2' 0 1 1 0 -1 1 -210991.0229 140430 4098-14066059',
3' 0 1 1 0 1 1 70361.4467 -46804 -1370 4689174',
4' 0 1 -1 0 1 1 -970.2930 -9509 752 -64574',
5' 0 1 1 -2 0 1 873.8556 -582 180963 -13',
6' 0 1 1 -1 0 1 0.0000 0 0 0',
7' 0 1 1 0 2 1 791.9808 -526 -15 105574',

```

8'	0	1	1	0	0	0	448.5114	-754	-9	-8'
9'	0	1	1	0	0	2	-448.4011	754	10	6'
1'	0	2	2	-1	0	3	-326.7607	-7995	-32964	-90'
2'	0	1	3	0	-1	1	324.0074	3139	-250	21398'
3'	0	0	0	1	0	-1	315.6013	7898	31815	87'
4'	0	1	-1	0	0	1	289.6238	-451	-1	319'
5'	0	3	1	0	0	3	-288.9041	480	30	4'
6'	0	1	1	0	-2	1	265.2220	-175	-5	35366'
7'	0	1	1	1	0	1	-0.0058	0	0	0'
8'	0	2	2	-1	0	2	-144.5293	591	-15329	10'
9'	0	0	0	1	0	0	144.4057	-592	15314	-8'/'
DATA X1P/										
1'	2	-3	-3	0	0	-3	117.0670	-90	-6	-3'
2'	2	-1	-1	0	0	-1	-89.5280	397	26	1'
3'	1	0	0	0	0	0	86.9834	307	-25	13'
4'	0	1	3	0	-2	1	-82.3961	-1940	62	-10809'
5'	0	1	-1	0	1	2	-79.1722	-99	16	-5280'
6'	0	1	-1	0	2	1	72.6076	1845	-55	9510'
7'	0	3	1	0	0	4	-63.2560	103	0	0'
8'	0	1	-1	0	0	2	62.8875	-101	6	26'
9'	1	-2	-2	0	0	-2	-51.7171	-183	15	2'/'
DATA X2/										
1'	0	1	1	0	0	1	9372992.3416	-6247058	-181236	-140791'
2'	0	1	1	0	-1	1	-211031.5150	140592	4090	-14068768'
3'	0	1	1	0	1	1	70361.4463	-46804	-1370	4689174'
4'	0	1	-1	0	1	1	-980.1755	-9494	752	-65240'
5'	0	1	1	-2	0	1	874.2215	-583	181040	-13'
6'	0	1	1	-1	0	1	0.0000	0	0	0'
7'	0	1	1	0	2	1	791.9808	-526	-15	105574'
8'	0	1	1	0	0	0	448.5885	-755	-9	-4'
9'	0	1	1	0	0	2	-448.1873	755	5	6'
1'	0	2	2	-1	0	3	-326.7609	-7995	-32964	-90'
2'	0	1	3	0	-1	1	324.0074	3139	-250	21398'
3'	0	0	0	1	0	-1	317.4820	7893	32010	87'
4'	0	3	1	0	0	3	-288.8736	480	31	4'
5'	0	1	-1	0	0	1	-288.7630	510	59	328'
6'	0	1	1	1	0	1	-0.0058	0	0	0'
7'	0	1	1	0	-2	1	264.0031	-174	-5	35204'
8'	0	0	0	1	0	0	173.0304	-710	18389	-14'
9'	0	2	2	-1	0	2	-144.5289	591	-15329	10'/'
DATA X2P/										
1'	2	-3	-3	0	0	-3	-117.0670	90	6	3'
2'	2	-1	-1	0	0	-1	-89.5279	397	26	1'
3'	1	0	0	0	0	0	86.9835	307	-25	13'
4'	0	1	3	0	-2	1	-82.3956	-1940	62	-10809'
5'	0	1	-1	0	1	2	-81.3238	-96	16	-5426'
6'	0	1	-1	0	2	1	72.6483	1845	-55	9516'
7'	0	1	-1	0	0	2	-63.8267	106	8	26'
8'	0	3	1	0	0	4	-63.2563	103	0	0'
9'	1	-2	-2	0	0	-2	51.7171	183	-15	-2'/'
DATA X3/										
1'	0	0	0	1	0	0	181017.8207	-120692	18741486	-2723'
2'	0	0	0	1	-1	0	-4077.2629	2713	-422134	-271818'
3'	0	1	1	0	0	1	-1481.2817	6135	-651	114'
4'	0	0	0	1	1	0	1360.2586	-903	140832	90654'
5'	0	1	1	0	0	2	1054.3326	10180	-1477	293'
6'	0	1	-1	0	0	1	-457.2263	1074	-94	14'
7'	0	0	0	0	1	0	0.0074	0	0	0'

8'	0	1	-1	0	0	2	-110.8858	239	-19	2'
9'	0	1	1	0	0	0	-97.1704	265	-24	4'
1'	0	3	1	0	0	3	55.2317	0	-4	0'/
DATA V1/										
1'	0	1	1	0	0	1	-184667147.923	-61587324	3570444	2774147'
2'	0	1	1	0	-1	1	1606.495	2670	-278	107003'
3'	0	1	1	0	1	1	-2771993.617	-927369	53890	-184737001'
4'	0	1	1	-2	0	1	17230.055	5772	3568097	-255'
5'	0	1	1	0	2	1	-46798.873	-15701	884	-6238465'
6'	0	1	1	0	0	0	-8832.492	6011	177	157'
7'	0	1	1	0	0	2	8838.522	-6027	-197	-118'
8'	0	2	2	-1	0	3	6438.356	163962	649508	1773'
9'	0	1	3	0	-1	1	-12763.760	-136428	9848	-842940'
1'	0	0	0	1	0	-1	-6217.509	-161818	-626771	-1714'
2'	0	1	-1	0	0	1	5700.884	-3171	-19	6279'
3'	0	3	1	0	0	3	5697.288	-3773	-591	-78'
4'	0	1	1	0	-2	1	5221.378	1770	-97	696244'
5'	0	1	1	1	0	1	0.229	0	0	0'
6'	0	2	2	-1	0	2	2846.423	-8794	301896	-197'
7'	0	0	0	1	0	0	-2846.188	8820	-301833	157'
8'	2	-3	-3	0	0	-3	5485.491	2702	-281	-140'
9'	2	-1	-1	0	0	-1	-667.307	1195	193	7'/
DATA V1P/										
1'	1	0	0	0	0	0	-532.706	-1880	153	-79'
2'	0	1	3	0	-2	1	1623.120	39842	-1221	212926'
3'	0	1	-1	0	2	1	-1430.741	-37783	1083	-187395'
4'	0	3	1	0	0	4	1248.008	-785	0	0'
5'	0	1	-1	0	0	2	1237.287	-748	118	511'
6'	1	-2	-2	0	0	-2	-1721.139	-8128	499	66'
7'	0	1	1	0	0	-1	-617.237	405	0	0'
8'	0	1	1	0	0	3	616.876	-428	0	0'
9'	0	3	1	0	0	2	-543.548	343	0	39'
1'	0	1	-1	0	0	0	-540.379	345	-19	177'
2'	0	1	3	0	-1	0	-1054.707	-2316	196	-70261'
3'	0	2	0	1	0	2	517.078	-410	53482	0'
4'	3	-4	-4	0	0	-4	-845.723	-5333	60	302'
5'	0	1	1	0	3	1	-832.288	-280	0	-166394'/
DATA V2/										
1'	0	1	1	0	0	1	184667155.134	61587311	-3570720	-2773871'
2'	0	1	1	0	-1	1	-1606.803	-2670	278	-107023'
3'	0	1	1	0	1	1	2771993.601	927369	-53890	184737001'
4'	0	1	1	-2	0	1	-17237.270	-5759	-3569615	255'
5'	0	1	1	0	2	1	46798.873	15701	-884	6238465'
6'	0	1	1	0	0	0	8834.010	-6030	-177	-78'
7'	0	1	1	0	0	2	-8834.307	6051	98	118'
8'	0	2	2	-1	0	3	-6438.359	-163962	-649508	-1773'
9'	0	1	3	0	-1	1	12763.760	136428	-9848	842940'
1'	0	0	0	1	0	-1	6254.560	161756	630613	1714'
2'	0	3	1	0	0	3	-5696.686	3774	611	78'
3'	0	1	-1	0	0	1	5683.941	-4349	-1161	-6456'
4'	0	1	1	1	0	1	-0.229	0	0	0'
5'	0	1	1	0	-2	1	-5197.382	-1766	97	-693055'
6'	0	0	0	1	0	0	3410.371	-10581	362440	-275'
7'	0	2	2	-1	0	2	-2846.415	8794	-301896	197'
8'	2	-3	-3	0	0	-3	5485.491	2702	-281	-140'
9'	2	-1	-1	0	0	-1	667.306	-1195	-193	-7'/
DATA V2P/										
1'	1	0	0	0	0	0	532.706	1880	-153	79'

2'	0	1	3	0	-2	1	-1623.110	-39842	1221	-212926'
3'	0	1	-1	0	2	1	1431.543	37784	-1083	187513'
4'	0	1	-1	0	0	2	1255.765	-827	-157	-511'
5'	0	3	1	0	0	4	-1248.014	785	0	0'
6'	1	-2	-2	0	0	-2	-1721.139	-8128	499	66'
7'	0	1	1	0	0	-1	617.168	-405	0	0'
8'	0	1	1	0	0	3	-617.663	408	0	0'
9'	0	1	-1	0	0	0	-547.417	358	39	-118'
1'	0	3	1	0	0	2	543.495	-343	0	-39'
2'	0	2	0	1	0	2	-538.076	389	-55652	0'
3'	0	1	3	0	-1	0	1054.707	2316	-196	70261'
4'	3	-4	-4	0	0	-4	-845.723	-5333	60	302'
5'	0	1	1	0	3	1	832.288	280	0	166394'/

DATA V3/

1'	0	0	0	1	0	0	3567800.464	1190831369388343		-53586'
2'	0	1	1	0	0	1	-29184.285	91687	-12826	2246'
3'	0	0	0	1	1	0	53599.765	18017	5549359	3572140'
4'	0	1	1	0	0	2	20782.155	221432	-29113	5775'
5'	0	1	-1	0	0	1	8999.931	-12132	1850	-275'
6'	0	0	0	0	1	0	0.146	0	0	0'
7'	0	1	-1	0	0	2	2181.635	-2517	373	-39'
8'	0	1	1	0	0	0	-1913.567	3304	-472	78'
9'	0	3	1	0	0	3	1089.188	1088	-78	0'
1'	2	-2	-2	0	0	-2	13.355	19	0	0'
2'	0	1	-1	0	0	0	-664.567	1146	-177	19'
3'	0	0	0	1	2	0	905.431	314	93730	120442'/

DATA Y1/

1'		-0.0001	0	0	0	0				-56'
2'		-0.0002	0	0	0	0				1'
3'		0.0000	0	0	0	0				0'
4'		-0.0028	0	0	0	0				-11'
5'		0.0000	0	0	0	0				0'
6'		-794.4492	3	-76760	-34	0				0'
7'		0.0000	0	0	0	0				0'
8'		0.0011	0	0	0	0				-24'
9'		0.0011	0	0	0	0				23'
1'		0.0201	0	0	0	0				-78'
2'		-0.0009	0	0	0	0				3'
3'		0.0199	0	0	0	0				77'
4'		0.0001	0	0	0	0				-15'
5'		-0.0001	0	0	0	0				15'
6'		0.0000	0	0	0	0				0'
7'		-264.4599	1	-25560	16	0				0'
8'		-0.0079	0	0	0	0				-6956'
9'		-0.0104	0	0	0	0				6953'/

DATA Y1P/

1'		-0.0475	0	0	0	0				0'
2'		6.3708	0	0	0	0				0'
3'		-8.6457	-22	1	-1	0				0'
4'		0.0003	0	0	0	0				-1'
5'		0.0000	0	0	0	0				-1'
6'		0.0003	0	0	0	0				1'
7'		0.0000	0	0	0	0				2'
8'		0.0000	0	0	0	0				-2'
9'		4.9764	13	-1	0	0				0'/

DATA Y2/

1'		0.0001	0	0	0	0				-73'
2'		-0.0001	0	0	0	0				2'



3'	0.0000	0	0	0	0	0'
4'	0.0029	0	0	0	0	-11'
5'	0.0000	0	0	0	0	0'
6'	794.4491	-3	76760	34	0	0'
7'	0.0000	0	0	0	0	0'
8'	-0.0011	0	0	0	0	-25'
9'	-0.0011	0	0	0	0	35'
1'	-0.0201	0	0	0	0	-78'
2'	0.0009	0	0	0	0	3'
3'	-0.0199	0	0	0	0	77'
4'	0.0001	0	0	0	0	16'
5'	0.0000	0	0	0	0	10'
6'	264.4599	-1	25560	-16	0	0'
7'	0.0000	0	0	0	0	0'
8'	0.0079	0	0	0	0	8947'
9'	0.0079	0	0	0	0	-6956'/
DATA Y2P/						
1'	-0.0475	0	0	0	0	0'
2'	-6.3708	0	0	0	0	0'
3'	8.6457	22	-1	1	0	0'
4'	-0.0003	0	0	0	0	-1'
5'	0.0000	0	0	0	0	-1'
6'	-0.0003	0	0	0	0	1'
7'	0.0000	0	0	0	0	1'
8'	0.0000	0	0	0	0	2'
9'	4.9764	13	-1	0	0	0'/
DATA Y3/						
1'	0.0000	0	0	0	0	-3'
2'	0.0000	0	0	0	0	0'
3'	0.1294	0	0	0	0	-103296'
4'	0.0000	0	0	0	0	0'
5'	0.0184	0	0	0	0	106'
6'	0.0000	0	0	0	0	5'
7'	411.3091	0	-40	25602	0	0'
8'	0.0000	0	0	0	0	1'
9'	0.0000	0	0	0	0	-2'
1'	0.0000	0	0	0	0	2'/
DATA W1/						
1'	-0.002	0	0	0	0	1103'
2'	0.000	0	0	0	0	-37'
3'	0.000	0	0	0	0	-12'
4'	0.000	0	0	0	0	0'
5'	0.000	0	0	0	0	0'
6'	0.022	0	0	0	0	472'
7'	0.022	0	0	0	0	-453'
8'	0.396	0	0	0	0	1536'
9'	-0.035	0	0	0	0	-118'
1'	0.392	0	0	0	0	-1516'
2'	-0.002	0	0	0	0	-295'
3'	-0.002	0	0	0	0	-295'
4'	0.000	0	0	0	0	0'
5'	-10422.818	-10386	-1007363	630	0	0'
6'	-0.156	0	0	0	0	136994'
7'	-0.205	0	0	0	0	-137041'
8'	2.226	2	0	0	0	0'
9'	-47.485	-125	0	0	0	0'/
DATA W1P/						
1'	-52.948	-134	6	-6	0	0'

2'	0.006	0	0	0	0	19'
3'	0.006	0	0	0	0	-19'
4'	0.000	0	0	0	0	-39'
5'	0.000	0	0	0	0	-39'
6'	-165.614	-628	33	0	0	0'
7'	0.000	0	0	0	0	0'
8'	0.000	0	0	0	0	0'
9'	0.000	0	0	0	0	59'
1'	0.000	0	0	0	0	59'
2'	0.000	0	0	0	0	0'
3'	0.000	0	0	0	0	0'
4'	135.835	841	0	0	0	0'
5'	0.000	0	0	0	0	0'/
DATA W2/						
1'	-0.002	0	0	0	0	-1438'
2'	0.000	0	0	0	0	37'
3'	0.000	0	0	0	0	12'
4'	0.000	0	0	0	0	0'
5'	0.000	0	0	0	0	0'
6'	0.022	0	0	0	0	-492'
7'	0.022	0	0	0	0	689'
8'	0.396	0	0	0	0	-1536'
9'	-0.035	0	0	0	0	118'
1'	0.392	0	0	0	0	1516'
2'	-0.002	0	0	0	0	315'
3'	0.000	0	0	0	0	-196'
4'	-10422.818	-10386	-1007363	630	0	0'
5'	0.000	0	0	0	0	0'
6'	-0.156	0	0	0	0	176342'
7'	-0.156	0	0	0	0	-136994'
8'	-2.226	-2	0	0	0	0'
9'	-47.485	-125	0	0	0	0'/
DATA W2P/						
1'	-52.948	-134	6	-6	0	0'
2'	0.006	0	0	0	0	-19'
3'	0.006	0	0	0	0	19'
4'	0.000	0	0	0	0	-19'
5'	0.000	0	0	0	0	39'
6'	165.614	628	-33	0	0	0'
7'	0.000	0	0	0	0	0'
8'	0.000	0	0	0	0	0'
9'	0.000	0	0	0	0	39'
1'	0.000	0	0	0	0	-59'
2'	0.000	0	0	0	0	0'
3'	0.000	0	0	0	0	0'
4'	-135.835	-841	0	0	0	0'
5'	0.000	0	0	0	0	0'/
DATA W3/						
1'	0.000	0	0	0	0	-26'
2'	-2.549	-2	0	0	0	-2035142'
3'	0.000	0	0	0	0	0'
4'	-0.363	0	0	0	0	2089'
5'	0.000	0	0	0	0	-98'
6'	-8100.500	-8096	787	-504217	0	0'
7'	0.000	0	0	0	0	-19'
8'	0.000	0	0	0	0	-39'
9'	0.000	0	0	0	0	39'
1'	-1306.279	-1135	271	-108	0	0'

```

2'          0.000      0      0      0      0      0'
3'          0.000      0      0      0      0      0'/
C *****
C * ARGUMENTS EN J2000 *
C *****
AI(1)=PSIO
AI(2)=PIPET
AI(3)=AL(1)-PIPET-ALM
AI(4)=AL(1)-AL(2)
AI(5)=AL(1)-AL(3)
AI(6)=ALM
C *****
C * MOYENS MOUVEMENTS ESAPHO *
C *****
DATA FIPSI/350.8919885D0/
DATA FIPI/0.1754201D-4,0.D0,0.D0,0.D0,-0.1128844D-1/
DATA FID/1128.32022177545D0,1128.844260D0,0.D0,0.D0,0.1128844D-1/
DATA FIF/1129.28057541507D0,1129.8598065D0,-0.167362D-1,
1 0.260919D-1,0.1022410D-1/
DATA FIL/1128.40800736978D0,1127.8286297D0,0.671658D-1,
1 -0.261297D-1,0.1020994D-1/
DATA FILP/0.52402068254D0/
DATA FNU/1128.84426D0/
C *****
C * INTRODUCTION DES CONSTANTES NOUVELLES DANS LES MOYENS *
C * MOUVEMENTS ESAPHO *
C *****
DPN=DP*1.D5/FNU
DNUN=DNU/FNU
PF(1)=FIPSI
PF(2)=FIPI(1)+DPN*FIPI(5)
PF(3)=FID(1)+DNUN*FID(2)+DPN*FID(5)
PF(4)=FIF(1)+DNUN*FIF(2)+DGAM*FIF(3)+DE*FIF(4)+DPN*FIF(5)-DNHP
PF(5)=FIL(1)+DNUN*FIL(2)+DGAM*FIL(3)+DE*FIL(4)+DPN*FIL(5)-DNPIP
PF(6)=FILP
C *****
C * CONVERSION EN RADIANS *
C *****
DEG=3600.D0/206264.8062470964D0
DO 100 K=1,6
F(K)=PF(K)*DEG
100 AO(K)=AI(K)*DEG
C *****
C * LECTURE ET TRANSFORMATION DES SERIES POSITION ESAPHO. *
C *****
DO 1 I=1,3
JMAX=NB(I)
DO 2 J=1,JMAX
READ(X(J,I),1001)IAR,R1,(IC1(K),K=1,3)
READ(Y(J,I),1002)R2,IC2,IC1(4)
AW=0
FW=0
DO 3 K=1,6
AW=AW+IAR(K)*AO(K)
3 FW=FW+IAR(K)*F(K)
ARG(J,I)=AW
FREQ(J,I)=FW
FREQ2(J,I)=IAR(3)+IAR(4)+IAR(5)

```

```

R1=R1+IC1(1)*DNUN+IC1(2)*DGAM+IC1(3)*DE+IC1(4)*DPN
R2=R2+IC2(1)*DNUN+IC2(2)*DGAM+IC2(3)*DE+IC2(4)*DPN
IF(I.EQ.1) THEN
  CS(J,I)=R2*1.D-3
  CC(J,I)=R1*1.D-3
ELSE
  CS(J,I)=R1*1.D-3
  CC(J,I)=R2*1.D-3
ENDIF
2  CONTINUE
1  CONTINUE
1001 FORMAT(6I3,F13.4,I8,2I9)
1002 FORMAT(F14.4,4I6,I13)
C  *****
C  * LECTURE ET TRANSFORMATION DES SERIES VITESSE ESAPHO. *
C  *****
DO 11 I=1,3
  JMAX=NBV(I)
  DO 12 J=1,JMAX
    READ(V(J,I),2001) IAR,R1,(IC1(K),K=1,3)
    READ(W(J,I),2002) R2,IC2,IC1(4)
    AW=0
    FW=0
    DO 13 K=1,6
      AW=AW+IAR(K)*A0(K)
13  FW=FW+IAR(K)*F(K)
      ARGV(J,I)=AW
      FREQV(J,I)=FW
      FREV2(J,I)=IAR(3)+IAR(4)+IAR(5)
      R1=R1+IC1(1)*DNUN+IC1(2)*DGAM+IC1(3)*DE+IC1(4)*DPN
      R2=R2+IC2(1)*DNUN+IC2(2)*DGAM+IC2(3)*DE+IC2(4)*DPN
      IF(I.NE.1) THEN
        CVS(J,I)=R2*1.D-3
        CVC(J,I)=R1*1.D-3
      ELSE
        CVS(J,I)=R1*1.D-3
        CVC(J,I)=R2*1.D-3
      ENDIF
12  CONTINUE
11  CONTINUE
2001 FORMAT(6I3,F14.3,I10,I9,I10)
2002 FORMAT(F15.3,I6,I8,I7,I6,I14)
RETURN
END
SUBROUTINE CAL(T,X,V)
C  *****
C  * CALCUL DES VECTEURS POSITION X ET VITESSE AU TEMPS T *
C  * T EST MESURE EN JOURS DEPUIS J2000 *
C  *****
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
PARAMETER (ID=27, IDV=32)
DIMENSION X(3),V(3)
DIMENSION NB(3),NBV(3)
DIMENSION ARG(ID,3),FREQ(ID,3),CS(ID,3),CC(ID,3),
1  FREQ2(ID,3),ARGV(IDV,3),FREQV(IDV,3),CVS(IDV,3),CVC(IDV,3),
2  FREV2(IDV,3)
COMMON/EP5/ARG,FREQ,CS,CC,FREQ2,
1  ARGV,FREQV,CVS,CVC,FREV2

```

```

COMMON/EP4/NB,NBV
COMMON/EP2/ACCEP,DNHP,DNPIP
DEG=3600.D0/206264.8062470964D0
T2=T*T*ACCEP*DEG
DO 1 I=1,3
JMAX=NB(I)
XW=0
DO 3 J=1,JMAX
A=ARG(J,I)+FREQ(J,I)*T+FREQ2(J,I)*T2
SA=SIN(A)
CA=COS(A)
XW=XW+CS(J,I)*SA+CC(J,I)*CA
3 CONTINUE
X(I)=XW
1 CONTINUE
DO 11 I=1,3
JMAX=NBV(I)
XW=0
DO 13 J=1,JMAX
A=ARGV(J,I)+FREQV(J,I)*T+FREV2(J,I)*T2
SA=SIN(A)
CA=COS(A)
XW=XW+CVS(J,I)*SA+CVC(J,I)*CA
13 CONTINUE
V(I)=XW
11 CONTINUE
RETURN
END
BLOCK DATA
C *****
C * DESCRIPTION DES COMMONS *
C * EP1 : DNU(DEG/JOUR), DGAM = DE CORRECTIONS AUX ELEMENTS *
C * MOYENS METRIQUES DE LA THEORIE *
C * LG, H, PI (EN DEG)= LONGITUDE MOYENNE, LONGITUDES *
C * DU NOEUD ET DU PERICENTRE EN J2000 *
C * EP2 : TERME EN T**2 DE LA LONGITUDE MOYENNE, CORRECTIONS *
C * AUX MOYENS MOUVEMENTS CALCULES DU NOEUD ET DU *
C * PERICENTRE *
C * EP3 : ANGLES DONNANT LA POSITION DE MARS EN DEG, CORRECTION *
C * A LA PRECESSION DE MARS EN DEG/JOUR *
C * EP4 : NOMBRE DE TERMES DANS LES SERIES POSITION ET VITESSE *
C *****
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION NB(3),NBV(3),PM(3),AL(3)
COMMON/EP1/PM,AL
COMMON/EP2/ACCEP,DNHP,DNPIP
COMMON/EP3/PSI0,PIPET,ALM,DP
COMMON/EP4/NB,NBV
DATA NB/27,27,10/
DATA NBV/32,32,12/
DATA PSI0/208.5619316D0/
DATA PIPET/71.005323176D0/
DATA ALM/19.3730407D0/
DATA DP/-0.181103D-6/
DATA PM/0.52032093D-3,-0.45048739D-3,-0.19552939D-3/
DATA AL/172.05544D0,122.95205D0,338.02396D0/
DATA ACCEP/0.10021576D-7/
DATA DNHP/0.14677937D-3/

```

```

DATA DNPIP/-0.15602140D-2/
END
SUBROUTINE REF(T,C)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION AR(3,3),AM(3,3),G(3,3),C(3,3),D(3,3)
DATA G/ 0.999925674124D0,-0.011181963465D0,-0.004859004081D0,
2      0.012192051720D0, 0.917413967951D0, 0.397747363640D0,
3      0.000010121726D0,-0.397777041948D0, 0.917482111431D0/
TM=T/365250.D0
RAD=1.D0/206264.8062470964D0
DEG=3600*RAD
AH=178409.13618D0*RAD+TM*(-0.5149158068948755D-1
1 +TM*(-0.1117775392103901D-2-0.3427183852553758D-4*TM) )
GAM=0.1614120767052974D-1+TM*(-0.710928404247926D-3
1 +TM*(-0.1968131454406586D-4-0.2505007528551377D-6*TM) )
TET=(35.496817571D0+2.507593D-6*T)*DEG
CSH=COS(AH)
SNH=SIN(AH)
CST=COS(TET)
SNT=SIN(TET)
CSTH=CSH*CST-SNH*SNT
SNTH=SNT*CSH+SNH*CST
GM2=GAM*GAM
RAC=SQRT(1-GM2)
GM2=2*GM2
AM(1,1)=CSTH+GM2*SNH*SNT
AM(1,2)=-SNTH+GM2*SNH*CST
AM(2,1)=SNTH-GM2*CSH*SNT
AM(2,2)=CSTH-GM2*CSH*CST
COEF=2*GAM*RAC
AM(1,3)=COEF*SNH
AM(2,3)=-COEF*CSH
AM(3,1)=COEF*SNT
AM(3,2)=COEF*CST
AM(3,3)=1-GM2
Q=(25.192028020D0+3.269878D-7*T)*DEG
CSQ=COS(Q)
SNQ=SIN(Q)
AR(1,1)=1
DO 1 I=2,3
AR(1,I)=0
1 AR(I,1)=0
AR(2,2)=CSQ
AR(2,3)=-SNQ
AR(3,2)=SNQ
AR(3,3)=CSQ
DO 7 I=1,3
DO 2 J=1,3
W=0
DO 3 K=1,3
3 W=W+AM(I,K)*AR(K,J)
2 D(I,J)=W
7 CONTINUE
DO 4 I=1,3
DO 5 J=1,3
W=0
DO 6 K=1,3
6 W=W+G(I,K)*D(K,J)

```