

ISSN 1243-4272
ISBN 2-910015-15-7

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES
DU BUREAU DES LONGITUDES*

S055

**NOUVELLES EXPRESSIONS DES TERMES SÉCULAIRES DANS
*LUNAR TABLES AND PROGRAMS FROM 4000 B.C. TO A.D. 8000***

J. Chapront, M. Chapront-Touzé et G. Francou

*Service des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des Longitudes
URA 707
77, avenue Denfert-Rochereau
F-75014 Paris*

Décembre 1997



New expressions of the secular terms in *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000* (summary)

It is possible to update the *Lunar tables* by changing only secular terms and, for dates in UT from 1600 to 1954, by adding a polynomial correction to the differences ET-UT. The leading changes arise from corrections to the values of the sidereal mean motion and tidal secular acceleration of the Moon and precession constant.

In sect. 2, we quote the secular terms of the *Lunar tables* which need to be changed :

- Lunar mean longitude referred to the mean equinox of date in formula (6), page 10 of the *Lunar tables*, and in λ page 27: formula [1] of this note.
- Mean longitudes of perigee and node, page 27 : formulae [2] and [3] of this note.
- Constant terms in distance R , formula (8) page 10, and in a , page 26: sect. 2.3 of this note.
- Constant terms in e and γ , page 27: sect. 2.4 of this note.
- Mean obliquity, page 17: formula [4] of this note.
- Formulae (1) and (2), page 6, for the passage from UT to ET.

In sect. 3, we propose new expressions of the secular terms quoted in sect. 2, which are derived from a fit of ELP to the numerical integration DE403 of the Jet Propulsion Laboratory. Formula [8], which replaces [1], involves the correction Δp to the IAU 1976 value of the precession constant. Formula [9] replaces [1] when it is necessary to keep the conventional value of the precession constant unchanged, especially when the lunar ephemeris is used simultaneously with solar and planetary ephemerides (Mercury, Venus, the Earth and Mars only) from *Planetary programs and tables from -4000 to +2800*. For the other planets and stars, [8] must be used. Formulae [10] and [11] replace [2] and [3], compatibly with [8] ; formulae [12] and [13] replace [2] and [3], compatibly with [9]. New values of the constant terms in R and in a are given in sect. 3.3. A new value of the constant terms in γ is given in sect. 3.4. The constant term in e does not change. Formula [14] replaces [4]. Formulae [15] and [16] replace (1) and (2), page 6 of the *Lunar tables*. Formula [17] gives the correction to be added to the values of Table 1, page 7, for dates from 1600 to 1954.

In sect. 4, we propose new expressions of the secular terms quoted in sect. 2, which are derived from a fit of ELP to the LLR observations from 1972 to 1996. These expressions are

1. Introduction

Depuis la publication des *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000* (Chapront-Touzé et Chapront, 1991), des changements dans les éléments moyens de la Lune rapportés à l'écliptique et l'équinoxe moyens de la date sont intervenus. Ils proviennent, principalement, de l'amélioration des valeurs de l'accélération séculaire de la Lune due aux marées et du moyen mouvement sidéral de la Lune, grâce à un plus grand étalement dans le temps des observations du laser-Lune, et de l'amélioration de la valeur de la constante de la précession.

L'amélioration des moyens mouvements sidéraux de la Lune et du barycentre Terre-Lune et, à un degré moindre, des excentricités et de l'inclinaison de l'orbite lunaire, entraîne des corrections aux coefficients des séries, mais elles peuvent être négligées à la précision considérée dans les *Lunar tables* (0".5 au maximum). On pourra négliger également les corrections aux polynômes du temps intervenant à l'intérieur des fonctions trigonométriques.

La modification de la valeur adoptée pour l'accélération séculaire de la Lune due aux marées entraîne celle des différences ET-UT dans la mesure où ces valeurs sont basées sur un Temps des éphémérides déterminé à partir de l'éphéméride de la Lune c'est-à-dire jusqu'en 1954. Toutefois, les corrections s'expriment simplement sous forme d'un polynôme du second degré du temps, qu'il est possible, pour les époques les plus anciennes, d'ajouter aux expressions données dans les *Lunar tables*. Il faut d'ailleurs noter que, la valeur de l'accélération séculaire due aux marées s'étant considérablement rapprochée de la détermination de Morrison et Ward (1975), les valeurs corrigées de ET-UT seront beaucoup plus près des valeurs originales de Stephenson et Morrison (1984), basées sur cette détermination.

Il est donc possible de réactualiser très simplement les *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000* en remplaçant uniquement les expressions des termes séculaires (polynômes du temps) et, pour les dates en Temps universel comprises entre 1600 et 1955, en ajoutant une correction donnée par une formule simple aux différences ET-UT.

Dans le chapitre 2, nous donnons une brève description des termes séculaires des *Lunar tables*, avec leur origine¹. Dans les chapitres 3 et 4, nous proposons deux systèmes de corrections au

¹ Les numéros des formules des *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000* sont entre parenthèses, ceux de la présente note sont entre crochets.

2. Les expressions des termes séculaires figurant dans les *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000*

2.1 Longitude moyenne de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date

La première ligne de la formule (6), page 10 :

$$V = 218.31665 + 481267.88134t - 13.268 \cdot 10^{-4} t^2 + 1.856 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.534 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [1]$$

représente la partie séculaire de la longitude moyenne de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date, exprimée en degrés, expression que l'on retrouve dans la longitude moyenne λ (avant dernière ligne de la page 27) pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe. Elle correspond à la valeur $\dot{n} = -23.8946$ "/siècle² de l'accélération séculaire de la Lune due aux marées et est basée sur des éléments orbitaux issus d'un ajustement de la solution ELP sur l'intégration numérique DE200 du Jet Propulsion Laboratory. Par ailleurs elle utilise l'expression de la précession générale en longitude de Laskar (1986) avec la valeur UAI 1976 de la constante de la précession ($p = 5029.0966$ "/siècle).

Rappelons que t est le temps, dans l'échelle Temps des éphémérides ET ou dans l'échelle TDT (maintenant appelée Temps terrestre TT), compté à partir de J2000.0.

2.2 Longitudes moyennes du périégée et du nœud rapportées à l'équinoxe moyen de la date

Les parties séculaires de la longitude du périégée :

$$\varpi = 83.353 + 4069.0137t - 103.238 \cdot 10^{-4} t^2 - 12.492 \cdot 10^{-6} t^3 + 5.263 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [2]$$

et de la longitude du nœud ascendant :

$$\Omega = 125.0446 - 1934.13618t + 20.762 \cdot 10^{-4} t^2 + 2.139 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.650 \cdot 10^{-8} t^4, \quad [3]$$

rapportées à l'équinoxe moyen de la date et exprimées en degrés, sont données page 27, pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe. Elles sont basées sur les éléments orbitaux issus du même ajustement de la solution ELP sur l'intégration numérique DE200 et utilisent la valeur UAI 1976 de la constante de la précession, mais elles dépendent peu des effets de marées.

$$\delta(\Delta T)_{SM} = -0.4 - 1.7t - 1.9t^2. \quad [5]$$

Les valeurs de la table 1, page 7, ont été obtenues à partir des valeurs de Stephenson et Morrison (1984), avec addition de la même correction [5] pour les dates comprises entre 1600 et 1954, et sans modification à partir de 1955 (depuis 1955, le Temps des éphémérides n'était plus déterminé à partir de l'éphéméride de la Lune, mais à partir du temps atomique).

La correction [5] est issue de la formule générale (*Astronomical Almanac*, 1991) :

$$\delta(\Delta T) = -0.000091(\dot{n}' - \dot{n})(\text{année} - 1955)^2 \quad [6]$$

qui s'écrit, avec nos notations :

$$\delta(\Delta T) = (\dot{n}' - \dot{n})(-0.18 - 0.82t - 0.91t^2), \quad [7]$$

où \dot{n} est l'ancienne valeur de l'accélération séculaire (-26 "/siècle² pour les formules originales de Stephenson et Morrison) et \dot{n}' la nouvelle (-23.8946 "/siècle² pour les *Lunar tables*). Cette formule suppose que les Temps des éphémérides déterminés respectivement à partir de l'éphéméride de la Lune et à partir du temps atomique se raccordent, ainsi que leurs dérivées premières, en 1955, ce qui est le cas dans le travail de Stephenson et Morrison.

3. Nouvelles expressions des termes séculaires issues de l'ajustement de ELP sur DE403

3.1 Longitude moyenne de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date

Les expressions suivantes pourront être utilisées dans la formule (6) de la page 10 à la place de [1], ainsi qu'à la place des termes séculaires de λ à l'avant dernière ligne de la page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe. Elles correspondent à la valeur $\dot{n} = -25.6724$ "/siècle² de l'accélération séculaire de la Lune due aux marées (valeur calculée corrigée du terme de "biais", ajusté).

L'expression [8] utilise la formule de la précession générale en longitude de Williams (1994) avec, pour valeur de la constante de la précession, la valeur UAI 1976 augmentée de $\Delta p = -0.3266$ "/siècle.

$$V = 218.31662 + 481267.88115t - 15.755 \cdot 10^{-4} t^2 + 1856 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.534 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [8]$$

L'expression [9] utilise la formule de la précession générale en longitude de Laskar (1986) avec, pour valeur de la constante de la précession, la valeur UAI 1976. De plus elle est rapportée à un équinoxe moyen déduit de l'équinoxe de DE200. Pour ces raisons, l'expression [9] est intrinsèquement moins précise que l'expression [8], mais elle est compatible avec les éphémérides du Soleil et des planètes Mercure, Vénus, la Terre et Mars fournies par les *Planetary programs and tables from -4000 to +2800*, et de façon générale avec les éphémérides de ces corps rapportées à l'écliptique (ou l'équateur) et l'équinoxe moyens de la date et qui utilisent cette valeur de la constante de la précession (voir le dernier paragraphe du chapitre 1).

$$V = 218.31664 + 481267.88124t - 15.737 \cdot 10^{-4} t^2 + 1.856 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.534 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [9]$$

3.2 Longitudes moyennes du périhélie et du nœud rapportées à l'équinoxe moyen de la date

Les expressions suivantes pourront être utilisées à la place des expressions [2] et [3] dans les formules de la page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe.

Les expressions [10] et [11] utilisent la formule de la précession générale en longitude de Williams, et donc sont compatibles avec l'expression [8] pour la longitude moyenne.

$$\varpi = 83.353 + 4069.0136t - 103.218 \cdot 10^{-4} t^2 - 12.492 \cdot 10^{-6} t^3 + 5.263 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [10]$$

$$\Omega = 125.0445 - 1934.13633t + 20.735 \cdot 10^{-4} t^2 + 2.139 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.650 \cdot 10^{-8} t^4. \quad [11]$$

Les expressions [12] et [13] utilisent la valeur UAI 1976 de la constante de la précession, et pour cette raison sont intrinsèquement moins précises que les expressions [10] et [11], mais elles sont compatibles avec l'expression [9] pour la longitude moyenne.

$$\varpi = 83.353 + 4069.0137t - 103.200 \cdot 10^{-4} t^2 - 12.492 \cdot 10^{-6} t^3 + 5.263 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [12]$$

$$\Omega = 125.0445 - 1934.13624t + 20.754 \cdot 10^{-4} t^2 + 2.139 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.650 \cdot 10^{-8} t^4. \quad [13]$$

3.3 Termes constants de la distance et du demi-grand axe

Dans la formule (8), page 10, le terme constant de la distance R , exprimée en km, sera remplacé par la valeur 385000.56 calculée à partir des valeurs de la constante géocentrique de la gravitation et du rapport de la masse de la Terre à la masse de la Lune utilisées dans DE403,



et à partir du moyen mouvement sidéral ajusté sur DE403. Toutefois, cette correction est inférieure à la précision la meilleure que les tables puissent donner.

Le terme constant du demi-grand axe osculateur a , donné page 26 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe, sera remplacé par la valeur plus exacte 383397.8.

3.4 Termes constants de l'excentricité et du sinus de la demi-inclinaison

Les termes constants de l'excentricité e et du sinus de la demi-inclinaison γ , donnés page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe, ne changent pas, à la précision considérée.

3.5 Obliquité moyenne

Page 17, l'expression suivante, issue de (Williams, 1994) et de (Chapront et al, 1998) pour le terme constant, remplacera l'expression [4] :

$$\varepsilon_A = 23.43928 - 0.01301t + 0.555 \cdot 10^{-6} t^3 - 0.014 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [14]$$

3.6 Passage du Temps universel UT au Temps des éphémérides ET ou au temps terrestre TT

Avec les expressions [8] à [13] données dans ce chapitre, on utilisera pour les dates antérieures à 1600, au lieu des formules (1) et (2) de la page 6 :

$$\text{de } 948 \text{ à } 1600, \Delta T = 102 + 102t + 25.2t^2, \quad [15]$$

$$\text{de } 390 \text{ av. J.C. à } 948, \Delta T = 2177 + 497t + 44.0t^2. \quad [16]$$

Pour les dates comprises entre 1600 et 1954, on ajoutera aux résultats de la table 1, page 7 :

$$\delta(\Delta T) = 0.3 + 1.5t + 1.6t^2. \quad [17]$$

Les formules [15] à [17] correspondent à une correction additive de :

$$\delta(\Delta T)_{SM} = -0.3t^2 \quad [18]$$

aux résultats originaux de Stephenson et Morrison.

A partir de 1955, les résultats de la table 1 ne doivent pas être modifiés

Les quantités ΔT et $\delta(\Delta T)$ données par les formules [15] à [18] sont exprimées en secondes.



4. Nouvelles expressions des termes séculaires issues de l'ajustement de ELP sur les observations

4.1 Longitude moyenne de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date

Les expressions suivantes pourront être utilisées dans la formule (6) de la page 10 à la place de [1], ainsi qu'à la place des termes séculaires de λ à l'avant dernière ligne de la page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe. Elles correspondent à la valeur $\dot{n} = -25.7376 \text{ ''/siècle}^2$ de l'accélération séculaire de la Lune due aux marées (valeur provenant de l'ajustement).

L'expression [19] utilise la formule de la précession générale en longitude de Williams (1994) avec, pour valeur de la constante de la précession, la valeur UAI 1976 augmentée de $\Delta p = -0.3691 \text{ ''/siècle}$. Cette dernière correction provient de l'ajustement et est introduite dans l'expression originale de Williams au moyen des dérivées de Simon et al. (1994).

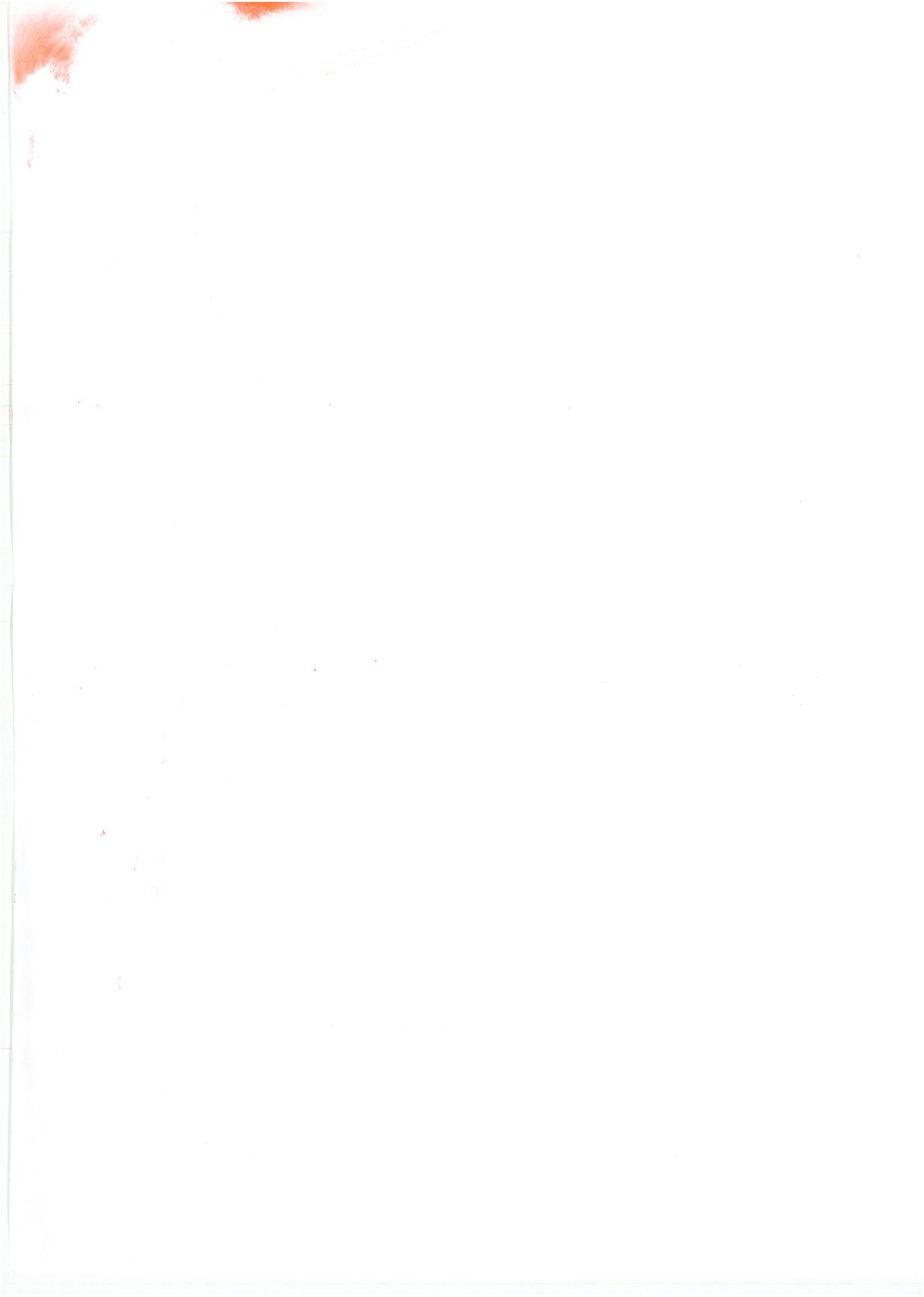
$$V = 218.31662 + 481267.88113t - 15.846 \cdot 10^{-4} t^2 + 1.856 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.534 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [19]$$

L'expression [20] utilise la formule de la précession générale en longitude de Laskar (1986) avec, pour valeur de la constante de la précession, la valeur UAI 1976. De plus elle est rapportée à un équinoxe moyen déduit de l'équinoxe de DE200. Pour ces raisons, l'expression [20] est intrinsèquement moins précise que l'expression [19], mais elle est compatible avec les éphémérides du Soleil et des planètes Mercure, Vénus, la Terre et Mars fournies par les *Planetary programs and tables from -4000 to +2800*, et de façon générale avec les éphémérides de ces corps rapportées à l'écliptique (ou l'équateur) et l'équinoxe moyens de la date et qui utilisent cette valeur de la constante de la précession (voir le dernier paragraphe du chapitre 1).

$$V = 218.31664 + 481267.88123t - 15.827 \cdot 10^{-4} t^2 + 1.856 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.534 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [20]$$

4.2 Longitudes moyennes du périhélie et du nœud rapportées à l'équinoxe moyen de la date

Les expressions suivantes pourront être utilisées à la place des expressions [2] et [3] dans les formules de la page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe.



Les expressions [21] et [22] utilisent la même formule de la précession générale en longitude que l'expression [19] pour la longitude moyenne et donc sont compatibles avec elle.

$$\varpi = 83.353 + 4069.0136t - 103.218 \cdot 10^{-4} t^2 - 12.492 \cdot 10^{-6} t^3 + 5.263 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [21]$$

$$\Omega = 125.0445 - 1934.13635t + 20.735 \cdot 10^{-4} t^2 + 2.139 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.650 \cdot 10^{-8} t^4. \quad [22]$$

Les expressions [23] et [24] utilisent la valeur UAI 1976 de la constante de la précession, et pour cette raison sont intrinsèquement moins précises que les expressions [21] et [22], mais elles sont compatibles avec l'expression [20] pour la longitude moyenne.

$$\varpi = 83.353 + 4069.0137t - 103.200 \cdot 10^{-4} t^2 - 12.492 \cdot 10^{-6} t^3 + 5.263 \cdot 10^{-8} t^4 \quad [23]$$

$$\Omega = 125.0446 - 1934.13625t + 20.754 \cdot 10^{-4} t^2 + 2.139 \cdot 10^{-6} t^3 - 1.650 \cdot 10^{-8} t^4. \quad [24]$$

4.3 Termes constants de la distance et du demi-grand axe

Les corrections proposées sont les mêmes que celles du paragraphe 3.3.

4.4 Termes constants de l'excentricité et du sinus de la demi-inclinaison

Les termes constants de l'excentricité e et du sinus de la demi-inclinaison γ , donnés page 27 pour le calcul des éléments osculateurs par la méthode directe, ne changent pas, à la précision considérée.

4.5 Obliquité moyenne

La correction proposée est la même que celle du paragraphe 3.5.

4.6 Passage du Temps universel UT au Temps des éphémérides ET ou au temps terrestre TT

Avec les expressions [19] à [24] données dans ce chapitre, on utilisera pour les dates antérieures à 1600, au lieu des formules (1) et (2) de la page 6 :

$$\text{de } 948 \text{ à } 1600, \Delta T = 102 + 102t + 25.3t^2, \quad [25]$$

$$\text{de } 390 \text{ av. J.C. à } 948, \Delta T = 2177 + 497t + 44.1t^2. \quad [26]$$

Pour les dates comprises entre 1600 et 1954, on ajoutera aux résultats de la table 1, page 7 :



$$\delta(\Delta T) = 0.3 + 1.5t + 1.7t^2. \quad [27]$$

Les formules [25] à [27] correspondent à une correction additive de :

$$\delta(\Delta T)_{SM} = -0.2t^2 \quad [28]$$

aux résultats originaux de Stephenson et Morrison.

A partir de 1955, les résultats de la table 1 ne doivent pas être modifiés

Les quantités ΔT et $\delta(\Delta T)$ données par les formules [25] à [28] sont exprimées en secondes.

Références

- Bretagnon, P., Simon, J.L. : 1986, *Planetary programs and tables from -4000 to +2800*, Willmann-Bell, Richmond, Virginia
- Chapront, J., Chapront-Touzé, M. : 1997, Lunar motion : theory and observations, *Celest. Mech.* **66**, 31
- Chapront, J., Chapront-Touzé, M., Francou, G. : 1998, article en préparation.
- Chapront-Touzé, M., Chapront, J. : 1991, *Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000*, Willmann-Bell, Richmond, Virginia
- Laskar, J. : 1986, Secular terms of classical planetary theories using the results of general theory, *Astron. Astrophys.* **157**, 59
- Lieske, J.H., Lederle, T., Fricke, W., Morando, B. : 1977, Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants, *Astron. Astrophys.* **58**, 1
- Morrison, L.V., Ward, C.G. : 1975, An analysis of the transits of Mercury: 1677-1973. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **173**, 183
- Simon, J.L., Bretagnon, P., Chapront, J., Chapront-Touzé, M., Francou, G., Laskar, J. : 1994, Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets, *Astron. Astrophys.* **282**, 663
- Stephenson, F.R., Morrison, L.V. : 1984, Long-term changes in the rotation of the Earth : 700 B.C. to A.D. 1980, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **A313**, 47
- Williams, J.G. : 1994, Contribution to the Earth's obliquity rate, precession, and nutation. *Astron. J.* **108**, 711

