

ISSN 1243-4272
ISBN 2-910015-24-6

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES
DU BUREAU DES LONGITUDES*

S064

**Principe de réduction des
occultations stellaires**

J. Berthier



*Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides
UMR 8028
77, avenue Denfert-Rochereau
F-75014 Paris*

Juin 2001

Résumé

Cette note expose une nouvelle méthode de réduction des observations d'occultations d'étoiles par les astéroïdes. Tout d'abord, la construction et l'étude du profil de l'astéroïde à partir des résultats observationnels (*i.e.* à partir des datations des instants de disparition et de réapparition de l'étoile obtenues par chacun des observateurs) sont présentées. Ensuite, la construction du profil prédit du corps est proposée à partir des éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire et des données issues des observations photométriques. On montre alors comment la comparaison entre les deux profils permet, sous certaines conditions, de lever certaines ambiguïtés des données photométriques. Finalement, une méthode de réduction astrométrique des occultations permettant d'obtenir la position dans l'espace de l'astéroïde est présentée. Enfin, on montre comment il est possible de déduire de telles observations la forme (géométrique) et la direction de l'axe de rotation de l'astéroïde. Chaque étape est illustrée par les résultats obtenus lors de la réduction de l'observation de l'occultation de l'étoile HIP 28954 par l'astéroïde (39) *Laetitia* le 21 mars 1998.

Abstract

Here is exposed a new method to reduce observations of occultations of stars by asteroids. First is presented the construction of the asteroid's profile based on the observational results (*i.e.* from the dates of disappearance and reappearance of the star measured by each observers). A study of this profile is proposed. Next, the predicted profile is builded from the physical ephemerides of the solar system bodies and from data stemming from photometric observations. The comparison between the two profiles can, under conditions, raise the ambiguity on some photometric data. Finally, a method to do the astrometric reduction of the occultation is presented, which allow the determination of the asteroid's space position. In a last part, we show how it's possible to deduce from such events the (geometric) form and the orientation of the sideral axis of rotation of the asteroid. Each step is illustrated by the results achieve from the reduction of the observation of the occultation of HIP 28954 by the asteroid (39) *Laetitia* the 21st January 1998.

Table des matières

1	Introduction	5
2	Construction du profil observ	7
3	Etude du profil observ	12
4	Construction du profil prdit	18
5	Comparaison entre les profils observ et prdit	22
6	Astromtrie de l'occultation	27
7	Forme et direction de l'axe de rotation de l'astrode	27
8	Conclusion	28
9	Prospective	29
10	Contact	29
A	Rsltats observationnels	33
B	Valeurs des dviations standard des points du profil	39
C	Incertitudes sur les rayons des axes du profil ajust	40
D	Valeurs des paramtres de rotation de (39) Laetitia	42
E	Futures occultations d'toiles par (39) Laetitia	45

Liste des tableaux

1	Méthodes d'observations des astéroïdes et leurs applications	6
2	Valeurs des paramètres du profil ajusté de (39) Laetitia le 21 mars 1998	15
3	Moments des résidus	18
4	Valeurs des paramètres de rotation et de forme de (39) Laetitia . . .	22
5	Valeurs des paramètres du profil prédit de (39) Laetitia	25
6	Différences entre les profils ajusté et prédit de (39) Laetitia	25
7	Résultats observationnels de l'occultation par (39) Laetitia - 1	33
8	Résultats observationnels de l'occultation par (39) Laetitia - 2	34
9	Valeurs des déviations standard des points du profil	39
10	Paramètres de rotation de (39) Laetitia	43
11	Futures occultations d'étoiles par (39) Laetitia - 1	46

Table des figures

1	Résultats observationnels de l'occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia	10
2	Cordes observées de l'occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia . .	11
3	Profil elliptique de (39) Laetitia le 21 mars 1998	16
4	Résidus entre les extrémités des cordes et le profil elliptique ajusté .	17
5	Variations topographiques du profil observé	17
6	Représentation du contour dans la direction du point sub-stellaire .	20
7	Aspect visuel de (39) Laetitia	23
8	Profil elliptique prédit de (39) Laetitia le 21 mars 1998	24
9	Conditions météorologiques sur l'Europe le 21 Mars 1998	35
10	Situation géographique des observateurs par rapport à la ligne de centralité prédite de l'occultation par (39) Laetitia	36
11	Résultat observationnel obtenu à l'OHP lors de l'occultation	37
12	Courbe de lumière de l'occultation par (39) Laetitia obtenue à l'OHP	38

Avertissement

Cette note est incomplète. Tous les résultats poursuivis ici ne sont pas exposés. Seules la construction des cordes et du profil observé de l'astéroïde, son étude et sa comparaison au profil prédit sont développées. L'astrométrie de l'occultation et la détermination de la forme et de la direction des axes de rotation du corps ne sont que très succinctement abordées. Ces deux sujets feront l'objet d'une future note scientifique et technique de l'IMCCE.

1 Introduction

L'objectif de cette note est de présenter les différentes étapes de la réduction des observations d'occultations d'étoiles par les astéroïdes ¹ et de proposer une réflexion sur l'ensemble des paramètres que l'on peut chercher à déduire de tels phénomènes. Tout ce qui touche à la prédictions des occultations stellaires, aux calculs d'éphémérides de position et d'éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire n'est pas discuté ici. Pour cela, consulter [Ber97], [Ber98a] et [Ber98b].

Ce travail a été réalisé suite à l'observation de l'occultation de HIP 28954 par (39) *Laetitia*, le 21 mars 1998, par 41 observateurs dont 19 ont obtenu un résultat positif (cf. annexe A). La collecte des résultats observationnels a été menée par EAON [E.A98] et en particulier J. Manek, membre de la Société Astronomique Chèque, qui les a diffusés sur internet [MV98]. Pour l'occasion, un logiciel informatique (sous Unix), *redoc*, permettant de réduire les observations d'occultations stellaires et de calculer les paramètres discutés a été développé à l'Institut de mécanique céleste.

Un moyen privilégié pour étudier la population astéroïdale et contribuer à une meilleure connaissance de la formation et de l'évolution du système solaire est l'observation des occultations d'étoiles par ces corps (cf. tab. 1). En effet, ces phénomènes ont pour particularité de permettre la détermination de nombreux paramètres tant planétologiques qu'astrométriques. En premier lieu, l'observation d'une occultation stellaire permet d'obtenir le profil de l'astéroïde selon une section bien précise, et ceci de manière unique et sans ambiguïté (*i.e.* sans autre hypothèse sur la nature du corps à la différence des mesures obtenues à l'aide de la photométrie absolue, de la radiométrie, de la polarimétrie, des observations radars, etc.). A partir de là on peut envisager modéliser la forme de l'astéroïde par un modèle géométrique (sphère, ellipsoïde triaxial, forme complexe, etc.) et étudier sa topographie à grande échelle (enveloppe des variations d'altitude le long du limbe) ainsi que sa densité (à partir d'hypothèses sur la nature du corps). Deuxièmement, l'observation d'une occultation stellaire permet de déduire avec précision la position astrométrique de l'astéroïde considérant celle de l'étoile parfaitement connue (avec une précision de l'ordre de 10 mas et 10 mas/an actuellement c'est le cas des étoiles HIP et TYC). La démarche inverse peut aussi être envisagée. Enfin, une estimation de la distance

1. La réduction des occultations d'étoiles par les planètes ou la Lune sont particulières en ce sens que les paramètres que l'on recherche sont spécifiques à la présence d'une atmosphère planétaire (ou à sa composition gazeuse), d'un système d'anneaux ou à la faible distance séparant la Lune de la Terre (mesure des diamètres stellaires ou du relief lunaire).

Méthode	Applications	Epoque
Astrométrie	Mesure des positions sur la sphère céleste par rapport aux étoiles cataloguées: orbites, dynamique du mouvement	depuis les années 1800
Interférométrie	Dimension du corps par résolution directe	1970, A. Labeyrie
Observations radar	Propriétés physiques et chimique de la surface, albédo, dimension, forme et axe de rotation. Par exemple Arecibo ($\lambda = 12.6$ cm), Goldstone ($\lambda = 3.54$ cm)	1 ^{re} application en 1968 sur Icarus
Occultations stellaires	Mesure directe de la dimension; estimation de la forme, de la direction de l'axe de rotation, de la densité; détection de satellites naturels; mesures astrométriques précises	1 ^{re} observation réussie: 1958, Juno, P. Bjorklund et S. Muller, Suède; fin 1999, plus de 200 observations réussies
Passages proches	Mesure directe de la masse; estimation de la dimension et de la densité	1802, C.F. Gauss
Photométrie	Une des méthodes la plus utilisée depuis le début: mesure de l'intensité de la lumière reçue. Observations modernes: filtres UBV et JHK dans l'infra-rouge pour déterminer la classe spectrale. Complétée par la spectrophotométrie (mesure de la réflectivité spectrale), cette méthode apporte de très nombreux résultats (direction de l'axe de rotation, période sidérale, forme tri-dimensionnelle, etc.)	depuis les années 1800; photométrie "moderne": 1950, filtres UBV, G. Kuiper
Polarimétrie	Etude de la surface et de la classe taxonomique; mesure de l'albédo (loi empirique) et du diamètre	1 ^{re} mesure: 1934, B. Lyot; mesures modernes: 1968, Icarus et Flora, T. Gehrels et J. Veverka
Radiométrie	Mesure du diamètre (infra-rouge) et de l'albédo déduits d'observations faites entre $\lambda = 10 \mu m$ et $\lambda = 20 \mu m$	1970, Vesta, D. Allen
Sondes spatiales	Etude <i>in situ</i> des corps	à partir des années 1990

TAB. 1 – *Les méthodes d'observations des astéroïdes et leurs applications.*

à la Terre de l'astéroïde peut être obtenue en exploitant le modèle de prédiction des occultations stellaires développé à l'Institut de mécanique céleste [Ber97].

Si l'on survole les références bibliographiques sur le sujet, on s'aperçoit que les méthodes de prédiction et de réduction des occultations stellaires prennent leurs racines au XIX^e siècle (Chauvenet, 1874) [Cha74] et que les méthodes actuellement en usage ont été développées dans les années 1950 (Taylor, 1955) [Tay55], 1960 (Smart, 1960) [Sma60] et 1970 (Wasserman *et al.*, 1979) [WMF⁺79], (Millis, 1979) [ME79] et perfectionnées jusque dans les années 1980 (Millis et Dunham, 1989) [MD89], (Drummond et Cocke, 1989) [DC89] et les années 1990 (Dunham *et al.*, 1990) [DDB⁺90], (Sato *et al.*, 1993) [SSH93]. Ces méthodes permettent une estimation précise des paramètres mentionnés et proposent différentes manières de déduire du profil observé la forme et la direction de l'axe principal de rotation de l'astéroïde. Cependant elles mettent en œuvre des hypothèses simplificatrices, la plus importante d'entre elles étant de considérer la géométrie du phénomène dans un espace à 2 dimensions - la sphère céleste - au lieu de 3, dont le degré de précision, quelques 100 mas, ne permet pas d'exploiter au mieux la précision fournie par les catalogues d'étoiles tels que Hipparcos ou Tycho-2 et par les algorithmes de calcul d'éphémérides qui prennent en compte tous les effets jusqu'à l'ordre du mas [Ber98a].

Dans ce travail, je propose d'étudier, en particulier, la construction et l'étude du profil observé lors d'une occultation stellaire et de chercher à en déduire la forme tri-dimensionnelle (modèle ellipsoïdal) de l'astéroïde et la direction de son axe principal de rotation. Enfin nous explorerons l'aspect astrométrique de tels phénomènes en recherchant la position dans l'espace à 3 dimensions de l'astéroïde au moment de l'occultation.

2 Construction du profil observé

Supposons les positions de l'étoile et de l'astéroïde par rapport à la Terre parfaitement connues. L'axe instantané du cylindre d'ombre d'une occultation est donné à chaque instant par la direction de l'étoile vue depuis l'astéroïde, soit, dans un repère géocentrique, par la direction $\vec{s}(x_s, y_s, z_s)$:

$$\vec{s}(t) = \frac{\vec{e}(t) - \vec{a}(t)}{\|\vec{e}(t) - \vec{a}(t)\|} \quad (1)$$

où $\vec{e}(t)$ et $\vec{a}(t)$ représentent les vecteurs positions géocentriques de l'étoile et de l'astéroïde et t le temps. Deux vecteurs orthogonaux à cette direction sont, par exemple :

$$\vec{s}_1 = \begin{pmatrix} -y_s \\ x_s \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad \vec{s}_2 = \begin{pmatrix} -z_s \\ 0 \\ x_s \end{pmatrix} \quad (2)$$

Si (O, x, y, z) représente un repère géocentrique (en l'occurrence un repère vrai de la date : équateur vrai ; équinoxe de la date) alors le plan perpendiculaire à \vec{s} passant par O a pour équation :

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ -y_s & x_s & 0 \\ -z_s & 0 & x_s \end{vmatrix} = 0$$

soit :

$$\mathcal{Q} = xx_s^2 + yx_sy_s + zx_sz_s = 0 \quad (3)$$

que l'on désigne usuellement sous le nom de plan fondamental de l'occultation.

L'intersection entre l'axe du cylindre d'ombre et ce plan peut être défini, à chaque instant, par le système d'équations :

$$\begin{cases} \vec{c}(t) = \vec{a}(t) + \lambda \vec{s}(t) \\ \mathcal{Q}(\vec{c}(t)) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

La résolution de ce système permet de calculer le paramètre λ :

$$\lambda = -(x_ax_s + y_ay_s + z_az_s)$$

et par suite les coordonnées de l'intersection de l'axe instantané du cylindre d'ombre avec le plan fondamental de l'occultation dans le repère (O, x, y, z) , $\vec{c}(x_c, y_c, z_c)$. De la même manière, on exprime l'image de la position de chaque observateur dans le plan fondamental, à chaque instant, par le système d'équations :

$$\begin{cases} \vec{p}(t) = \vec{o}(t) + \lambda \vec{s}(t) \\ \mathcal{Q}(\vec{p}(t)) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

où $\vec{o}(t)$ représente la position géocentrique de l'observateur dans un repère vrai de la date. Ainsi en calculant pour chaque observateur sa position relative dans le plan fondamental par rapport à l'intersection de l'axe du cylindre d'ombre aux instants de disparition (t_d) et de réapparition (t_r) de l'étoile, soit :

$$\begin{aligned} \vec{q}_1 &= \vec{p}(t_d) - \vec{c}(t_d) \\ \vec{q}_2 &= \vec{p}(t_r) - \vec{c}(t_r) \end{aligned} \quad (6)$$

on construit les cordes observées (segment de droite $\overline{q_1q_2}$) par chaque observateur. Ces cordes représentent les dimensions caractéristiques de l'astéroïde du point de vue des observateurs. Ainsi, considérant la vitesse géocentrique de l'astéroïde comme connue ² (et issue des calculs d'éphémérides), la longueur de chaque corde fournit une dimension physique du corps compte tenu de la géométrie du phénomène. L'ensemble des cordes matérialise alors le profil de l'astéroïde dans la direction de l'axe du cylindre d'ombre à l'époque moyenne des observations ³.

Pour simplifier la représentation du profil, effectuons un changement de repère pour nous placer dans un repère dont un axe est orienté selon l'axe du cylindre d'ombre, x' , et dont les deux autres sont dans le plan fondamental tel que l'un désigne la direction de l'est, y' , et l'autre la direction du pôle céleste nord, z' . Soit :

$$\vec{q}'(t) = \mathcal{R}_y(\beta)\mathcal{R}_z(\alpha)\vec{q}(t) \quad (7)$$

2. Exprimée dans un repère apparent de la date.

3. Considérant une période de rotation sidérale supérieure à 4^h et un intervalle de temps d'observation de l'occultation n'excédant pas 2 min. l'erreur commise sur l'orientation de l'astéroïde (c.-à-d. sur la longitude du point subterrestre) est inférieure à $\pm 1.5^\circ$, sans tenir compte des incertitudes sur les paramètres d'orientation eux mêmes. A cette incertitude près, le profil calculé à partir des observations est considéré comme une image instantanée, *en ombre chinoise*, de l'astéroïde.

avec

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_s}{x_s}\right)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{z_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}}\right)$$

et

$$\vec{q}'(t) = \begin{pmatrix} x'_q \\ y'_q \\ z'_q \end{pmatrix} ; \quad \vec{q}(t) = \begin{pmatrix} x_q \\ y_q \\ z_q \end{pmatrix}$$

Le profil de l'astéroïde est alors défini par l'ensemble des points (y'_q, z'_q) calculés pour chaque observateur dans un repère en mouvement à la vitesse de l'astéroïde par rapport au géocentre.

En outre, si la position relative de l'astéroïde par rapport à l'étoile est parfaitement connue, les cordes observées se répartissent de part et d'autre du centre du repère $(y' = 0, z' = 0)$, proportionnellement à la distance de l'observateur par rapport à la ligne de centralité de l'occultation. Dans le cas contraire, la position du centre de la figure géométrique du profil, ou mieux la position du centre de masse du corps dans le repère (y', z') fournit l'erreur sur la position calculée de l'astéroïde par rapport à celle de l'étoile ou inversement. Il s'agit alors de déduire de cette différence l'erreur sur la position de l'astéroïde en terme de coordonnées dans l'espace ou sur la sphère céleste, ce que nous traiterons au §6.

Occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia

L'annexe A résume l'ensemble des résultats observationnels positifs obtenus lors de l'observation de cette occultation stellaire. La figure 1 présente l'ensemble des résultats observationnels obtenus pour ce phénomène. La figure 2 montre les cordes observées par chacun des observateurs telles qu'on peut les calculer à partir de la méthode précédente en adoptant ⁴ comme vitesse géocentrique de l'astéroïde 30.48 km/s. Les axes (X, Y) de la figure correspondent aux axes (y', z') du plan fondamental de l'occultation. L'ensemble des cordes schématisent le profil de (39) Laetitia le 21 Mars 1998 à 19^h 01^m 28^s.33 UTC. L'incertitude sur l'orientation du corps est de $\pm 0^\circ.7$, sans tenir compte des erreurs sur les paramètres d'orientation eux mêmes ($P_s = 5^h.1382392$ [Mag95]; intervalle de temps des observations : 71^s.34).

Il est à noter que les cordes n^{os} 7 et 25 sont incohérentes avec les autres cordes : l'instant de réapparition de l'étoile de la corde n^o 7 semble erroné (d'environ 3 à 5 s); la corde n^o 25 est quant-à elle complètement décalée par rapport aux autres ce qui est caractéristique, par exemple, d'une erreur sur la datation absolue de l'observation (de quelques secondes). Ainsi, pour la suite du travail, nous ne considérerons, de ces 2 cordes, que l'instant de disparition de l'étoile de la corde n^o 7. L'observateur n^o 28 a quant-à lui manqué le phénomène (nuages?).

4. Les éphémérides de l'astéroïde sont calculées à partir des éléments osculateurs de la base de données de Bowell [Bow01] du 11 avril 2001. L'utilisation d'éléments différents entraîne implicitement des différences dans la géométrie des cordes et notamment sur la position du centre de la figure géométrique.

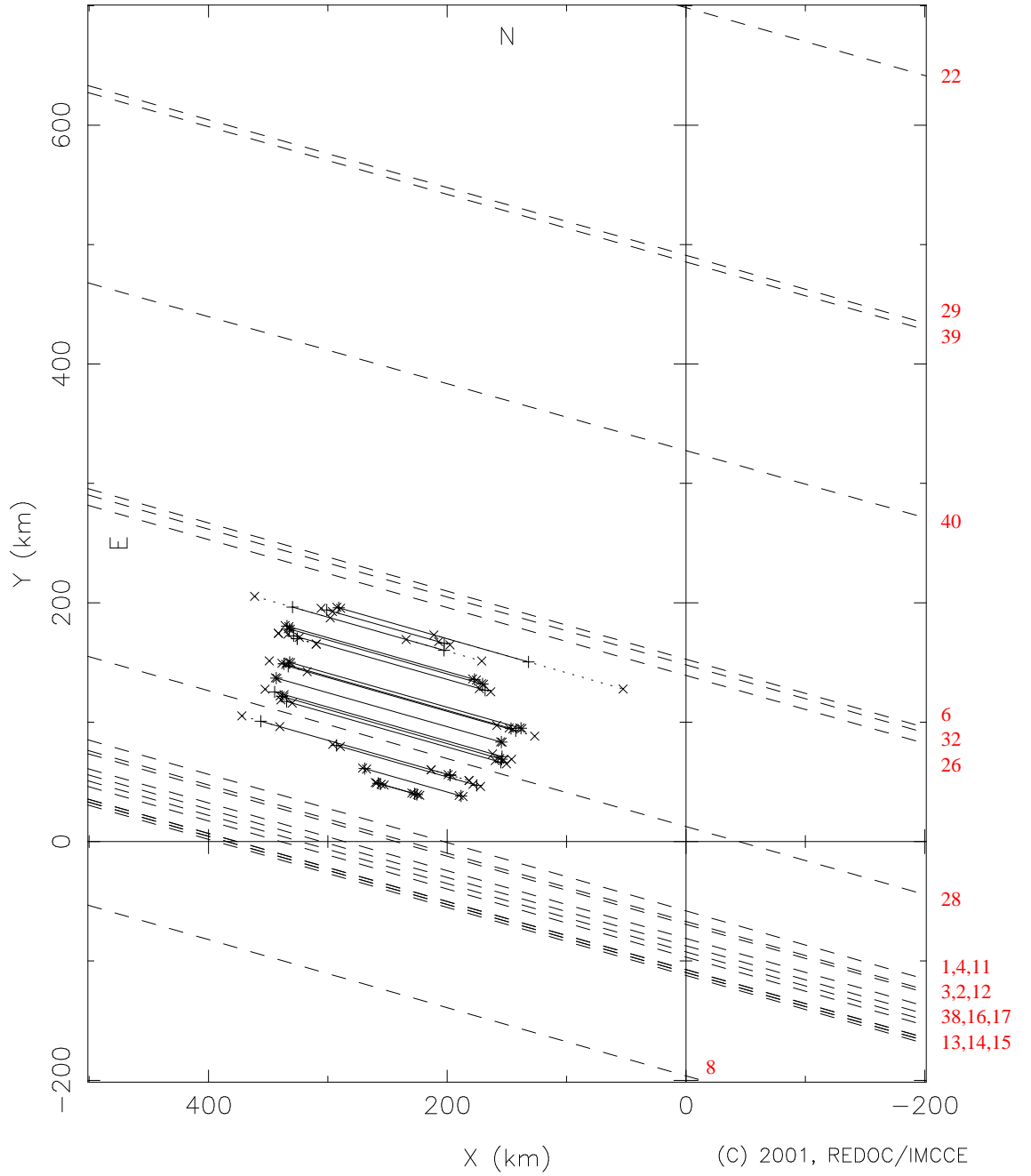


FIG. 1 – Matérialisation des 41 observations de l’occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 mars 1998. Les lignes pointillées représentent les observations négatives et les lignes pleines les observations positives ou cordes.

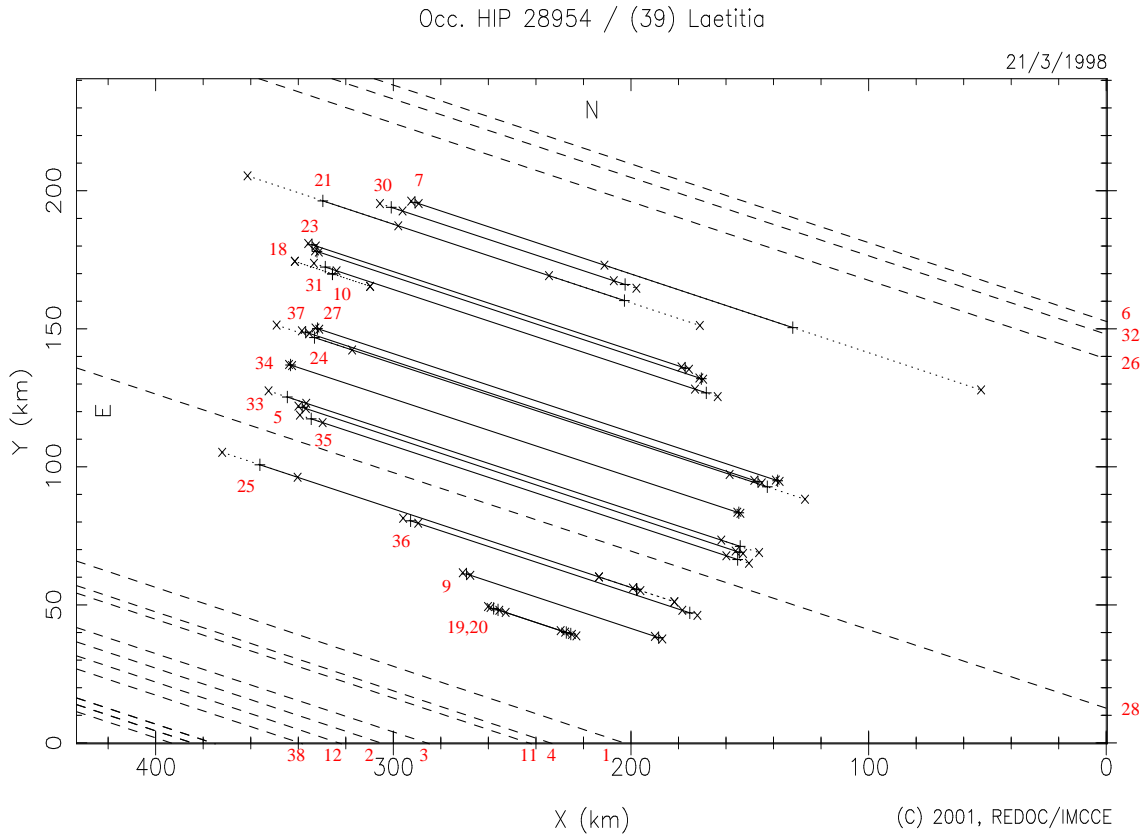


FIG. 2 – Cordes observées par 19 observateurs lors de l’occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 mars 1998 entre $19^{\text{h}}0^{\text{m}}52^{\text{s}}.66$ UTC et $19^{\text{h}}2^{\text{m}}4^{\text{s}}.00$ UTC. Les numéros des observateurs sont placés du côté des instants de disparition de l’étoile. Les symboles + représentent les instants de disparition et de réapparition de l’étoile. Les symboles x et les lignes en pointillées représentent les barres d’erreurs observationnelles.

3 Etude du profil observé

La forme générale des astéroïdes pouvant être assimilée à un ellipsoïde triaxial ⁵, le profil de ces corps dans une section donnée peut être modélisé par l'équation générale d'une conique :

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey = 1 \quad (8)$$

dont on recherche les coordonnées du centre, (x_0, y_0) , les rayons des axes, (a, b) , et l'inclinaison du grand axe, ψ . Exprimons ces inconnues en fonction des coefficients A, B, C, D, E .

Soit le changement de variable suivant, correspondant à une translation seule :

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_0 \\ y &= y_1 + y_0 \end{aligned}$$

L'équation (8) s'écrit alors :

$$Ax_1^2 + By_1^2 + Cx_1y_1 + (2Ax_0 + Cy_0 + D)x_1 + (2By_0 + Cx_0 + E)y_1 + F = 1$$

avec

$$F = Ax_0^2 + By_0^2 + Cx_0y_0 + Dx_0 + Ey_0$$

Dans les nouvelles variables, la conique centrée en (x_0, y_0) a pour équation :

$$Ax_1^2 + By_1^2 + Cx_1y_1 + F = 1$$

tel que :

$$\begin{cases} 2Ax_0 + Cy_0 + D = 0 \\ 2By_0 + Cx_0 + E = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées du centre du profil sont alors, si $C \neq 0$:

$$\begin{cases} x_0 = \left(2\frac{BD}{C} - E\right) \left(C - 4\frac{AB}{C}\right)^{-1} \\ y_0 = -2\frac{A}{C}x_0 - \frac{D}{C} \end{cases} \quad (9)$$

Et, si $C = 0$:

$$\begin{cases} x_0 = -D/2A \\ y_0 = -E/2B \end{cases} \quad (10)$$

Soit le nouveau changement de variable, correspondant à une rotation seule :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\psi) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

5. Il est évident qu'il faut s'attendre à ce que les astéroïdes présentent une forme complexe, issue d'une évolution composée de phases d'accrétion et de destruction, plutôt qu'une forme convexe assimilable à un ellipsoïde triaxial. Les images *in situ* des sondes spatiales et l'imagerie radar l'ont montré à maintes reprises (Toutatis, Gaspra, Eros, Mathilde, etc.). Cependant, à ce stade du travail, la manipulation de formes géométriques complexes n'est pas justifiée.

Dans le nouveau repère, la conique a pour équation :

$$A'x_2^2 + B'y_2^2 + C'x_2y_2 + F = 1$$

avec :

$$\begin{aligned} A' &= A \cos^2 \psi + B \sin^2 \psi + C \cos \psi \sin \psi \\ B' &= A \sin^2 \psi + B \cos^2 \psi - C \cos \psi \sin \psi \\ C' &= 2(B - A) \cos \psi \sin \psi + C(\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \end{aligned}$$

Les axes du nouveau repère et ceux de la conique sont confondus si $C' = 0$. L'orientation du grand axe du profil par rapport à la direction du pôle céleste nord est alors :

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{C}{A - B} \right) \quad (11)$$

Finalement, l'équation de la conique modélisant le profil du corps dans le plan fondamental de l'occultation s'écrit, après transformations :

$$\frac{A'}{1 - F}x_2^2 + \frac{B'}{1 - F}y_2^2 = 1$$

Les rayons des demi-grand axe, a , et demi-petit axe, b , sont alors :

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{1 - F}{A'}} \\ b &= \sqrt{\frac{1 - F}{B'}} \end{aligned} \quad (12)$$

Calculons maintenant les 5 coefficients A, B, C, D, E . Pour cela, recherchons la conique qui ajuste au mieux les n points de coordonnées (x_i, y_i) , $i = 1 \dots n$ correspondant aux extrémités des cordes mesurées par les observateurs ($n = 34$ dans le cas présent, cf. annexe A). Les 5 coefficients sont solutions du système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} Ax_1^2 + By_1^2 + Cx_1y_1 + Dx_1 + Ey_1 = 1 \\ \vdots \\ Ax_i^2 + By_i^2 + Cx_iy_i + Dx_i + Ey_i = 1 \\ \vdots \\ Ax_n^2 + By_n^2 + Cx_ny_n + Dx_n + Ey_n = 1 \end{cases}$$

que l'on peut écrire, sous forme matricielle :

$$M \cdot X = \mathbb{1} \quad (13)$$

avec M la matrice ($n \times 5$) de conditions initiales et X le vecteur des inconnues (A, B, C, D, E). Ce problème peut être résolu par les moindres carrés à l'aide de la méthode SVD car dans le cas d'un système sur-déterminé elle fournit une solution qui est la meilleure approximation au sens des moindres carrés [PTVF92]. Pratiquement, nous utiliserons l'algorithme `svdfit` proposé par le *Numerical Recipes* (p. 672) [PTVF92] pour calculer les solutions de l'équation (12). Chaque point servant à l'ajustement est affecté initialement d'une déviation standard calculée comme la moyenne quadratique des incertitudes observationnelles :

$$\sigma_{i=1 \dots n} = \sqrt{\Delta y_i'^2 + \Delta z_i'^2}$$

où $\Delta y'_i$ et $\Delta z'_i$ sont les barres d'erreur sur les extrémités des cordes dans le plan fondamental de l'occultation, tels que :

$$\begin{pmatrix} \Delta x'_i \\ \Delta y'_i \\ \Delta z'_i \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\beta)\mathcal{R}(\alpha) \Delta \vec{q}_i$$

avec

$$\Delta \vec{q}_i = \vec{q}(t_i \pm \Delta t_i) - \vec{q}(t_i)$$

où t_i et Δt_i représentent respectivement les instants de disparition ou de réapparition de l'étoile et les incertitudes sur la datation des événements indiquées par les observateurs.

Estimation des incertitudes sur les paramètres du profil

Chaque extrémité des cordes étant affectée d'erreurs observationnelles (et théoriques puisque les calculs d'éphémérides interviennent dans la réduction ; nous les négligerons ici) l'équation (12) n'admet pas qu'une seule solution (aux incertitudes de l'ajustement près) mais un ensemble de solutions que l'on peut exprimer à partir de petites variations, ΔM , des conditions initiales. Les incertitudes, ΔX , sur les coefficients de la conique sont alors solution du système d'équations :

$$(M + \Delta M) \cdot (X + \Delta X) = \mathbf{1}$$

qui s'écrit après simplifications et en négligeant l'ordre 2 des incertitudes :

$$M \cdot \Delta X = \mathbf{1} - (M + \Delta M) X \quad (14)$$

et où le $i^{\text{ème}}$ vecteur ligne de la matrice ΔM ($n \times 5$) s'écrit :

$$m_i = (\Delta y_i'^2 + 2y_i' \Delta y_i' \quad \Delta z_i'^2 + 2z_i' \Delta z_i' \quad \Delta y_i' \Delta z_i' + z_i' \Delta y_i' + y_i' \Delta z_i' \quad \Delta y_i' \quad \Delta z_i')$$

L'équation (13) peut être résolue par les moindres carrés à l'aide des équations normales et admet pour solution :

$$\Delta X = (M^t M)^{-1} M^t (\mathbf{1} - (M + \Delta M) X)$$

ou encore, après simplifications :

$$\Delta X = - (M^t M)^{-1} M^t \Delta M X \quad (15)$$

Pratiquement, les solutions de l'équation (13) peuvent être calculées par l'algorithme lfit proposé par le *Numerical Recipes* (p. 670) [PTVF92] qui utilise la décomposition LU pour inverser la matrice normale. Les incertitudes sur les paramètres du profil, $\mathcal{P}_{l=1\dots 5} = (x_0, y_0, \psi, a, b)$ peuvent ensuite être calculées individuellement à partir des dérivés partielles par rapport aux 5 coefficients des équations (9), (10) et (11) :

$$\Delta \mathcal{P}_{l=1\dots 5} = \sum_{k=1}^5 \frac{\partial \mathcal{P}_l}{\partial X_k} \Delta X_k$$

Soit ⁶, pour les coordonnées du centre du profil (Eq. 9) :

$$\begin{aligned}
\Delta x_0 &= \frac{1}{R} [(8B^2D - 4BCE) \Delta X_1 + (2DC^2 - 4ACE) \Delta X_2 + \\
&\quad (-4BCD + EC^2 + 4EAB) \Delta X_3 + (2BC^2 - 8B^2A) \Delta X_4 + \\
&\quad (-C^3 + 4ABC) \Delta X_5] \\
\Delta y_0 &= \frac{1}{R} [(-4BCD + 2EC^2) \Delta X_1 + (-4ACD + 8A^2E) \Delta X_2 + \\
&\quad (4ABD - 4ACE + DC^2) \Delta X_3 + (-C^3 + 4ABC) \Delta X_4 + \\
&\quad (2AC^2 - 8A^2B) \Delta X_5]
\end{aligned} \tag{16}$$

avec $R = (4AB - C^2)^2$. L'incertitude sur l'orientation du grand axe du profil par rapport à la direction du pôle céleste nord (Eq. 10) s'écrit :

$$\Delta\psi = \frac{1}{2} \frac{-C(\Delta X_1 - \Delta X_2) + (A - B)\Delta X_3}{(A - B)^2 + C^2} \tag{17}$$

Et celles sur les rayons des axes du profil (Eq. 11) :

$$\begin{aligned}
\Delta a &= \sum_{i=1}^5 S_i(X) \Delta X_i \\
\Delta b &= \sum_{i=1}^5 T_i(X) \Delta X_i
\end{aligned} \tag{18}$$

où les fonctions $S_{i=1\dots 5}$ et $T_{i=1\dots 5}$ sont explicitées en annexe C.

Occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia

La figure 3 montre le profil elliptique de l'astéroïde dans le plan fondamental de l'occultation ajusté sur les extrémités des cordes comme décrit précédemment (courbe rouge). Compte tenu des résultats observationnels et de leurs incertitudes, cette solution est la meilleure approximation au sens des moindres carrés. Les incer-

Paramètres	Valeurs	Incertitudes
centre	x_0 246.074 km	\pm 0.983 km
	y_0 117.231 km	\pm 0.360 km
rayons	a 103.656 km	\pm 0.093 km
	b 65.348 km	\pm 0.045 km
orientation	ψ 60.295 °	\pm 0.020 °

TAB. 2 – Valeurs des paramètres du profil de (39) Laetitia le 21 mars 1998 à 19^h 01^m 28^s.33 UTC ajusté sur les observations.

6. Les résultats qui suivent ont été obtenus à l'aide de *Maple V Release 4*, ©1981 – 1996, Waterloo Maple Inc.

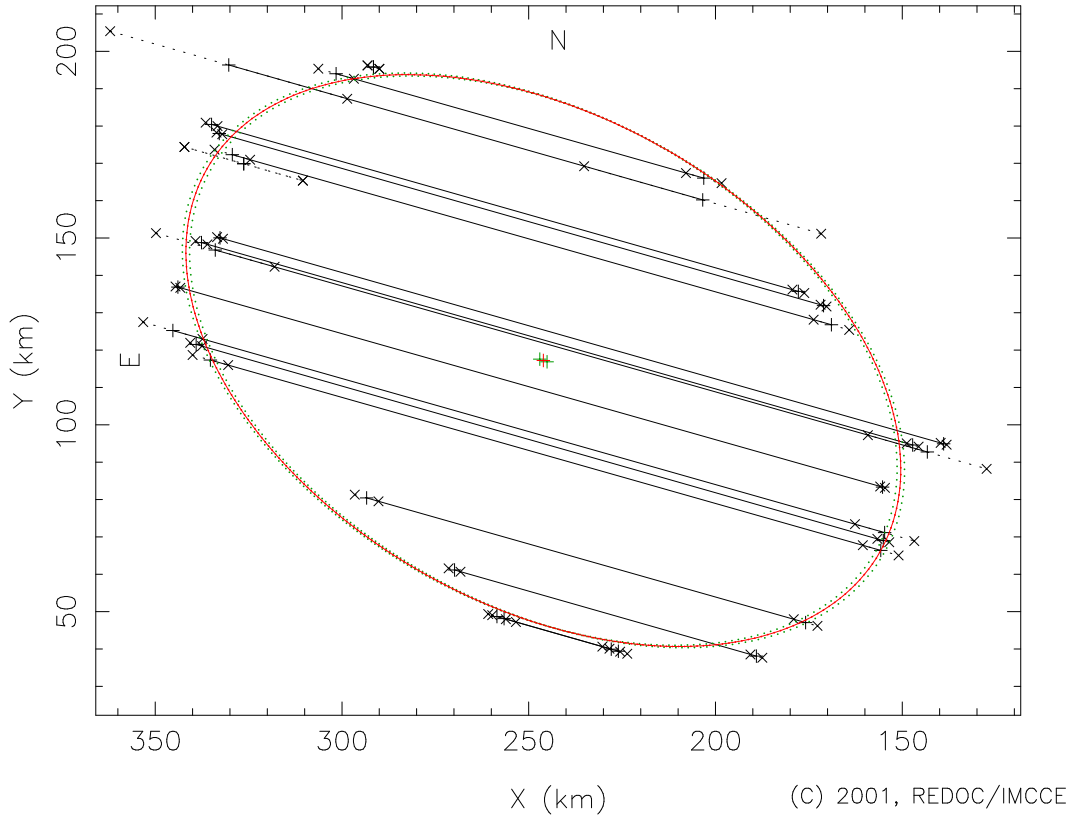


FIG. 3 – Profil elliptique de (39) Laetitia le 21 mars 1998 à $19^h 01^m 28^s.33$ UTC ajusté sur les observations.

titudes sur le profil sont représentés par les deux courbes l’encadrant (en pointillés verts). Les paramètres de ce profil et leurs incertitudes sont présentés dans le tableau 2. Le tableau 9 de l’annexe B résume les valeurs des déviations standard individuelles initiales des points du profil utilisées pour l’ajustement.

La figure 4 et le tableau 3 présentent les résidus entre les extrémités des cordes et le profil elliptique ajusté. Une étude rapide de ces résidus montre des variations du profil de ± 10 km par rapport à son ajustement géométrique ce qui laisse à penser que l’astéroïde présente des creux et des bosses de l’ordre de quelques kilomètres d’altitude par rapport au contour de l’ellipsoïde ajusté. Bien qu’il soit aventureux de conclure quant-à la topographie réelle du profil, il nous est permis d’ajuster ces résidus pour rechercher les variations, à grande échelle, de la topographie de l’astéroïde dans le plan fondamental de l’occultation. La courbe (rouge) de la figure 4 présente cet ajustement. Elle est le résultat d’une interpolation des résidus (à l’exception des extrémités des cordes 10, 21, 27, 33 et 37) par une fonction spline dite d’Akima⁷. La figure 5 présente le profil ainsi obtenu par rapport au cordes observées. Il est évident que ce profil n’a de sens que dans l’hypothèse où les cordes ne sont entachées d’aucune erreur de datation, ce dont on est loin d’être sûr. De

7. Résultat obtenu à l’aide du logiciel *ACE/gr (xmgr) v3.01*, ©1991–1994, Paul J Turner.

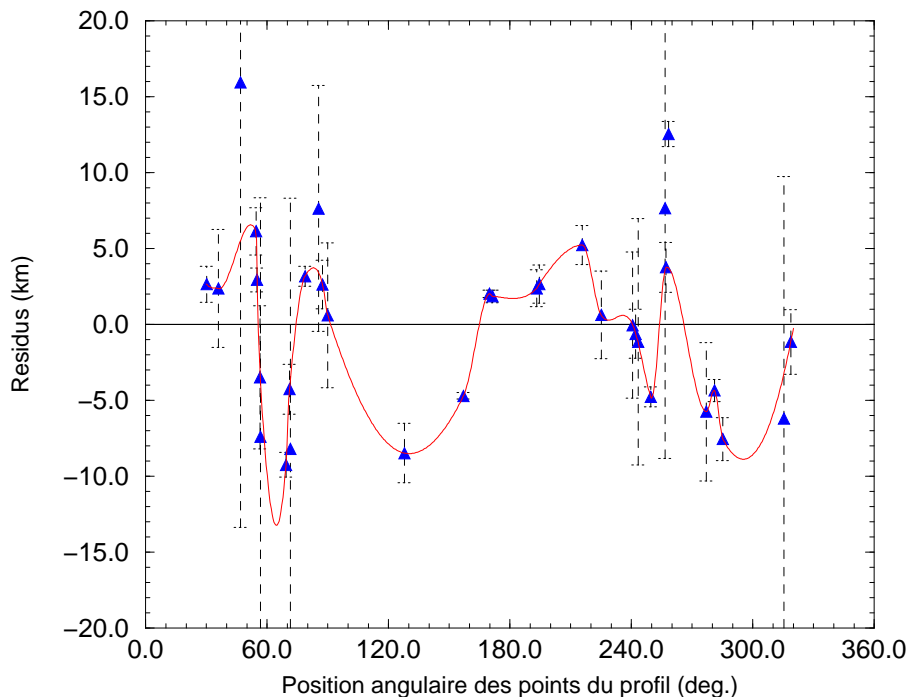


FIG. 4 – Résidus (triangles bleus) entre les extrémités des cordes et le profil elliptique ajusté. Les barres d'erreur représentent les incertitudes observationnelles sur les extrémités des cordes. La courbe (rouge) représente une interpolation des résidus par une fonction spline et matérialise, sous certaines conditions, les variations topographiques du profil de la section présentée par l'astéroïde pendant l'occultation.

Occ. HIP 28954 / (39) Laetitia

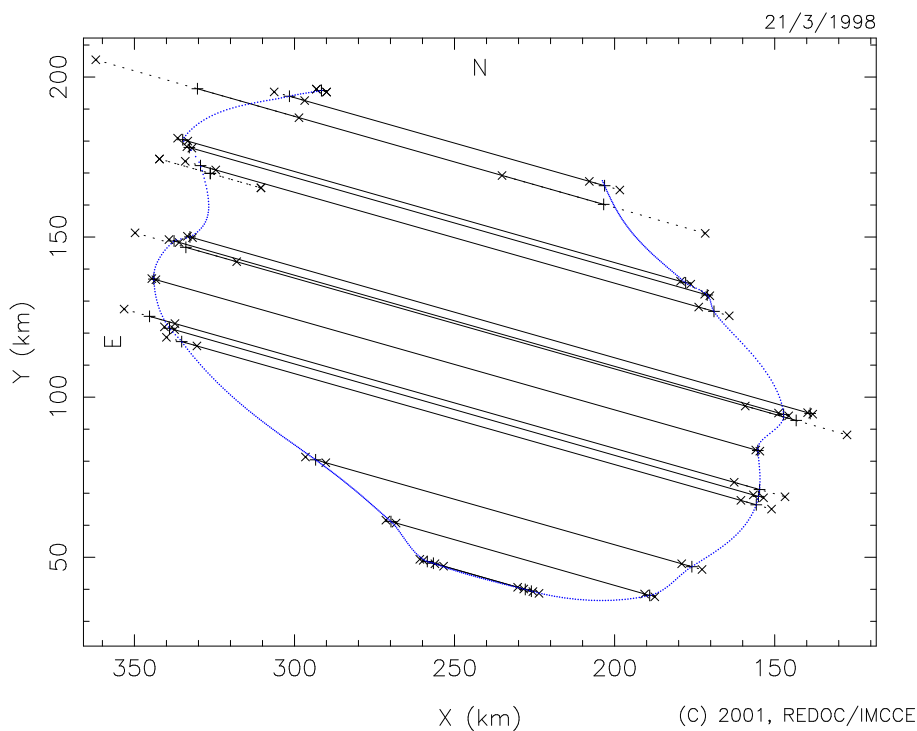


FIG. 5 – Profil de Laetitia obtenu par interpolation (à l'aide d'une fonction spline dite d'Akima) des résidus entre les extrémités des cordes et le profil elliptique ajusté.

Moments	Valeurs
moyenne	0.160 km
déviatoin moyenne	4.698 km
déviatoin standard	5.953 km
skewness	0.460
curtosis	-0.096

TAB. 3 – *Moments des résidus entre les extrémités des cordes et le profil elliptique ajusté.*

plus, ce n'est qu'une solution parmi d'autres dans la mesure où l'utilisation, pour interpoler les résidus, d'un autre genre de fonction conduirait à un profil différent. Cependant, ce choix d'une fonction spline est en accord avec la modélisation de (39) Laetitia proposée par Kaasalainen *el al.* (par inversion des courbes photométriques) et qui suggère une topographie globalement convexe.

Remarques

Ces résultats numériques ne sont pas définitifs dans la mesure où l'astrométrie du phénomène n'a pas encore été traitée. Les cordes et le profil ajusté présentés jusqu'ici sont exprimés dans un repère défini par les positions prédites des corps et non celles observées ce qui a pour conséquence d'engendrer une certaine déformation de la figure géométrique du profil. Nous y reviendrons à la fin du §6. D'autre part, ces résultats numériques sont susceptibles d'évoluer en fonction de la valeur des paramètres orbitaux de l'astéroïde.

4 Construction du profil prédit

L'étude des courbes de lumière des astéroïdes issues des observations photométriques permet de modéliser leur mouvement de rotation sidérale (direction de l'axe principal de rotation et période de rotation) ainsi que leurs formes (diamètre, rapports des rayons des axes) [Mic93]. A partir de ces informations, il est possible, à une date donnée, de prédire l'aspect visuel (forme 3D, profil) d'un corps observé depuis la Terre ou tout autre point de vue. C'est l'objet des calculs d'éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire [Ber98b]. La figure 7 en montre un exemple : l'aspect visuel, pour un observateur géocentrique, de (39) Laetitia lors de l'occultation de l'étoile HIP 28954 le 21 mars 1998 pour les deux solutions du pôle de rotation existantes pour ce corps (cf. annexe D).

Au cours d'une occultation stellaire, la face présentée par l'astéroïde aux observateurs terrestres est celle qu'il présente dans la direction de l'axe instantané du cylindre d'ombre, c'est-à-dire selon la direction de l'étoile vue depuis l'astéroïde (Eq. 1 § 2). Dénommons point sub-stellaire (SOP) le point d'intersection de la surface du corps et de l'axe du cylindre d'ombre⁸. Ses coordonnées, λ_{sop} , β_{sop} , ρ_{sop} , dans un repère planétocentrique, sont calculées comme le sont celles du point sub-terrestre

⁸. Si l'on se réfère à la définition du mot sub-stellaire, qui signifie " sous l'étoile ", le point que nous considérons ici est le point opposé au " vrai " point sub-stellaire.

(SEP) ou sub-solaire (SSP). Complétées par l'angle de position du pôle nord du corps par rapport à la direction du pôle céleste nord, P_N , elles définissent complètement l'orientation du corps au moment de l'occultation. Le profil présenté par l'astéroïde à cet instant est alors caractérisé par le contour de celui-ci lorsqu'on le regarde dans la direction du point sub-stellaire. Définissons ce profil.

La forme des astéroïdes peut, en première approximation, être modélisée par un ellipsoïde triaxial de rayons $a \geq b \geq c$:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$$

Soit A le point d'intersection entre la sphère de rayon a et la droite joignant le centre du corps et le point sub-stellaire. Dans un repère planétocentrique, le vecteur \vec{OA} matérialise la direction de ce point sub-stellaire. Ses coordonnées sont :

$$\vec{OA} \begin{cases} x_A = a \cos \lambda_{sop} \cos \beta_{sop} \\ y_A = a \sin \lambda_{sop} \cos \beta_{sop} \\ z_A = a \sin \beta_{sop} \end{cases}$$

Pour un observateur terrestre situé sur la ligne de centralité de l'occultation, ce point est confondu avec le point sub-stellaire. Soit $E : (x,y,z) \mapsto f(x,y,z)$ l'ellipse paramétrée modélisant le contour du corps. E admet une tangente en $(x,y,z) = (x_t, y_t, z_t)$ perpendiculaire au vecteur normal $f'(x_t, y_t, z_t)$ tel que :

$$f'(x_t, y_t, z_t) = \begin{pmatrix} x/a^2 \\ y/b^2 \\ z/c^2 \end{pmatrix}$$

L'ensemble des plans tangents à l'ellipsoïde et parallèles à la direction du point sub-stellaire sont tels que les vecteurs \vec{f}' et \vec{OA} sont perpendiculaires, soit :

$$\vec{f}' \cdot \vec{OA} = 0$$

c.-à-d. :

$$\frac{x_A}{a^2}x + \frac{y_A}{b^2}y + \frac{z_A}{c^2}z = 0$$

Les intersections tangentes de ces plans avec l'ellipsoïde définissent alors les points du contour de l'astéroïde dans la direction de visée (cf. fig. 6). Leurs coordonnées sont solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{x_A}{a^2}x + \frac{y_A}{b^2}y + \frac{z_A}{c^2}z = 0 \\ \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \end{cases} \quad (19)$$

Après développements, arrangements, simplifications et après avoir posé :

$$\begin{aligned} X &= x/a & X_A &= x_A/a \\ Y &= y/b & Y_A &= y_A/b \\ Z &= z/c & Z_A &= z_A/c \end{aligned}$$

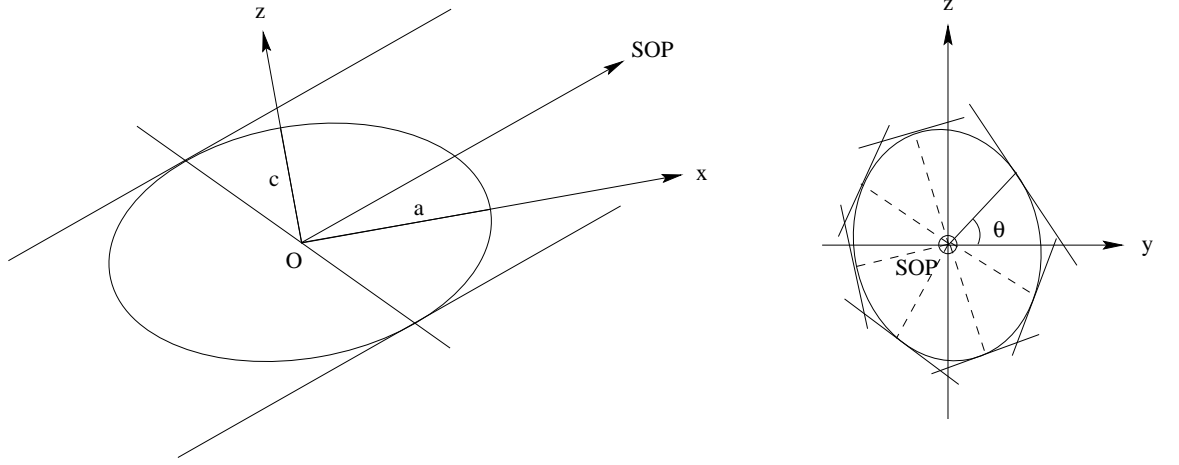


FIG. 6 – Représentation du contour dans la direction du point sub-stellaire (SOP).

les solutions de ce système d'équations s'écrivent sous forme paramétrique ($\theta \in [0, 2\pi]$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{\cos \theta}{\sqrt{u}} - \frac{w \sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \\ Y = \frac{\sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \\ Z = -\frac{X X_A}{Z_A} - \frac{Y Y_A}{Z_A} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} u = 1 + \left(\frac{X_A}{Z_A} \right)^2 \\ v = 1 + \left(\frac{Y_A}{Z_A} \right)^2 \\ w = \frac{X_A Y_A}{Z_A^2} \end{array} \right. \quad (20)$$

Ces équations n'étant pas définies quelque soit (X_A, Y_A, Z_A) , c'est-à-dire quelque soit λ_{sop} et β_{sop} , il faut faire appel aux autres solutions, obtenues par permutation des variables, à savoir, si $\beta_{sop} = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} X = -\frac{Y Y_A}{X_A} - \frac{Z Z_A}{X_A} \\ Y = \frac{\cos \theta}{\sqrt{u}} - \frac{w \sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \\ Z = \frac{\sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} u = 1 + \left(\frac{Y_A}{X_A} \right)^2 \\ v = 1 + \left(\frac{Z_A}{X_A} \right)^2 \\ w = \frac{Y_A Z_A}{X_A^2} \end{array} \right. \quad (21)$$

ou si $\lambda_{sop} = \pm \frac{\pi}{2}$ et $\beta_{sop} = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{\sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \\ Y = -\frac{X X_A}{Y_A} - \frac{Z Z_A}{Y_A} \\ Z = \frac{\cos \theta}{\sqrt{u}} - \frac{w \sin \theta}{u \sqrt{v - \frac{w^2}{u}}} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} u = 1 + \left(\frac{Z_A}{Y_A} \right)^2 \\ v = 1 + \left(\frac{X_A}{Y_A} \right)^2 \\ w = \frac{X_A Z_A}{Y_A^2} \end{array} \right. \quad (22)$$

Finalement, le profil elliptique de l'astéroïde pendant l'occultation est défini, dans le plan fondamental, par l'ensemble des points de coordonnées (y_c, z_c) tel que :

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \mathcal{R}_x(P_N)\mathcal{R}_y(\beta_{sop})\mathcal{R}_z(\lambda_{sop}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (23)$$

Les paramètres de ce profil (rayons et inclinaison du grand axe) peuvent être calculés comme dans le §3 à l'aide des moindres carrés avec comme conditions initiales les coordonnées de n points du profil obtenues à partir de l'équation (22). Le centre du profil est évidemment le centre du repère ($y_c = 0, z_c = 0$).

Estimation des incertitudes sur les paramètres du profil

Les incertitudes sur le profil prédit proviennent essentiellement des erreurs sur les paramètres de rotation des astéroïdes. Pour la plupart d'entre eux⁹, les coordonnées de leur pôle de rotation sont connues à $\pm 1^\circ$; la longitude du méridien origine est fixée à $\pm 0.1^\circ$; la période de rotation sidérale est déterminée à $\pm 10^{-7}$ jour ; la date de calcul du profil est comprise dans un intervalle de temps pouvant atteindre plusieurs minutes. Dans ces conditions, les incertitudes sur la longitude du méridien central peuvent être estimées, au minimum, à $\pm 1^\circ$. L'impact de ces incertitudes sur la détermination des paramètres du profil pourra être obtenu numériquement en calculant les profils correspondant aux valeurs des paramètres initiaux (α_0, δ_0, W) affectées de leurs incertitudes. Bien sûr, cette estimation des erreurs sous-estime certainement les incertitudes réelles sur les paramètres du profil prédit mais elle permet de se faire une idée de la confiance que l'on peut lui accorder.

Discussion sur le choix des paramètres de rotation des astéroïdes

La plupart des méthodes (basées sur une dépendance à l'aspect du corps) de détermination de la direction de l'axe de rotation des astéroïdes possèdent des propriétés de symétrie. Cela a pour conséquence de créer une ambiguïté quant au choix de la direction de l'axe de rotation et quant au sens de cette rotation. Cela est vrai, en particulier, pour les astéroïdes de la ceinture principale dont l'inclinaison orbitale est faible. Dans ce cas, les méthodes dites *amplitude* et *magnitude* possèdent deux propriétés de symétrie correspondant à l'échange des pôles nord et sud et à une symétrie par rapport au plan de l'écliptique. Ainsi les 4 solutions possibles pour le pôle de rotation sont :

$$\begin{aligned} P_1 &= (\lambda_p, \beta_p) & P_3 &= (\lambda_p, -\beta_p) \\ P_2 &= (\lambda_p + \pi, \beta_p) & P_4 &= (\lambda_p + \pi, -\beta_p) \end{aligned}$$

En d'autres termes, les pôles P_1 et P_4 représentent le même axe de rotation mais le sens de rotation est différent ; de même pour P_2 et P_3 . Comme la méthode dite *astrométrie photométrique* identifie le sens prograde ou rétrograde de la rotation, cela signifie qu'en général on dispose de 2 solutions : P_1 et P_2 correspondent aux solutions progrades tandis que P_3 et P_4 correspondent aux solutions rétrogrades [Mic93]. Cette distinction entre ces 4 solutions disparaît pour les orbites fortement inclinées (par ex. (2) Pallas), pour les objets dont l'axe de rotation est proche du

9. Nous considérons ici les erreurs de troncature, les incertitudes sur les valeurs des paramètres de rotation pouvant être largement plus importantes.

plan de l'écliptique et pour les objets dont les courbes de lumières sont difficilement interprétables (par ex. (532) Herculina). Enfin, pour les astéroïdes passant à proximité de la Terre il n'y a en général que 2 solutions [Mag95].

Le tableau 10 de l'annexe D présente les valeurs des paramètres de rotation de (39) Laetitia d'après la base de données *Asteroid spin vectors* compilée par P. Magnusson [MLD⁺93]. Il en ressort 2 solutions pour le pôle de rotation de cet astéroïde :

$$P_1 \quad (\lambda_p = 127^\circ, \beta_p = +24^\circ)$$

$$P_2 \quad (\lambda_p = 324^\circ, \beta_p = +31^\circ)$$

La figure 7 montrent graphiquement ces 2 solutions, pour un observateur géocentrique, lors de l'occultation de l'étoile HIP 28954 le 21 mars 1998. Il apparait clairement, compte tenu de l'orientation du profil ajusté (cf. fig. 3), que le pôle P_1 n'est pas la bonne solution. C'est donc la solution P_2 qui est choisie pour la suite du travail. Les valeurs numériques des autres paramètres utilisés pour prédire l'aspect et le profil de (39) Laetitia sont résumés dans le tableau 4.

Epoque de référence	T_0	=	1983/12/03 19 ^h .80 UTC
Période sidérale	P_s	=	0.21409330 j
Méridien origine	W_0	=	-59°.51
Rayons des axes	a	=	117.56 km ($\phi_{IRAS} = 149.5$ km)
	b	=	79.97 km (a/b = 1.47)
	c	=	44.43 km (b/c = 1.80)

TAB. 4 – Valeurs des paramètres de rotation et de forme (modèle triaxial) de (39) Laetitia, d'après [MLD⁺93]. Les rayons des axes sont calculés à partir du diamètres IRAS.

Occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia

La figure 8 présente le profil elliptique prédit (à partir de la solution P_2 du pôle de rotation) de l'astéroïde dans le plan fondamental de l'occultation le 21 mars 1998 à 19^h 01^m 28^s.33 UTC (courbe bleue). Les incertitudes sur le profil sont représentés par les deux courbes l'encadrant (en pointillés verts). Elles correspondent à des incertitudes de $\pm 1^\circ$ sur les coordonnées du pôle de rotation de l'astéroïde (α_0, δ_0) et de $\pm 1^\circ.2$ sur la position du méridien central (W). Les paramètres de ce profil et leurs incertitudes sont présentés dans le tableau 5.

5 Comparaison entre les profils observé et prédit

Cette comparaison permet en tout premier lieu de lever l'ambiguïté sur la direction de l'axe de rotation de (39) Laetitia : la bonne solution est le pôle P_2 . Cependant, l'étude de la figure 8 et des valeurs numériques des paramètres des profils montrent un certain décalage en orientation et en dimension entre les deux profils. Ces différences sont présentées dans le tableau 6.

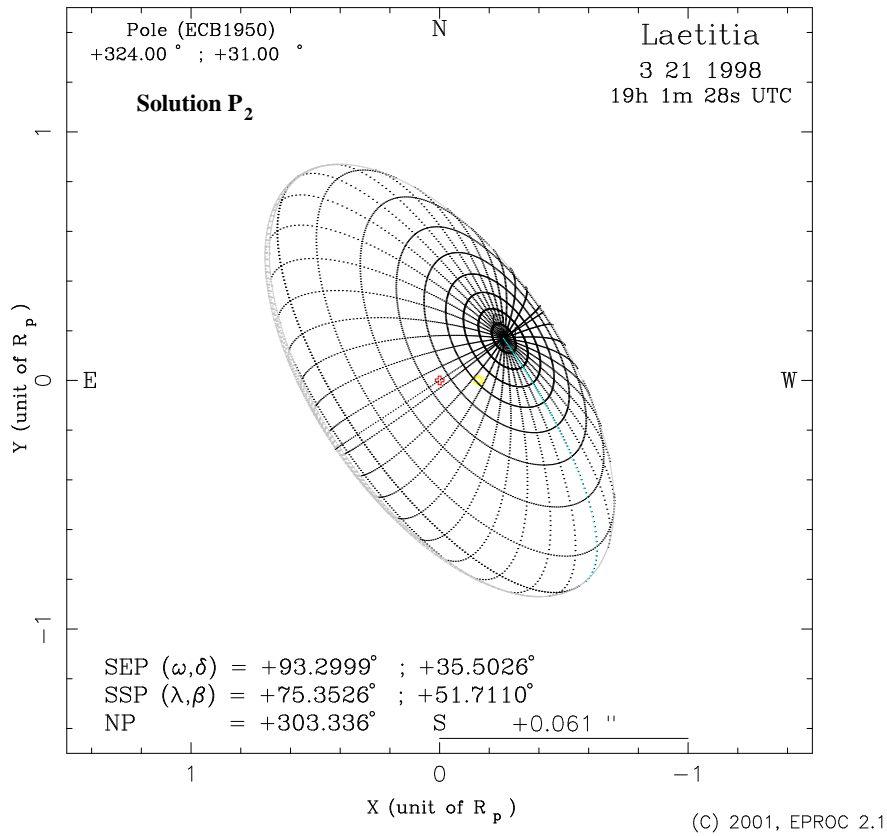
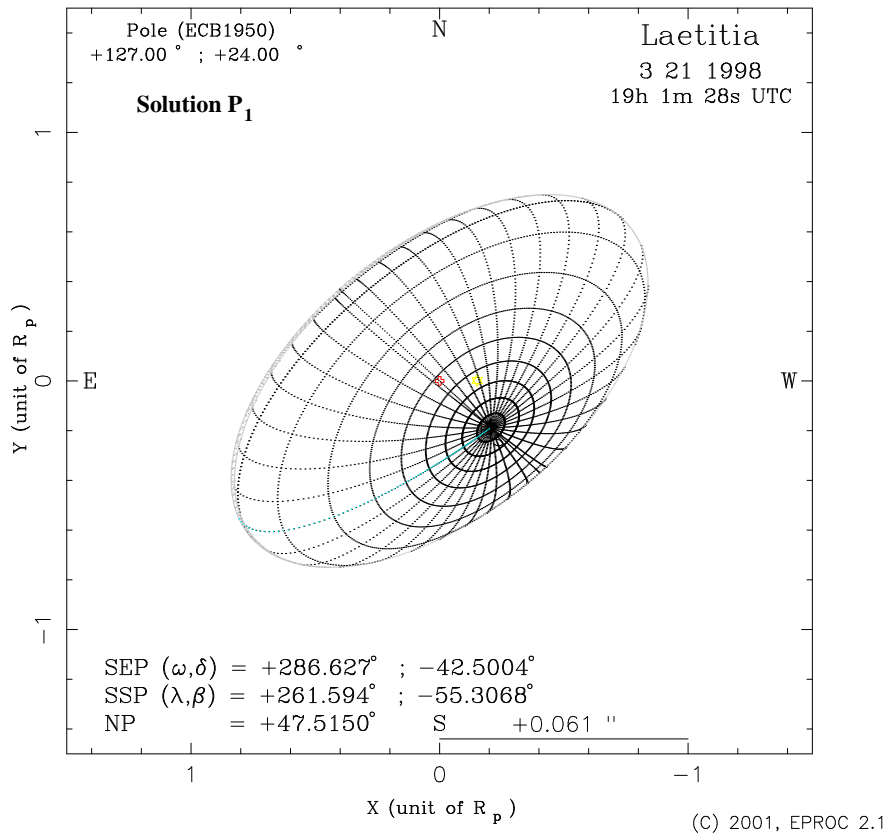


FIG. 7 – Aspect visuel, pour un observateur géocentrique, de (39) Laetitia lors de l'occultation de l'étoile HIP 28954 le 21 mars 1998. Le méridien de couleur bleue représente le méridien origine. Les points rouge (au centre), jaune (croix) et vert (triangle) matérialisent, respectivement, les points sub-terrestre, sub-solaire et sub-stellaire.

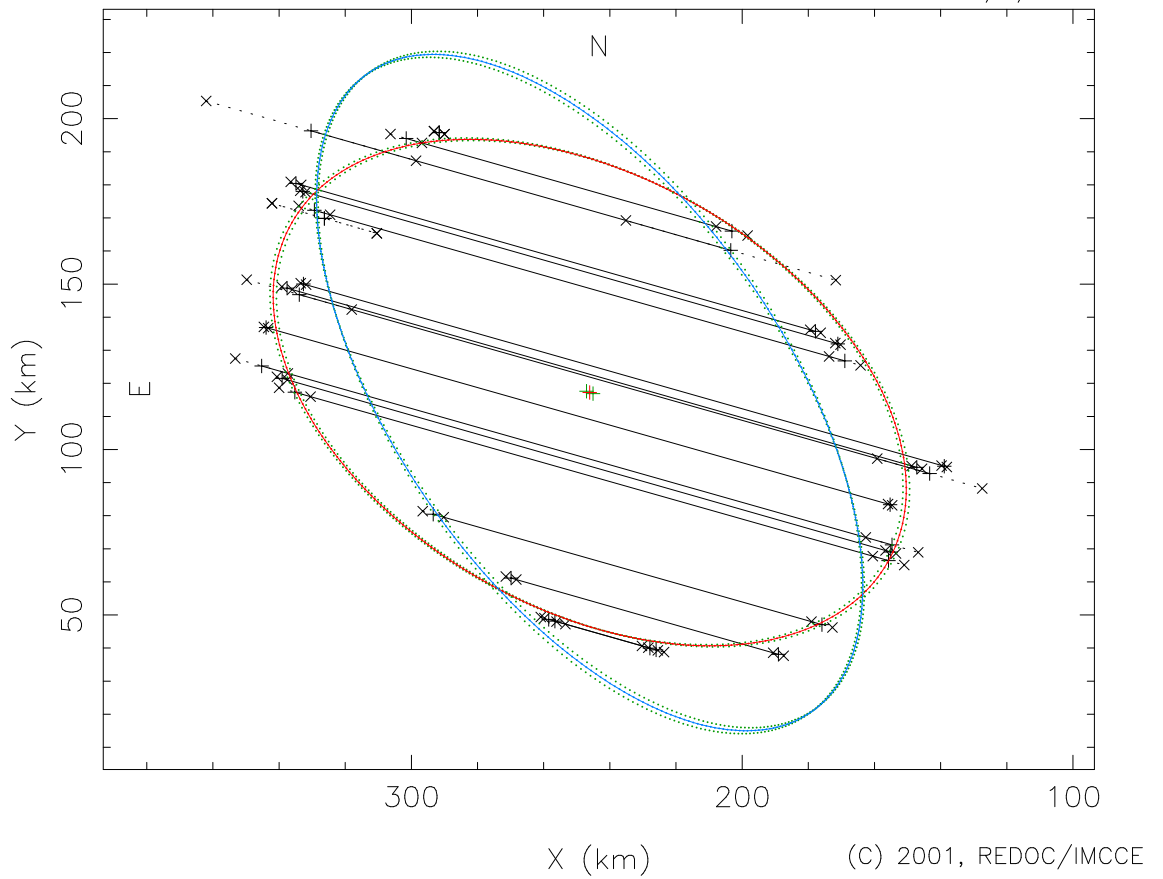


FIG. 8 – Profil elliptique prédit de (39) Laetitia le 21 mars 1998 à $19^h 01^m 28^s.33$ UTC (courbe bleue). Le profil ajusté sur les observations est aussi présenté (courbe rouge).

Paramètres		Valeurs		Incertitudes		
centre	x_0	0.0	km	—		
	y_0	0.0	km	—		
rayons	a	117.481	km	±	0.013	km
	b	58.885	km	±	0.005	km
orientation	ψ	34.711	°	±	0.017	°

TAB. 5 – Valeurs des paramètres du profil prédit de (39) Laetitia le 21 Mars 1998 à 19^h 01^m 28^s.33 UTC obtenus à partir de la solution P_2 du pôle de rotation.

Si l'on imagine que la différence d'orientation du profil prédit de l'astéroïde provient uniquement d'une erreur sur sa période sidérale alors le décalage de 25°.58 entre les deux profils peut être compensé en la corrigeant de $-14.16 \cdot 10^{-7}$ j, soit -122.34 ms. A la vue des résultats du tableau 10 (annexe D) cette correction semble importante car les différentes valeurs de la période sidérale de cet astéroïde s'accordent à 10^{-7} j près (soit 9 ms). Cependant, cela est certainement plus une conséquence de la similitude des méthodes de détermination des paramètres physiques que d'une connaissance absolue de la période de rotation. Il est donc tout à fait possible que le décalage en orientation du profil prédit provienne de là.

Si maintenant on suppose que cet écart en orientation provient d'une erreur sur l'époque de référence (T_0), ou sur la longitude du méridien origine (définie tel qu'un maximum de la courbe de lumière corresponde à une longitude du point sub-terrestre de 90° ou de 270° à l'époque de référence), alors cet écart peut être compensé en corrigeant T_0 de -49.73 min. ou W_0 de $+58^\circ.06$. Il n'est pas concevable qu'une telle erreur existe sur un de ces paramètres dans la mesure où l'incertitude sur T_0 ne dépasse guère quelques minutes. Cependant, l'époque de référence étant décembre 1983, on peut imaginer que cette correction est la conséquence d'un mouvement de rotation de l'astéroïde non modélisé.

Enfin, si l'on envisage que cet écart en orientation provient uniquement d'erreurs sur les coordonnées de la direction du pôle de rotation alors il est nécessaire de cor-

Paramètres		Valeurs		Incertitudes		
rayons	Δa	-13.824	km	±	0.107	km
	Δb	6.462	km	±	0.050	km
orientation	$\Delta \psi$	-25.584	°	±	0.037	°
surface	ΔS	-452.931	km ²			

TAB. 6 – Différences entre les profils ajusté et prédit de (39) Laetitia.

riger, par exemple, la déclinaison du pôle de $+29^\circ.9$ pour compenser cet écart, une correction sur l'ascension droite uniquement ne le permettant pas. On peut aussi trouver différents couples de valeurs de correction des coordonnées du pôle minimisant plus ou moins la différence de longueur entre les axes des profils ajusté et prédit, la correction en déclinaison étant toujours prédominante. Or les valeurs de synthèse des coordonnées du pôle proposées par P. Magnusson sont fiables à 10° près. Il paraît donc fort probable que l'écart en orientation des profils provient de l'ensemble des incertitudes sur les paramètres d'orientation du corps (période sidérale, coordonnées du pôle de rotation et angle de phase de rotation à l'époque de référence).

Dans tous les cas de figure, après alignement ou non des grands axes des profils observé et prédit, les rayons des profils diffèrent quelque peu. Le diamètre de (39) Laetitia mesuré par IRAS est $\phi_{IRAS} = 149.5$ km duquel on en déduit les rayons du modèle ellipsoïdal de l'astéroïde par la relation :

$$\phi_{IRAS}^3 = 8abc$$

où b et c sont exprimés en fonction de a à partir des rapports des rayons des axes fournis par l'étude des observations photométriques (cf. tab. 10 annexe D et tab. 4). Le profil qui en découle (Fig. 8) présente un grand axe plus grand et un petit axe plus petit que ceux du profil ajusté sur les cordes. Comme la figure apparente de l'astéroïde (Fig. 7) présente presque complètement le grand axe de l'ellipsoïde triaxial cela signifie que cet axe est sur-estimé d'environ 11%. D'autre part on constate que le rapport b/c utilisé pour ce travail est aussi sur-estimé. Face à la dispersion affichée par ce paramètre (il varie de 1.1 à 3.3), on peut penser qu'il doit être inférieure à 1.8, peut être 1.5 comme le suggère 4 des valeurs du tableau 10 (annexe D).

Si l'on admet qu'il faut apporter une correction à l'orientation de l'ellipsoïde triaxial avant de comparer les dimensions physiques des profils, on constate deux cas de figure. Premièrement, si on apporte une correction à la déclinaison du pôle pour aligner les axes des profils alors on doit diminuer la longueur du grand axe a et la valeur du rapport b/c pour faire coïncider, en taille, les profils. Deuxièmement, si on apporte une correction à la période sidérale ou à l'époque de référence du méridien origine alors le rayon du grand axe de l'ellipsoïde triaxial se retrouve sous-estimé d'environ 9% tandis que le rapport b/c est sur-estimé. Pour faire coïncider les deux profils, il faut alors augmenter le rayon du grand axe de l'ellipsoïde triaxial, ce qui, à rapport a/b constant, implique une extension de l'axe b et donc contraint à augmenter la valeur du rapport b/c . On est dans la situation inverse au cas précédent.

Ainsi, selon le type de correction apporter aux paramètres d'orientation de l'astéroïde, l'ellipsoïde triaxial le modélisant est soit plus petit et moins aplati, soit plus gros et plus aplati que le modèle adopté pour ce travail. Il est impossible de conclure. Il est à noter que l'observation de la courbe de lumière de l'astéroïde pendant le phénomène (ou juste avant ou après) aurait permis d'apporter des contraintes supplémentaires quant-à la comparaison entre les profils observé (ajusté sur les cordes) et prédit (voir par ex. [EBD⁺99]).

6 Astrométrie de l'occultation

La réduction astrométrique d'une observation d'occultation stellaire peut être envisagée selon l'hypothèse suivante :

Le rayon apparent des astéroïdes étant principalement de l'ordre de quelques dizaines de secondes de degrés et la distance apparente minimum entre l'étoile et l'astéroïde au moment de l'occultation étant inférieure à ce rayon apparent alors la position de l'astéroïde au moment de l'occultation est égale à celle de l'étoile à cet instant plus ou moins la valeur du rayon apparent.

Ainsi, tant que cette approximation est suffisante, il est possible de déduire la position de l'astéroïde sur la sphère céleste plus ou moins simplement à partir de celle de l'étoile. Cependant, cette méthode, même si elle met en lumière la contribution importante (par leur précision) des occultations stellaires à l'astrométrie des astéroïdes, n'exploite pas totalement l'information contenue dans les mesures observationnelles. En effet, la géométrie des occultations stellaires est telle que le moindre écart sur les directions et les distances géocentriques des corps a pour conséquence de déplacer de manière significative les lieux géographiques d'observation du phénomène (voir TAB. 4.2 p. 79 de [Ber97]). En conséquence, partant des lieux d'où l'occultation a été observée et de la connaissance *a priori* de la position de l'étoile, il peut être envisagé d'en déduire la direction et la distance géocentrique de l'astéroïde au moment de l'occultation.

..... [à suivre]

7 Forme et direction de l'axe de rotation de l'astéroïde

Ce travail a déjà été abordé, par exemple, par Drummond et Cocke, 1989 [DC89], Dunham *et al.*, 1990 [DDB⁺90] et Sato *et al.*, 1993 [SSH93]. Nous renouvelons ici cette réflexion dans le cadre de notre méthode.

Pour modéliser la forme et la direction de l'axe de rotation ¹⁰ d'un astéroïde il est nécessaire de déterminer 6 inconnues : a , b et c les rayons du modèle ellipsoïdal, α_0 et δ_0 les coordonnées du pôle de rotation, et W l'angle de phase de rotation. A ces inconnues il convient d'ajouter les coordonnées du centre de masse du corps (composantes du vecteur \vec{a} , cf. §2), mais ces derniers paramètres sont déterminés par la réduction astrométrique de l'occultation. La modélisation du profil observé de l'astéroïde lors de l'occultation fournie, elle, 3 équations (Eq. 22). Le système est donc sous-déterminé. Si l'on observe une deuxième occultation, on ajoute 3 équations et 1 inconnue au problème. Ainsi pour le résoudre il est nécessaire de disposer de i profils tel que $3i \geq 5 + i$, soit $i \geq 3$.

Dans le cas de (39) Laetitia, seules deux autres observations d'occultation stellaire existent, celle de l'étoile HIP 17040 (BD +10 465) le 06/04/1979 [DFW⁺98] et celle de l'étoile PPM 205061 le 18/04/1996 [OTA98]. Malheureusement, dans les deux cas, seule 1 personne a enregistré le phénomène et encore, soit l'observateur

10. L'axe principal de rotation est, pour des raisons dynamiques, le plus petit des axes, c .

n'a pu mesurer que la durée de l'occultation, environ 6^s.5 dans le premier cas, soit il existe un doute quant à l'observation du phénomène (dans le deuxième cas). Dans tous les cas, aucun diamètre n'en n'a été déduit. Il n'y a donc qu'un seul profil à notre disposition ce qui rend impossible la détermination des paramètres recherchés sans avoir recours à des hypothèses supplémentaires. Une solution à ce problème a déjà été proposée par Sato *et al.* [SSH93] et Dunham *et al.* [DDB⁺90]. De même que Drummond et Cocke [DC89] ont proposé une solution au problème basé sur deux profils.

..... [à suivre]

Remarque

Il est à noter que dans le cas d'astéroïdes dont la forme est proche d'un ellipsoïde de révolution (sphère ou ellipsoïde peu aplati) il n'est pas possible d'aboutir à ces résultats. Dans ce cas, seul un grand nombre d'observation d'occultations stellaires (avec chacune un grand nombre de cordes) peut permettre la construction d'un modèle géométrique et la détermination de la direction de l'axe principal de rotation. Dans ce cas, face à la difficulté encore réelle d'observer de nombreuses occultations stellaires, il est préférable de s'orienter vers d'autres méthodes (cf. tab. 1).

8 Conclusion

L'objet principal de l'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes est l'étude directe des dimensions physiques des corps : nous venons de voir comment déterminer le profil de l'astéroïde à partir des mesures observationnelles, comment ajuster sur ce profil un modèle géométrique (ellipsoïde triaxial) et comment, par comparaison avec un modèle existant (résultant d'observations photométriques dans la plupart des cas), certaines ambiguïtés de ces modèles pouvaient être levées. Il nous reste à déterminer la forme et l'orientation de l'astéroïde et à déduire de l'observation la position relative des trois corps impliqués (Terre, astéroïde, étoile) et ainsi déterminer la position dans l'espace de l'astéroïde au moment de l'occultation.

Il est essentiel de remarquer que les grandeurs des résultats numériques reposent, fondamentalement, sur la valeur de la vitesse géocentrique de l'astéroïde pendant l'occultation. Or ce paramètre est, actuellement, fourni par les calcul d'éphémérides et est donc entaché d'incertitudes. Cela a pour conséquence d'engendrer une déformation de la figure géométrique du profil, faussant quelque peu l'interprétation que l'on peut avoir quant-à la forme du profil et donc de l'astéroïde. L'implication de cette déformation sur les résultats obtenus reste à étudier. Pour palier à cela il est indispensable qu'au cours de l'occultation une station d'observation, au moins, soit dédiée à l'observation astrométrique de l'étoile et de l'astéroïde. De même, il paraît indispensable de disposer de la courbe de lumière de l'astéroïde au moment du phénomène pour pouvoir contraindre de manière plus précise la modélisation géométrique de sa forme.

La comparaison entre le profil observé et le profil prédit nous laisse à penser que l'étude de la topographie du limbe, et par suite de la surface du corps, est pos-

sible. Du moins pour savoir si le corps est plutôt convexe ou s'il présente des parties concaves. Pour mener à bien une étude exhaustive de la topographie des corps il est indispensable de disposer d'observations multiples de phénomènes impliquant un même corps avec un grand nombre de corde. Jusqu'à présent cela n'est que très rarement le cas parmi toutes les occultations observées depuis 1958. En attendant, les profils observés fournissent des indications précieuses pour contraindre, par exemple, les modèles issus de l'imagerie radar ou optique.

9 Prospective

Les futures occultations d'étoiles par (39) Laetitia sont présentées en annexe E. Malheureusement les phénomènes à venir (jusqu'à fin 2004) ne sont pas favorablement observables en Europe. Il sera donc difficile d'observer de nouvelles occultations pour obtenir au moins trois profils, solution naturelle pour remonter à la forme et à l'orientation de l'astéroïde. Par conséquent il paraît souhaitable d'étudier l'opportunité d'utiliser d'autres techniques observationnelles pour affiner nos connaissances des paramètres physiques de cet astéroïde.

Il pourrait être aussi intéressant d'étudier plus en détail l'apport des observations d'occultations stellaires à la connaissance de la topographie à macro échelle des corps. Une première étape consistera à implémenter la modélisation topographique des profils prédits (définie, par exemple, à partir d'harmoniques sphériques ou de fonctions de Fourier) pour affiner la comparaison avec les extrémités des cordes. Une application pourra être la comparaison entre les profils issus de 2 occultations par Kleopatra (en 1980 et 1991) avec le modèle d'Ostro *et al.* déduit d'observations radar.

10 Contact

Pour tout renseignement, commentaire ou question, vous pouvez contacter :

J. Berthier Institut de Mécanique Céleste 77, av. Denfert Rochereau F-75014 Paris, FRANCE tél. : +33(0)1 40 51 22 64 e-mail : berthier@bdl.fr
--

Références

- [Bdl98] Bureau des longitudes. Occultation de l'étoile HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 mars 1998. Institut de mécanique céleste, Site internet : <http://www.bdl.fr/observateur/occlLaetitia.html>, 1998.
- [Ber97] J. Berthier. Astrométrie des occultations d'étoiles par les astéroïdes. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris, 1997.
- [Ber98a] J. Berthier. Serveur d'éphémérides du bureau des longitudes. Définitions relatives aux éphémérides de position des corps célestes. *Notes Scientifiques et Techniques* **S060**, Bureau des longitudes, 1998.
- [Ber98b] J. Berthier. Serveur d'éphémérides du bureau des longitudes. Définitions relatives aux éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire. *Notes Scientifiques et Techniques* **S061**, Bureau des longitudes, 1998.
- [Bow01] E. Bowell. The asteroid orbital elements database. Lowell Observatory, Site internet : <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>, 2001.
- [Cha74] W. Chauvenet. *A manual of spherical and practical astronomy*. J.B. Lippincott & co., 1874.
- [DC89] J.D. Drummond and W.J. Cocke. Triaxial ellipsoid dimensions and rotational pole of (2) Pallas from two stellar occultations. *Icarus*, **78**:323–329, 1989.
- [DDB⁺90] D.W. Dunham, J.B. Dunham, R.P. Binzel, D.S. Evans, M. Freuh, G.W. Henry, M.F. A'Hearn, R.G. Schnurr, R. Betts, H. Haynes, R. Orcutt, E. Bowell, L.H. Wasserman, R.A. Nye, H.L. Giclas, C.R. Chapman, R.D. Dietz, C. Moncivais, W.T. Douglass, D.C. Parker, J.D. Beish, J.O. Martin, D.R. Monger, W.B. Hubbard, H.J. Reitsema, A.R. Klemola, P.D. Lee, B.R. McNamara, P.D. Maley, P. Manly, N.L. Markworth, R. Nolthenius, T.D. Oswalt, J.A. Smith, E.F. Strother, H.R. Povenmire, R.D. Purrington, C. Trenary, G.H. Schneider, W.J. Schuster, M.A. Moreno, J. Guichard, G.R. Sanchez, G.E. Taylor, A.R. Upgren, and T.C. VanFlandern. The size and shape of (2) Pallas from 1983 occultation of 1 Vulpeculæ. *Astron. Journal.*, **99**:1636–1662, 1990.
- [DFW⁺98] D.W. Dunham, D. Faust, W.H. Warren, I. Sato, E. Goffin, and M. Sôma. Catalogs of asteroidal occultation observations and stars. *American Astronomical Society, DPS meeting*, **30**, 16.09, 1998.
- [E.A98] E.A.O.N. European asteroidal occultation network. Site internet : <http://www.xcom.it/cana/EAON/>, 1998.
- [EBD⁺99] A. Erikson, J. Berthier, P.V. Denchev, A.W. Harris, Z. Ioannou, A. Kryszczyńska, C.I. Lagerkvist, P. Magnusson, T. Michalowski, A. Nathues, J. Piironen, P. Pravec, L. Sarounová, and F. Velichko. Photometric observations and modelling of the asteroid 85 Io in conjunction with data from an occultation event during the 1995-96 apparition. *Planetary and Space Science*, **47**:327–330, 1999.
- [Mag95] P. Magnusson. Asteroid spin vector determinations. Uppsala Astronomical Observatory, Site internet : <ftp://ftp.astro.uu.se/pub/Asteroids/SpinVectors/>, 1995.

- [MD89] R.L. Millis and D.W. Dunham. Precise measurement of asteroid sizes and shapes from occultations. In M.S. Matthews R.P. Binzel, T. Gehrels, editor, *Asteroids II*, pages 148–170. University of Arizona Press, Tucson, 1989.
- [ME79] R.L. Millis and J.L. Elliot. Direct determination of asteroid diameters from occultation observations. In T. Gehrels, editor, *Asteroids*, pages 98–118. University of Arizona Press, Tucson, 1979.
- [Mic93] T. Michalowski. Poles, shapes, senses of rotation, and sidereal periods of asteroids. *Icarus*, **106**:563–572, 1993.
- [MLD⁺93] P. Magnusson, C.I. Lagerkvist, M. Dahlgren, A. Erikson, M.A. Barucci, I. Belskaya, and M.T. Capria. The Uppsala asteroid database. In A. Milani, M. diMartino, and A. Cellino, editors, *Asteroids, Comets, Meteors 1993*, pages 471–476. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [MV98] J. Manek and L. Vasta. Asteroidal occultations. Czech Astronomical Society, Site internet : <http://sorry.vse.cz/~ludek/mp/>, 1998.
- [OHP99] OHP. Observatoire de Haute Provence. Site internet : <http://www.obs-hp.fr/>, 1999.
- [OTA98] International Occultation Timing Association. Occultation newsletter, November 1998. Volume 7, number 3.
- [PTVF92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in Fortran*. Cambridge University Press, 1986, 1992. 2^e edition.
- [Sma60] W.M. Smart. *Textbook on spherical astronomy*. Cambridge University Press, 1960. 4^e edition.
- [SSH93] I. Sato, M. Sôma, and T. Hirose. A spherical harmonics method for asteroid pole determination. *Astron. Journal.*, **105**:1553–1561, 1993.
- [Tay55] G.E. Taylor. The prediction of occultations of stars by minor planets. *J.B.A.A.*, **65**:84–90, 1955.
- [WMF⁺79] L.H. Wasserman, R.L. Millis, O.G. Franz, E. Bowell, N.M. White, H.L. Giclas, L.J. Martin, J.L. Elliot, E. Dunham, D. Mink, R. Baron, R.K. Honeycutt, A.A. Henden, J.E. Kephart, M.F. A’Hearn, H.J. Reitsema, R. Radick, and G.E. Taylor. The diameter of Pallas from its occultation of SAO 85009. *Astron. Journal.*, **84**:259–268, 1979.

Annexes

A Résultats observationnels

Résultats généraux

Les tableaux qui suivent présentent les résultats observationnels obtenus lors de l'observation de l'occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 Mars 1998. Au total 41 observateurs se sont mobilisés et 19 d'entre eux ont observés l'occultation. Ces résultats ont été compilés par EAON et en particulier J. Manek, membre de la Société Astronomique Chèque, qui les a diffusées sur internet [MV98]. Le tableau 7 indiquent les coordonnées géographiques des observateurs. Le tableau 8 fourni les instants de disparition et de réapparition de l'étoile mesurés par les observateurs. La liste complète de tous les observateurs ayant participé à l'observation de ce phénomène est disponible sur le serveur internet *Overview of European asteroidal occultation observations*, <http://sorry.vse.cz/~ludek/mp/results/>.

n	Observateurs nom	Coordonnées géographiques						
		longitude			latitude		altitude	
								m
5	O. Canales Moreno (ES)	+1°	20'	16"	+42°	12'	04"	350.0
7	C. Guihal (FR)	+0°	21'	54"	+43°	24'	02"	270.0
9	A. Roca (ES)	-1°	02'	35"	+42°	14'	49"	1001.0
10	M. Senegas (FR)	-1°	49'	0"	+43°	26'	0"	0.0
18	A. Klotz (FR)	-2°	15'	18"	+43°	36'	02"	175.0
19	E. Frappa (FR)	-2°	53'	31"	+42°	30'	58"	190.0
20	J. Lecacheux (FR)	-2°	53'	32"	+42°	30'	58"	200.0
21	B. Gaillard (FR)	-3°	27'	0"	+44°	02'	22"	1300.0
23	J. Piraux (FR)	-5°	05'	58"	+44°	09'	13"	385.0
24	R. Dusser (FR)	-5°	24'	44"	+43°	50'	49"	569.0
25	J.C. Aveni (FR)	-5°	25'	04"	+43°	15'	17"	100.0
27	A. Fienga & A. Rouhan (FR)	-5°	42'	36"	+43°	55'	45"	651.0
30	E. Colombo (IT)	-8°	47'	13"	+45°	01'	57"	78.0
31	S. Brambilla (IT)	-9°	43'	12"	+44°	50'	50"	422.0
33	G. Busi (IT)	-11°	09'	46"	+44°	29'	34"	120.0
34	R. Di Luca (IT)	-11°	10'	56"	+44°	37'	42"	40.0
35	A. Dalle Donne (IT)	-11°	13'	14"	+44°	26'	40"	408.0
36	C. Frisoni (IT)	-11°	16'	01"	+44°	10'	25"	975.0
37	P. Mangione (IT)	-11°	39'	55"	+44°	50'	19"	4.8

TAB. 7 – Liste des observateurs ayant observés avec succès l'occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 mars 1998.

n	Observateurs	Instants du phénomène		Δt	Incertitudes		Notes
	nom	disparition	réapparition		disp.	réap.	
				s	s	s	
5	O. Canales Moreno	19 ^h 00 ^m 52 ^s .66	19 ^h 01 ^m 04 ^s .27	11.61	0.10	0.10	6
7	C. Guihal	19 ^h 00 ^m 59 ^s .40	–	0.00	0.10	0.10	1, 6
9	A. Roca	19 ^h 01 ^m 09 ^s .10	19 ^h 01 ^m 14 ^s .20	5.10	0.10	0.10	6
10	M. Senegas	19 ^h 01 ^m 08 ^s .00	–	0.00	1.00	1.00	1, 6
18	A. Klotz	19 ^h 01 ^m 09 ^s .56	19 ^h 01 ^m 19 ^s .76	10.20	0.05	0.05	6
19	E. Frappa	19 ^h 01 ^m 18 ^s .78	19 ^h 01 ^m 20 ^s .71	1.93	0.15	0.15	6
20	J. Lecacheux	19 ^h 01 ^m 18 ^s .90	19 ^h 01 ^m 20 ^s .83	1.93	0.20	0.15	6
21	B. Gaillard	19 ^h 01 ^m 15 ^s .00	19 ^h 01 ^m 23 ^s .00	8.00	2.00	2.00	5
23	J. Piraux	19 ^h 01 ^m 22 ^s .50	19 ^h 01 ^m 32 ^s .40	9.90	0.10	0.10	6
24	R. Dusser	19 ^h 01 ^m 24 ^s .30	19 ^h 01 ^m 36 ^s .30	12.00	0.10	0.10	6
25	J.C. Aveni	19 ^h 01 ^m 24 ^s .00	19 ^h 01 ^m 34 ^s .00	10.00	1.00	1.00	6
27	A. Fienga <i>et al.</i>	19 ^h 01 ^m 25 ^s .92	19 ^h 01 ^m 38 ^s .13	12.21	0.05	0.05	3
30	E. Colombo	19 ^h 01 ^m 40 ^s .50	19 ^h 01 ^m 46 ^s .70	6.20	0.30	0.30	2, 6
31	S. Brambilla	19 ^h 01 ^m 43 ^s .40	19 ^h 01 ^m 53 ^s .50	10.10	0.30	0.30	2, 6
33	G. Busi	19 ^h 01 ^m 49 ^s .70	19 ^h 02 ^m 01 ^s .70	12.00	0.50	0.50	6
34	R. Di Luca	19 ^h 01 ^m 49 ^s .60	19 ^h 02 ^m 01 ^s .48	11.88	0.04	0.04	4
35	A. Dalle Donne	19 ^h 01 ^m 50 ^s .70	19 ^h 02 ^m 02 ^s .00	11.30	0.30	0.30	6
36	C. Frisoni	19 ^h 01 ^m 54 ^s .10	19 ^h 02 ^m 01 ^s .50	7.40	0.20	0.20	6
37	P. Mangione	19 ^h 01 ^m 52 ^s .00	19 ^h 02 ^m 04 ^s .00	12.00	1.00	1.00	2, 6

TAB. 8 – *Résultats observationnels de l’observation de l’occultation de HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 Mars 1998 (source [MV98]). Notes :*

- 1 *datation de la disparition de l’étoile seulement.*
- 2 *incertitudes arbitraires car non fournies par les observateurs*
- 3 *observation réalisée à l’aide d’une caméra CCD intensifiée*
- 4 *observation réalisée à l’aide d’un système d’acquisition vidéo*
- 5 *observation CCD à la cadence d’une image toutes les 4s*
- 6 *observation visuelle*

Les figures qui suivent présentent la situation géographique de l'ensemble des observateurs par rapport aux conditions météorologiques sur l'Europe le 21 Mars 1998 à 19^h UTC [MV98] (fig. 9) et par rapport à la ligne de centralité prédite de l'occultation [Bdl98] (fig. 10).

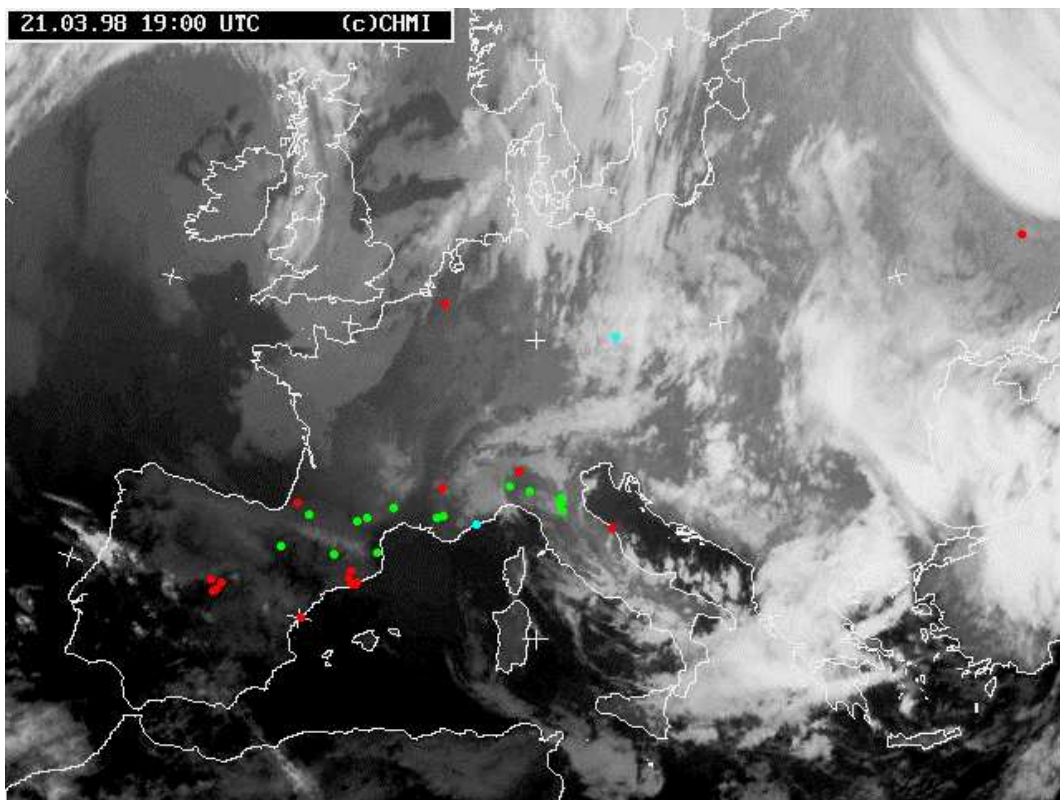
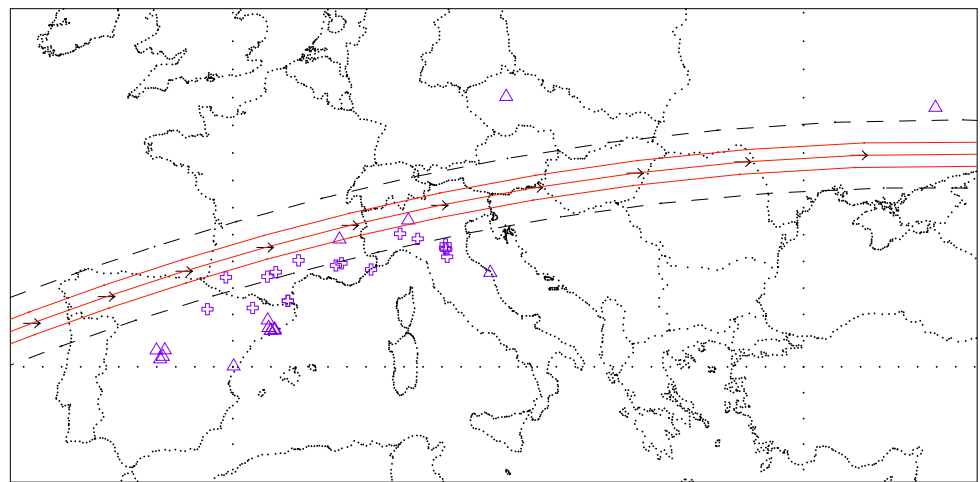


FIG. 9 – Conditions météorologiques sur l'Europe le 21 Mars 1998 à 19^h UTC (source [MV98]). Les points de couleur marque l'emplacement des observateurs : vert: observation positive ; rouge: observation négative ; bleu: temps nuageux.

Occ. HIP28954 / 39 Laetitia



21-3-1998

$18^{\text{h}} 54^{\text{m}} 40^{\text{s}} - 19^{\text{h}} 6^{\text{m}} 3^{\text{s}}$; inter. = +20.10 sec.

$\Delta m = +4.7$; Max. dur. = +9.30sec.

FIG. 10 – Situation géographique des observateurs par rapport à la ligne de centralité prédite de l'occultation [Bdl98]. Les croix désigne les observations positives ; les triangles celles négatives.

Résultats de l'observation réalisée à l'OHP

Cette occultation stellaire a, entre autre, été observée à l'Observatoire de Haute Provence [OHP99] par A. Fienga et A. Rouhan. L'instrument utilisé était le télescope de schmidt et en particulier sa lunette guide ($\phi = 26$ cm ; focale = 422 cm) sur laquelle était montée la caméra CCD intensifiée de l'IMCCE, reliée à un magnétoscope (UMATIC) pour sauvegarder l'observation sur bande magnétique (projet AVIA). La datation de l'observation a été réalisée par l'incrustation d'un chronomètre sur l'image vidéo, déclenché (manuellement) sur la base de temps d'un récepteur GPS (Magellan - Pionnier). Les conditions d'observation étaient moyennes (en transparence et en stabilité des images), un léger vent soufflait et quelques nuages sont venus dégrader les images (perte de flux) notamment durant la réapparition de l'étoile. La seule conséquence a été de ne pas pouvoir estimer la chute en magnitude du phénomène. Il est à noter que, hors la présence des nuages, l'astéroïde était visible

Occ. HIP 28954 / (39) Laetitia

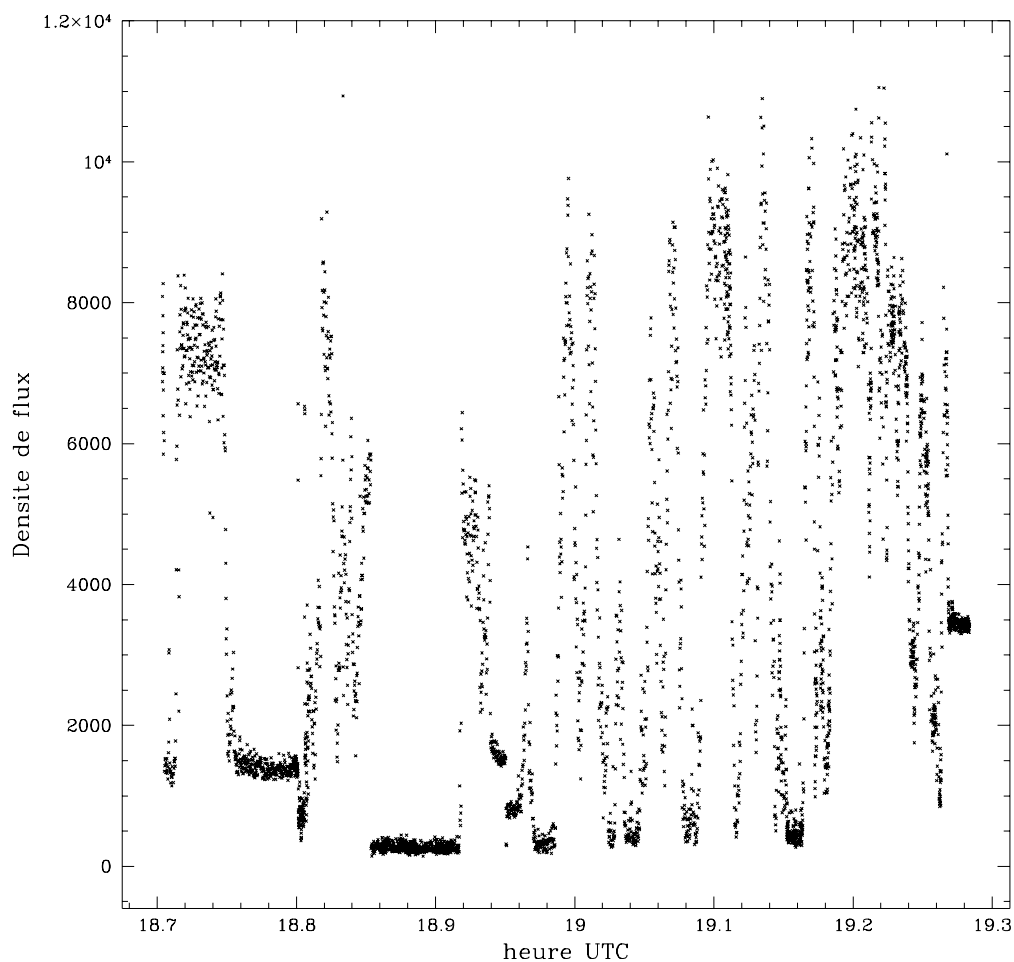


FIG. 11 – Courbe de lumière de l'étoile HIP 28954 le 21 mars 1998 entre $18^h 42^m$ UTC et $19^h 17^m$ UTC obtenue à l'OHP. Les variations rapides du flux sont dues à la présence de nuages lors de l'observation.

sur les images.

La figure 11 présente la courbe de lumière (en densité de flux brute) de l'étoile HIP 28954 observée entre $18^h 42^m$ UTC et $19^h 17^m$ UTC le 21 mars 1998. On note la présence des nuages par les variations rapides du flux. Cette courbe est le résultat de la numérisation (projet DT-IRIS) de l'enregistrement vidéo de l'observation (25 images/s) avec un échantillonnage temporel de 2 mesures de flux par seconde. L'analyse de cette courbe et en particulier de l'intervalle de temps où doit se produire l'occultation révèle une chute brutale du flux de l'étoile, chute caractéristique de l'observation d'une occultation stellaire. La figure 12 présente cette chute du flux. La datation des instants de disparition et de réapparition de l'étoile fournie comme résultats :

disparition :	$19^h 01^m 25^s.92$	$\pm 0^s.05$ UTC
réapparition :	$19^h 01^m 38^s.13$	$\pm 0^s.05$ UTC
durée :	12 ^s .21	$\pm 0^s.10$

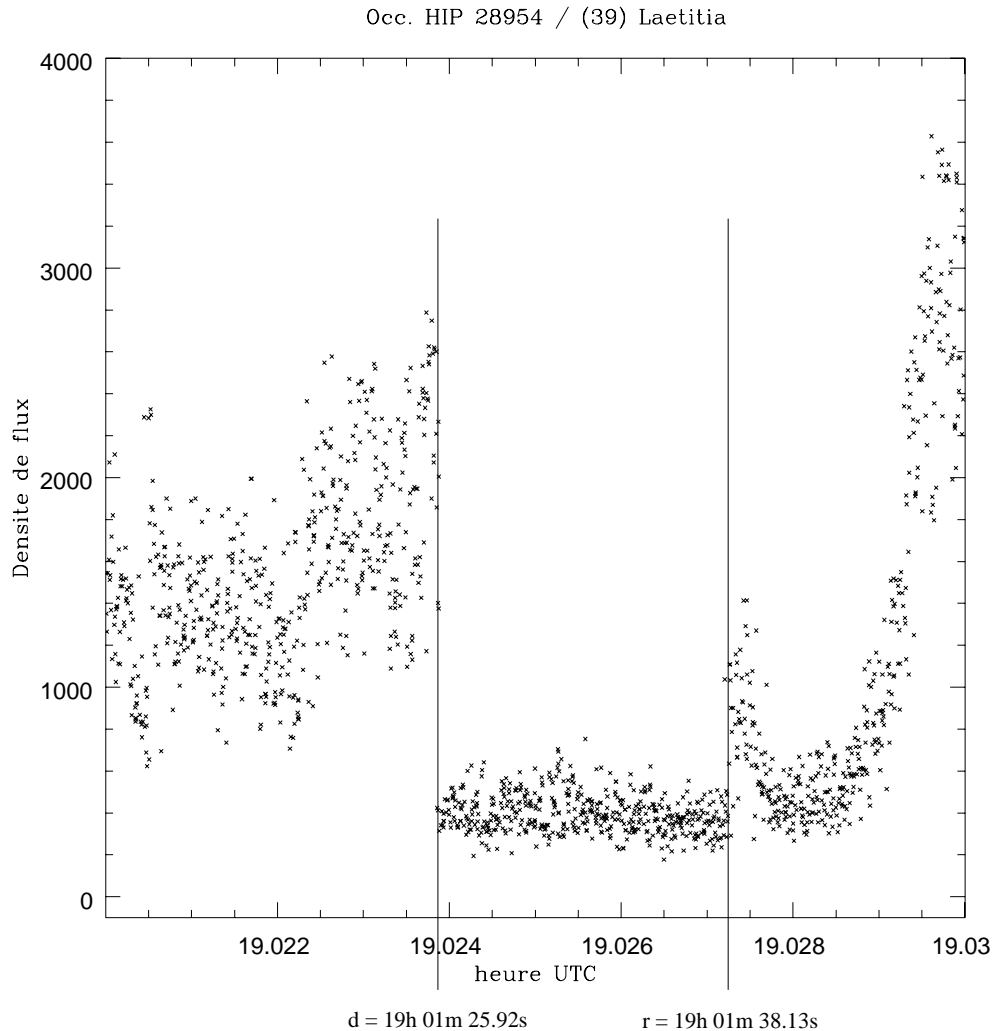


FIG. 12 – Courbe de lumière de l'occultation de l'étoile HIP 28954 par (39) Laetitia le 21 mars 1998 entre $19^h 01^m 12^s$ UTC et $19^h 01^m 48^s$ UTC obtenue à l'OHP. La résolution temporelle est ici de l'ordre de 0.05 seconde.

B Valeurs des déviations standard des points du profil

Le tableau 9 présente les valeurs des déviations standard individuelles initiales affectées aux extrémités des cordes lors de l'ajustement par moindres carrés d'un profil elliptique. Elles sont calculées comme la moyenne quadratique des incertitudes observationnelles (cf. § 3).

n	Observateur		σ	
	nom	disparition	réapparition	
5	O. Canales Moreno	1.34530	1.34530	
7	C. Guihal	1.34588	–	
9	A. Roca	1.34550	1.34550	
10	M. Senegas	13.46082	–	
18	A. Klotz	0.67309	0.67310	
19	E. Frappa	2.01869	2.01869	
20	J. Lecacheux	2.69159	2.01869	
21	B. Gaillard	26.92984	26.92991	
23	J. Piraux	1.34672	1.34673	
24	R. Dusser	1.34663	1.34664	
27	A. Fienga <i>et al.</i>	0.67335	0.67335	
30	E. Colombo	4.04276	4.04277	
31	S. Brambilla	4.04292	4.04295	
33	G. Busi	6.73860	6.73865	
34	R. Di Luca	0.53911	0.53912	
35	A. Dalle Donne	4.04313	4.04315	
36	C. Frisoni	2.69521	2.69522	
37	P. Mangione	13.47951	13.47958	

TAB. 9 – Valeurs des déviations standard individuelles initiales affectées aux extrémités des cordes.

C Incertitudes sur les rayons des axes du profil ajusté

Les équations qui suivent fournissent les développements des fonctions $S_{i=1\dots5}$ et $T_{i=1\dots5}$ du § 3. A, B, C, D, E sont les coefficients de la conique modélisant le profil. ψ désigne l'orientation du grand axe du profil (ajusté) par rapport à la direction du pôle céleste nord.

Si l'on pose :

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 2\frac{BD}{C} - E \\
 K_2 &= C - 4\frac{AB}{C} \\
 K_3 &= (B - A)^2 + C^2 \\
 K_4 &= A \cos^2 \psi + B \sin^2 \psi + C \cos \psi \sin \psi \\
 K'_4 &= A + B - K_4 \\
 K_5 &= -2\frac{AK_1}{CK_2} - \frac{D}{C} \\
 K'_5 &= 2BK_5 + E \\
 K_6 &= 1 - \frac{AK_1^2}{K_2^2} - (CK_5 + D)\frac{K_1}{K_2} - BK_5^2 - EK_5 \\
 K_7 &= 2\frac{AK_1}{CK_2^2}\left(1 + 4\frac{AB}{C^2}\right) + 2\frac{A}{C^2K_2}\left(2\frac{BD}{C} + K_1\right) + \frac{D}{C^2} \\
 K_8 &= -8\frac{A^2K_1}{C^2K_2^2} - 4\frac{AD}{C^2K_2} \\
 K_9 &= -8\frac{ABK_1}{C^2K_2^2} - 2\frac{K_1}{CK_2} \\
 K_{10} &= \frac{1}{2K_4}\sqrt{\frac{K_4}{K_6}} \\
 K'_{10} &= \frac{1}{2K'_4}\sqrt{\frac{K'_4}{K_6}}
 \end{aligned}$$

et si :

$$\begin{aligned}
 G_1 &= 8\frac{ABK_1^2}{CK_2^3} + \frac{K_1}{K_2^2}\left(K_1 + 4B\left(\frac{D}{C} + K_5\right)\right) + \frac{CK_1K_9}{K_2} + K'_5K_9 \\
 G_2 &= 8\frac{A^2K_1^2}{CK_2^3} + 4\frac{AK_1}{K_2^2}\left(2\frac{D}{C} + K_5\right) + \frac{1}{K_2}\left(2DK_5 + CK_1K_8 + 2\frac{D^2}{C}\right) \\
 &\quad + K_5^2 + K'_5K_8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_3 &= \left(1 + 4\frac{AB}{C^2}\right) \left(2\frac{AK_1^2}{k_2^3} + \frac{K_1}{K_2^2} \left(4\frac{ABD}{4AB + C^2} + CK_5 + D\right)\right) \\
&\quad + \frac{1}{K_2} \left(2\frac{BD}{C} \left(\frac{D}{C} + K_5\right) - K_1(CK_7 + K_5)\right) - K_5'K_7 \\
G_4 &= \frac{1}{K_2} \left(4\frac{ABK_5'}{C^2} - 2B \left(\frac{D}{C} + K_5\right)\right) + \frac{K_5'}{C} \\
G_5 &= \frac{1}{K_2} \left(2\frac{A}{C}(K_1 - K_5') + CK_5 + D\right) + \frac{D}{C} \\
H_1 &= \cos^2 \psi - \frac{C}{2K_3} (C \cos 2\psi + (A - B) \sin 2\psi) \\
H_2 &= \frac{C(A - B)}{2K_3} \cos 2\psi + \left(1 - \frac{(A - B)^2}{2K_3}\right) \sin 2\psi
\end{aligned}$$

alors :

$$\begin{aligned}
S_1 &= -K_{10} \left[H_1 \frac{K_6}{K_4} + G_1 \right] \\
S_2 &= -K_{10} \left[(1 - H_1) \frac{K_6}{K_4} + G_2 \right] \\
S_3 &= -K_{10} \left[H_2 \frac{K_6}{K_4} - G_3 \right] \\
S_4 &= K_{10} G_4 \\
S_5 &= K_{10} G_5
\end{aligned} \tag{24}$$

et

$$\begin{aligned}
T_1 &= -K'_{10} \left[(1 - H_1) \frac{K_6}{K'_4} + G_1 \right] \\
T_2 &= -K'_{10} \left[H_1 \frac{K_6}{K'_4} + G_2 \right] \\
T_3 &= K'_{10} \left[H_2 \frac{K_6}{K'_4} + G_3 \right] \\
T_4 &= K'_{10} G_4 \\
T_5 &= K'_{10} G_5
\end{aligned} \tag{25}$$

D Valeurs des paramètres de rotation de (39) Laetitia

Le tableau 10 présente les différentes solutions des paramètres de rotation de (39) Laetitia d'après la base de données *Asteroid Spin Vectors 1.0* compilée par P. Magnusson [MLD⁺93], [Mag95].

La première colonne indique par un code le type de données à partir desquelles les solutions ont été obtenues ou rejetées :

- A** Amplitudes des courbes de lumière
- E** Epoque de référence (*i.e.* dates des extrema de la courbe de lumière)
- F** Coefficients de Fourier des courbes de lumière
- M** Magnitude (généralement à un maximum de lumière)

Les 8 colonnes suivantes fournissent les directions des axes de rotation (en degrés) dans un repère écliptique pour l'équinoxe B1950.0. Les valeurs correspondantes dans l'écliptique J2000.0 peuvent être obtenues approximativement en ajoutant 0.7° aux longitudes tabulées. La présence d'un code à la place des valeurs numériques indique que la solution a été rejetée. Les 4 solutions pour la direction du pôle de rotation reflètent les propriétés de symétrie des méthodes de détermination de la direction des pôles de rotation des astéroïdes. La colonne suivante fournit la valeur de la période de rotation sidérale lorsque celle-ci est suffisamment précise pour assurer le lien entre les périodes d'observation et calculer les phases de rotation absolues pour l'ensemble des données. Les 2 colonnes suivantes fournissent les rapports des axes ($a \geq b \geq c$) du modèle triaxial (la rotation est selon l'axe c) ayant servi de base à la détermination des directions du pôle de rotation. La dernière colonne indique le nom du ou des auteurs de la solution.

La dernière ligne du tableau propose une synthèse des solutions établie par P. Magnusson et propose un résultat fiable (précision inférieure à 10° pour la direction du pôle) basé sur les plus récentes déterminations et pondéré en fonction de la méthode de calcul et de la quantité et du type de données utilisées.

Références :

- Cai56 Cailliate, C. (1956). Contribution à l'étude des astéroïdes variables. Publ. Observ. Lyon 3, fasc. 28.
- HG+58 van Houten-Groeneveld, I. and van Houten, C.J. (1958). Photometric studies of asteroids. VII. *Astrophys. J.* 127, 253-272.
- Cai60 Cailliate, C. (1960). Contribution à l'étude des astéroïdes variables. *Bull. Astronomique* XXIII, fasc. III.
- Geh+62 Gehrels, T. and Owings, D. (1962). Photometric studies of asteroids. IX. Additional light-curves. *Astrophys. J.* 135, 906-924.
- Sat76 Sather, R.E. (1976). Minor planets and related objects. XIX. Shape and pole orientation of (39) Laetitia. *Astron. J.* 81, 67-73.
- McC+84 McCheyne, R.S., Eaton, N., Green, S.F. and Meadows, A.J. (1984). B and V lightcurves and pole positions of three S-class asteroids. *Icarus* 59, 286-295.
- Zap+84 Zappala, V. and Z. Knezevic (1984). Rotation axes of asteroids: results for 14 objects. *Icarus* 59, 436-455.

Code	Axe principal de rotation								Période sidérale (jours)	Modèle		Réf.	
	(coordonnées écliptiques ; équinoxe B1950.0)									triaxial			
	λ_{01}	β_{01}	λ_{02}	β_{02}	λ_{03}	β_{03}	λ_{04}	β_{04}		a/b	b/c		
EA	— E —							280°	-66°	0.2144712	forme ^a		Cai56
A	114°	+28°						294°	-28°	—			HG+58
EA	— E —							283°	-61°	0.2144712	1.70	3.30	Cai60
AM	130°	+10°						310°	-10°	—			Geh+62
M	121°	+37°						301°	-37°	—	1.64	1.80	Sat76
A	128°	+38°	339°	+48°	159°	-48°	308°	-38°	—	1.53	1.31 ^b	McC+84	
AM	116°	+49°	338°	+57°	158°	-57°	296°	-49°	—	1.58	2.08	Zap+84	
A	111°	+56°	365°	+70°	185°	-70°	291°	-56°	—	1.53	3.10 ^c	McC+85	
E	rotation prograde ^d				— E —		— E —		0.21409			Lup+85	
EAM	129°	+30°	324°	+35°	— E —		— E —		0.21409332	1.49	1.49	Mag86	
EAM	—		318°	+26°	— E —		— E —		0.21409327	1.45	1.48	Dr+88	
EAM	130°	+29°	325°	+37°	— E —		— E —		0.21409333	1.50	1.50	Mag90	
AMF	125°	+19°	317°	+26°	137°	-26°	305°	-19°	—			Lum+90	
EAM	—		319°	+28°	— E —		— E —		0.21409330	1.49	1.48	Dru+91	
AMF			327°	+36°	147°	-36°			—			Lum+91	
EA			325°	+23°	— E —		— E —		0.21409327	1.42	1.10	DeA95	
Synth.	127°	+24°	324°	+31°	— E —		— E —		0.21409330	1.47	1.80 ^e	Synth.	

^a Le modèle utilisé est ici un cylindre coupé par une sphère.

^b Valeur moyenne de deux valeurs très différentes.

^c *id. b.*

^d Seul le sens de rotation a été déterminé.

^e Valeur adoptée pour ce travail.

TAB. 10 – *Solutions des paramètres de rotation de (39) Laetitia d'après la base de données Asteroid Spin Vectors 1.0 compilée par P. Magnusson [MLD⁺93].*

- McC+85 McCheyne, R.S., Eaton, N. and Meadows, A.J. (1985). Visible and near-infrared lightcurves of eight asteroids. *Icarus* 61, 443-460.
- Lup+85 Lupishko, D.F., I.N. Belskaja and F.P. Velichko (1985). *Vestn. Kharkov Univ.* 278, 51-56.
- Mag86 Magnusson, P. (1986). Distribution of spin axes and senses of rotation for 20 large asteroids. *Icarus* 68, 1-39.
- Dr+88 Drummond, J.D., S.J. Weidenschilling, C.R. Chapman and D.R. Davis (1988). Photometric geodesy of main-belt asteroids. II. Analysis of lightcurves for poles and shapes. *Icarus* 76, 19-77.
- Mag90 Magnusson, P. (1990). Spin vectors of 22 large asteroids. *Icarus* 85, 229-240.
- Lum+90 Lumme, K., H. Karttunen and E. Bowell (1990). A spherical harmonics method for asteroid pole determination. *Astron. Astrophys.* 229, 228-239.
- Dru+91 Drummond, J.D., S.J. Weidenschilling, C.R. Chapman and D.R. Davis (1991). Photometric geodesy of main-belt asteroids. IV. An updated analysis of lightcurves for poles, periods and shapes. *Icarus* 89, 44-64.
- Lum+91 Lumme, K., Bowell, E. (1991). Pole and Asymmetric Shape of 39 Laetitia. *Bull. Amer. Astr. Soc.* 23, 1143.
- DeA95 De Angelis, G. (1995). Asteroid spin, pole, and shape determinations. *Planet. Space Sci.* 43, 649-682.

E Futures occultations d'étoiles par (39) Laetitia

Les tableau 11 et les figures des pages suivantes présentent les prédictions des futures occultations d'étoiles des catalogues Hipparcos et Tycho-2 par (39) Laetitia pour la période comprise entre le 1 juillet 2001 et le 1 janvier 2005. Un total de 22 occultations sont prédites, dont 6 sont immédiatement à rejeter pour leur impossibilité à être observé (visible en pleine mer ou aux pôles). On remarque aussi qu'il n'y a aucun phénomène observable en Europe dans de bonnes conditions pour cette période.

Naturellement ces prédictions devront être affinées pour assurer un maximum de réussite des observations et un travail préparatoire d'observations astrométriques et photométriques des étoiles et de l'astéroïde devra être réalisé (comme c'est déjà le cas pour tous les phénomènes observés avec réussite).

Description des colonnes du tableau 11

□ Phénomène ► date du phénomène ► heure en *Temps terrestre* du minimum de distance entre l'étoile et l'astéroïde ► $d_{min.}$: distance minimale de rapprochement ► $V_{pos.}$: angle de position de l'étoile au moment du minimum de distance défini par l'angle entre la direction astéroïde-étoile et celle du pôle nord céleste, compté positivement du nord vers l'est ► Δm : chute en magnitude ► ΔT : durée du phénomène Astéroïde ► magnitude visuelle de l'astéroïde au moment du phénomène ► V_a : vitesse angulaire apparente sur la sphère céleste de l'astéroïde Étoile ► numéro d'identification de l'étoile ► magnitude visuelle ou à défaut magnitude photographique de l'étoile ► coordonnées équatoriales approchées de l'étoile dans le repère J2000 Circonstances ► E_{\odot} : élongation au Soleil de l'astéroïde ► E_{ζ} : élongation à la Lune de l'astéroïde ► F_{ζ} : fraction illuminée du disque lunaire

Heure TT	$d_{min.}$	$V_{pos.}$	Δm	ΔT	Mag	V_a	Etoile	Mag	Coordonnées		E_{\odot}	E_{ζ}	F_{ζ}
	"	o	s	s	V	//h			équatoriales J2000		o	o	%
0:53:57.5	3.48	142.9	0.3	14.4	9.3	34.85	TY2-468502079	10.7	01 ^h 34 ^m 49 ^s	-02° 45' 01"	167	98	38
0:03:07.0	3.98	329.5	0.3	15.6	9.5	31.58	TY2-468400665	11.7	01 ^h 25 ^m 33 ^s	-04° 18' 16"	162	85	41
6:21:28.2	1.78	167.0	0.7	3.3	11.5	65.10	TY2-066500432	11.6	04 ^h 04 ^m 21 ^s	+12° 53' 46"	25	163	99
4:42:30.0	0.96	351.8	0.7	3.1	11.4	65.35	TY2-069500155	9.8	04 ^h 50 ^m 07 ^s	+14° 58' 29"	13	130	89
2:05:32.3	0.30	178.1	0.7	3.2	11.4	64.11	TY2-129901174	10.7	05 ^h 48 ^m 13 ^s	+16° 13' 04"	9	164	99
7:39:18.7	0.72	0.6	0.6	3.2	11.5	63.16	TY2-131400837	11.8	06 ^h 11 ^m 36 ^s	+16° 16' 53"	14	10	5
8:11:58.8	1.44	181.5	0.7	3.2	11.6	62.76	TY2-131500999	12.3	06 ^h 19 ^m 22 ^s	+16° 14' 52"	17	45	6
0:00:05.5	0.21	5.4	0.7	3.4	11.7	60.38	TY2-133101544	11.2	06 ^h 55 ^m 20 ^s	+15° 43' 43"	27	45	35
0:41:09.9	0.66	185.7	0.7	3.5	11.7	60.16	TY2-134401554	10.6	06 ^h 58 ^m 00 ^s	+15° 39' 59"	28	25	20
5:20:02.3	1.83	186.3	0.7	3.5	11.7	59.71	TY2-134401945	9.3	07 ^h 03 ^m 17 ^s	+15° 32' 03"	30	11	1
5:35:28.6	1.57	188.0	0.7	3.7	11.7	58.09	TY2-134601265	8.5	07 ^h 19 ^m 27 ^s	+15° 02' 47"	35	148	72
6:31:17.7	0.10	189.3	0.8	3.8	11.8	56.68	TY2-077600042	11.3	07 ^h 31 ^m 23 ^s	+14° 36' 29"	40	111	94
1:46:27.5	1.63	11.2	0.8	4.1	11.8	54.15	TY2-079100824	11.9	07 ^h 49 ^m 06 ^s	+13° 49' 57"	47	30	1
4:07:45.2	2.34	11.7	3.9	4.2	11.8	53.28	HIP-38597	8.0	07 ^h 54 ^m 11 ^s	+13° 34' 56"	49	82	8
4:24:00.8	0.70	194.1	0.8	4.8	11.8	48.64	TY2-080201754	12.0	08 ^h 15 ^m 59 ^s	+12° 21' 55"	59	75	85
5:47:38.4	1.31	14.5	0.7	5.0	11.7	47.77	TY2-080300205	11.2	08 ^h 19 ^m 21 ^s	+12° 09' 19"	60	44	62
6:23:00.2	1.39	9.6	3.3	5.6	12.0	40.72	TY2-140101332	9.9	09 ^h 04 ^m 12 ^s	+15° 49' 39"	67	106	11
2:07:12.7	1.54	9.6	3.3	5.6	12.0	40.80	TY2-140101422	12.4	09 ^h 04 ^m 28 ^s	+15° 49' 00"	67	104	9
9:10:33.3	1.69	19.7	1.9	3.3	11.8	55.39	TY2-027500268	10.1	11 ^h 40 ^m 18 ^s	+04° 22' 17"	4	50	20
4:58:58.8	3.45	46.5	0.9	14.9	10.9	22.75	TY2-497900194	10.6	14 ^h 19 ^m 07 ^s	-02° 45' 30"	145	141	0
8:27:21.9	3.89	203.6	0.8	11.7	10.6	30.47	TY2-030900204	10.3	13 ^h 51 ^m 30 ^s	+01° 39' 28"	160	44	77
3:57:04.7	1.35	200.0	0.8	13.2	10.7	26.61	TY2-030800812	11.8	13 ^h 45 ^m 57 ^s	+02° 12' 50"	153	72	85

TAB. 11 – Occultations d'étoiles par (39) Laetitia pour la période 1 juillet 2001 – 1 janvier 2005

