

ISSN 1621-3823
ISBN 2-910015-45-9

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES
DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE*

S081



**JOURNÉES SCIENTIFIQUES 2003
DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET
DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES**



*Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides
UMR 8028
77, avenue Denfert-Rochereau
F-75014 Paris*

Décembre 2004

INTRODUCTION

Périodiquement depuis 1992, l'*Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides* organise des journées scientifiques. Les dernières Journées scientifiques s'étaient tenues en 2000 et l'avancement de différents travaux a favorisé la tenue de nouvelles journées en 2003, les 2 et 3 juin. Elles se sont tenues en présence de la quasi-totalité des personnels de l'IMCCE et de quelques invités extérieurs.

Ces réunions permettent aux personnels chercheurs, ingénieurs et techniciens, sans le formalisme inhérent à un colloque international, d'exposer des travaux qui peuvent être achevés mais aussi ceux en chantier ou uniquement en projet. Leur objectif est principalement de favoriser la communication d'informations, de faire le point de programmes de recherche ou de développements techniques, de concentrer en deux jours un nombre appréciable d'échanges qui ne trouvent pas toujours place dans le déroulement quotidien de ces activités.

On peut ainsi apprécier la progression de certains travaux exposés aux Journées scientifiques précédentes et également voir l'émergence de nouveaux thèmes, notamment ceux, porteurs d'avenir, développés par de jeunes chercheurs. À ce titre, les Journées scientifiques 2003 ont été un succès puisque 37 communications ont pu être faites, signées par 28 auteurs et coauteurs, au cours de deux journées de présentations structurées dans le cadre des thèmes principaux de recherche de l'IMCCE, mais aussi autour de certaines activités de service ou d'activités opérationnelles du laboratoire.

Le lecteur trouvera ainsi dans ce fascicule non pas un compte rendu de colloque, mais celui d'un atelier vivant. Il ne s'agit pas bien sûr d'un compte rendu exhaustif des activités de l'IMCCE, le lecteur aura cependant ici un cliché instantané des activités techniques et scientifiques principales pour 2003. Nous espérons qu'il en appréciera la diversité, l'originalité et la qualité.

W. THUILLOT

Directeur de l'Institut de mécanique céleste
et de calcul des éphémérides

TABLE DES MATIÈRES

Solutions du problème de n corps joignant deux configurations arbitraires en temps donné : l'idée de Ch. Marchal et ce qui s'en suit	7
<i>A. Chenciner</i>	
Histoire des équations de Newton	13
<i>A. Albouy</i>	
Exemples non analytiques de diffusion d'Arnold	21
<i>D. Sauzin</i>	
Un cas d'intégrabilité du problème des trois corps à somme des masses nulle	25
<i>M. Celli</i>	
L'analyse en fréquence	29
<i>J. Laskar</i>	
Analyse en fréquence et dynamique séculaire des astéroïdes	37
<i>Ph. Robutel</i>	
D'où vient l'eau observée par la sonde Mars Odyssey ? Ce que nous apprennent les observations géologiques, les modèles climatiques et les solutions astronomiques	41
<i>B. Levrard</i>	
Outils numériques de TRIP	49
<i>M. Gastineau</i>	
Représentation analytique du mouvement de Pluton	53
<i>J.-L. Simon</i>	
Les solutions planétaires de l'IMCCE, bilan et perspectives	59
<i>A. Fienga, J.-L. Simon</i>	
Calculs des canons des passages de Mercure et de Vénus devant le Soleil	
<i>P. Rocher, texte non communiqué</i>	
Forme des astéroïdes, vers une unification des études de courbes de lumière et des occulta- tions stellaires des astéroïdes	
<i>F. Colas, texte non communiqué</i>	
Le portail Internet de l'IMCCE	67
<i>P. Descamps, J. Berthier, M. Couren, A. Montintin</i>	
Bases de données : interrogation et administration via Internet	71
<i>M. Couren</i>	
Recherche et observation d'astéroïdes binaires	77
<i>P. Descamps, J. Berthier, D. Hestroffer, F. Vachier</i>	

Formes d'équilibre parmi les astéroïdes	83
<i>D. Hestroffer</i>	
Le passage de Vénus du 8 juin 2004 : un projet éducatif européen	87
<i>J.-E. Arlot, P. Rocher, W. Thuillot</i>	
Éphémérides à très long terme et paléoclimats	91
<i>J. Laskar, A. Correia, A. Fienga, M. Gastineau, F. Joutel, B. Levrard, Ph. Robutel</i>	
Stabilité Hamiltonienne et géométrie sous analytique	97
<i>L. Niederman</i>	
Programme d'observations et détermination de masses d'astéroïdes	99
<i>A. Bec-Borsenberger, A. Fienga, W. Thuillot</i>	
Bilan du service édition et état des droits d'auteur sur Internet	105
<i>S. Lemaître</i>	
Connaissance des temps : un projet de rénovation	111
<i>W. Thuillot, J.-L. Simon, A. Fienga</i>	
Les marchés publics	
<i>Ch. Herraud, texte non communiqué</i>	
La bibliothèque, état des lieux	117
<i>Th. Derouazi</i>	
Le service des renseignements astronomiques	121
<i>M. Martinez</i>	
Les potentialités de «Cabri-Géomètre» pour l'enseignement de la mécanique	123
<i>L. Duriez</i>	
Théorie KAM et stabilité du problème planétaire	125
<i>J. Féjoz</i>	
Éphémérides, observations et réductions dans les systèmes joviens et saturniens	129
<i>A. Vienne, V. Lainey</i>	
Méthode de réduction astrométrique d'observations de phénomènes mutuels des satellites naturels	133
<i>N. Emelianov</i>	
Observation et exploitation de phénomènes mutuels	137
<i>B. Noyelles</i>	
Les satellites naturels des planètes à l'IMCCE : campagnes d'observation, éphémérides, bases de données	141
<i>J.-E. Arlot, V. Lainey, Ch. Ruatti, N. Baron, N. Emelianov</i>	
Évolution d'un essaim météoritique à courte période	147
<i>J. Vaubaillon</i>	
Navigation interplanétaire : implication de l'IMCCE	151
<i>J. Berthier</i>	

**Solutions du problème des n corps joignant deux configurations :
l'idée de Christian Marchal et ce qui s'en suit.**

Alain Chenciner

1. Un résultat étonnant.

Théorème ([M], [C4]). Soient $x' = (\vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \dots, \vec{r}'_n)$ et $x'' = (\vec{r}''_1, \vec{r}''_2, \dots, \vec{r}''_n)$ deux configurations arbitraires de n points matériels de masses positives m_1, m_2, \dots, m_n dans l'espace. Quel que soit l'intervalle de temps $T > 0$, il existe une solution (sans collision !) $x(t) = (\vec{r}_1(t), \vec{r}_2(t), \dots, \vec{r}_n(t))$ des équations de Newton telle que $x(0) = x'$ et $x(T) = x''$. Si de plus x' et x'' appartiennent à un même plan, il existe une telle solution dans ce plan.

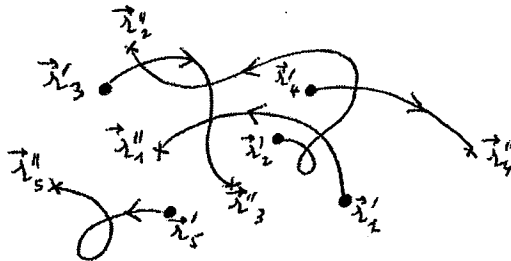


Figure 1 (une solution sans collision :
les passages par les points d'intersection se produisent à des instants différents)

Ce théorème est étonnant, en particulier dans le plan. Il était en effet légitime de croire que pour certains couples de configurations initiale et finale, tout choix des vitesses initiales susceptible de conduire au but dans le temps T impliquerait une collision (figure 2 qui, pas plus que la figure 1 n'est réaliste).

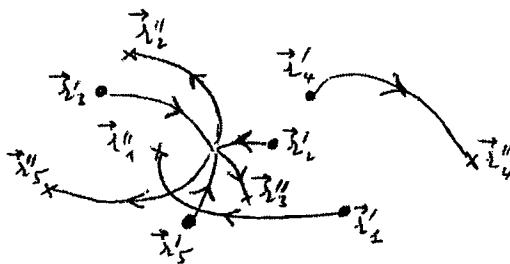


Figure 2 (une solution avec collision triple)

La méthode de démonstration est variationnelle : les équations de Newton

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i(t) = g \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|^3} (\vec{r}_j - \vec{r}_i),$$

sont les équations d'Euler-Lagrange de l'action qui, à un chemin $x(t), 0 \leq t \leq T$, de configurations suffisamment régulier, associe l'intégrale du Lagrangien

$$\mathcal{A}_T(x(t)) = \int_0^T L(x(t), \dot{x}(t)) dt = \int_0^T \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \|\dot{\vec{r}}_i(t)\|^2 + g \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{m_i m_j}{\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|} \right) dt.$$

Un chemin pour lequel cette action est stationnaire, en particulier un chemin réalisant le minimum de l'action parmi ceux qui vérifient $x(0) = x'$ et $x(T) = x''$, fournit une des solutions dont le théorème affirme l'existence. L'existence d'un tel chemin est certes une conséquence de la théorie classique de Tonelli, qui date des années vingt, mais... cette théorie ne s'applique justement qu'à la condition d'admettre des chemins qui comportent éventuellement des collisions ! Ceci vient de ce que la force newtonienne est suffisamment faible pour que l'action d'une solution commençant ou se terminant par la collision d'un certain nombre de corps ait une valeur finie : pour les corps participant à l'instant t_0 à la collision, on a en effet les estimations suivantes, dues à Sundman, et analogues à celles que l'on obtient élémentairement dans le cas du problème des 2 corps :

$$\|\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)\| = O(|t - t_0|^{\frac{2}{3}}), \quad \|\dot{\vec{r}}_i(t) - \dot{\vec{r}}_j(t)\| = O(|t - t_0|^{-\frac{1}{3}}).$$

Bloqué par cette difficulté, Poincaré [P] n'avait su appliquer la méthode variationnelle à la recherche de solutions périodiques relatives du problème plan des trois corps qu'au prix du remplacement du potentiel newtonien par le potentiel de Jacobi en $1/r^2$. Dans [M], Christian Marchal montre qu'un chemin $x(t)$ qui minimise l'action parmi ceux qui vérifient $x(0) = x'$ et $x(T) = x''$ ne peut avoir de collision et est donc l'honnête solution des équations de Newton dont le théorème affirme l'existence. Sa démonstration ne vaut cependant que si deux conditions techniques sont réalisées. J'ai pu compléter dans [C4] cette belle démonstration en utilisant des résultats de Richard Montgomery, Susanna Terracini et Andrea Venturelli.

2. Le problème des collisions.

La théorie issue des travaux de Sundman (voir [C2] pour une présentation conceptuelle dans le cas des collisions totales) ne se contente pas de fournir des estimations sur les distances mutuelles ou leurs variations au voisinage d'une collision, elle affirme également que la configuration des corps qui participent à la collision tend vers un ensemble bien particulier, celui des *configurations centrales*. Ce sont (voir [W], [C1]) les configurations qui, lâchées sans vitesse initiale, s'effondrent homothétiquement sur leur centre de gravité sous l'action de la gravitation. L'une des difficultés du problème qui nous occupe – montrer qu'un chemin $x(t)$ minimisant l'action ne peut avoir de collision – est la faiblesse de notre compréhension de ces configurations dès que le nombre de corps dépasse 3 et la beauté de l'idée de Marchal est de permettre de se passer totalement d'une telle compréhension.

3. L'idée de Marchal et la démonstration du théorème.

Supposons qu'un chemin réalisant le minimum de l'action \mathcal{A}_T possède à l'instant t_0 une collision. Si aucune autre collision ne se produit en les instants voisins de t_0 (on parle alors de collision isolée), la propriété de minimisation implique que, pour $t < t_0$ et $t > t_0$, le chemin $x(t)$ est solution des équations de Newton tant qu'un autre instant de collision n'est pas rencontré. La démonstration proposée par Marchal permet de prouver que si $x(t)$ minimise l'action, il ne peut présenter de collision isolée dans laquelle la configuration des corps en collision aurait une forme limite à l'instant t_0 .

L'idée est d'une belle simplicité : au lieu de chercher une "bonne" façon de perturber le chemin, ce que notre méconnaissance de la forme limite nous empêche d'imaginer dès que le nombre de corps est supérieur à 3 (figure 3 dans le cas de 2 corps),

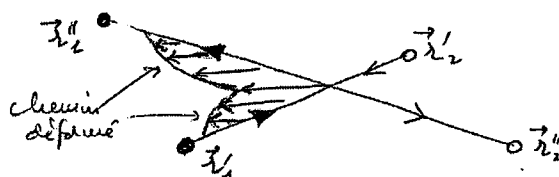


Figure 3. Une perturbation qui fait décroître l'action (2 corps)

on choisit l'un des corps et l'on modifie sa position au voisinage de l'instant t_0 dans toutes les directions possibles puis on propage ces déformations en diminuant l'intensité proportionnellement à $|t - t_0|$ comme sur la figure 3. On calcule alors la moyenne des actions des chemins ainsi perturbés. Plaçons-nous dans l'espace car le caractère harmonique du potentiel newtonien simplifie les calculs. Une intervention des intégrations sur l'intervalle de temps $[0, T]$ et sur la sphère des directions de perturbation du corps choisi montre que la moyenne des actions des chemins perturbés n'est autre que l'action que l'on obtient en remplaçant le corps considéré par une petite sphère homogène dont le rayon décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'instant t_0 , dans le futur ou dans le passé (figure 4).

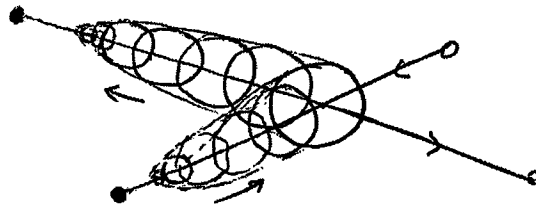


Figure 4

Mais ceci revient à tronquer le potentiel à l'intérieur de la sphère (figure 5) et implique une diminution de la partie de l'action associée à l'énergie potentielle dominant largement la petite augmentation due à la modification de l'énergie cinétique.

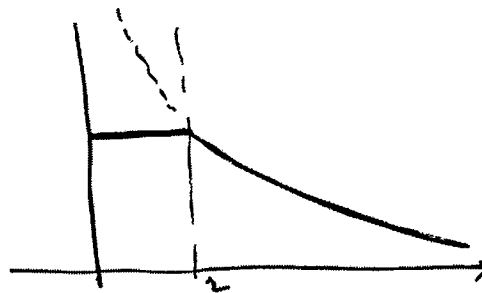


Figure 5. Potentiel d'une sphère homogène de rayon r

C'est dans ce calcul que l'on doit supposer que la forme prise par les corps entrant en collision possède une limite, c'est-à-dire que les distances mutuelles $|\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)|$ sont non seulement de l'ordre de $|t - t_0|^{\frac{2}{3}}$ comme l'indique la théorie de Sundman mais qu'elles sont équivalentes (au sens mathématique) à $r_{ij}|t - t_0|^{\frac{2}{3}}$, où les r_{ij} sont des constantes.

Pour démontrer complètement le théorème, deux difficultés doivent être surmontées : il faut montrer

1) que si un chemin $x(t)$ qui minimise l'action présente des instants de collision, au moins l'un de ces instants est isolé,

2) que si $x(t)$ présente en t_0 une collision isolée, on peut se ramener au cas où existe une forme limite (ce problème ne se poserait pas si l'on savait montrer que pour un nombre de corps donné les formes des configurations centrales sont en nombre fini).

Pour le premier point, on montre qu'une collision en t_0 faisant intervenir le nombre minimum de corps est nécessairement isolée. La raison de ce fait, développée dans sa thèse par Andrea Venturelli à partir d'une idée de Richard Montgomery, est que l'énergie totale de l'amas qui subit la collision (définie uniquement en dehors des instants de collision) reste bornée au voisinage d'un tel instant t_0 . On déduit alors facilement de l'identité de Lagrange-Jacobi (qui contrôle la dérivée seconde du moment d'inertie par rapport au centre de gravité, voir [C1]) que l'accumulation en t_0 d'instants de collision conduirait à une contradiction.

Pour le deuxième point, on utilise la technique du "blow up", introduite par Susanna Terracini et également développée dans sa thèse par Andrea Venturelli. C'est une technique de renormalisation

qui exploite l'homogénéité du potentiel newtonien dans le même esprit que la théorie de Sundman : la remarque fondamentale est que si $x(t)$ est une solution des équations de Newton, il en est de même de $\lambda^{-\frac{2}{3}}x(\lambda t)$, quel que soit $\lambda > 0$. Si de plus $x(t)$ présente en t_0 une collision isolée, un passage à la limite le long d'une suite λ_k bien choisie tendant vers 0 fournit une solution homothétique (collision suivie d'éjection, figure 6) $y(t)$ d'énergie nulle du problème des p corps concernés par la collision (les autres ont été envoyés à l'infini par le passage à la limite).

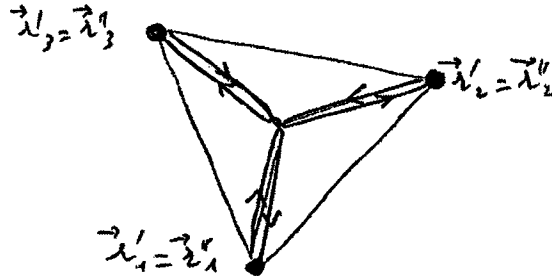


Figure 6 ($p = 3$)

De plus, si $x(t)$ minimisait l'action \mathcal{A}_T du problème des n corps parmi les chemins de configurations à extrémités fixées, il en est de même de $y(t)$ pour le problème des p corps. Mais dans ce dernier cas, la forme de la configuration ne change pas au cours du mouvement ! Ce genre de technique a été utilisé dans la théorie des surfaces minimales pour montrer qu'en basse dimension (inférieure à 7), une telle surface n'a pas de singularité.

4. Applications et généralisations.

Non content de répondre à une question très naturelle, le théorème de Marchal permet de démontrer l'existence de nouvelles familles de solutions périodiques du problème des n corps. J'illustrerai ceci sur l'exemple le plus simple : l'existence de ce que j'ai appelé les *Hip-Hops généralisés*, qui sont en quelque sorte les solutions périodiques les plus simples du problème des n corps qui ne soient pas planes [C5].

Parmi les mouvements képlériens, le plus simple est incontestablement le mouvement circulaire. On peut le caractériser par le fait qu'au bout d'une demi-période le corps mobile occupe une position symétrique par rapport au centre attractif de celle qu'il occupait initialement. Cherchons donc des solutions périodiques $x(t)$ de période T du problème des n corps possédant une propriété analogue, c'est-à-dire telles que $x(t + T/2) = -x(t)$ (on a supposé que le centre de gravité du système est fixé à l'origine). Les "plus simples" seront obtenues en minimisant l'action \mathcal{A}_T parmi tous les lacets $x(t)$ de période T (i.e. tels que $x(t + T) = x(t)$) qui vérifient de plus la condition ci-dessus. On déduit immédiatement du théorème de Marchal qu'un lacet réalisant le minimum de l'action ne peut avoir de collision. En effet, un simple raisonnement de symétrisation montre que la restriction d'un tel lacet à n'importe quel intervalle $[t, t + T/2]$ doit minimiser l'action parmi les chemins ayant les mêmes extrémités. Le théorème implique qu'aucune collision ne peut se produire, sauf peut-être aux extrémités (on montre en effet facilement que le théorème s'applique même lorsque les configurations initiale et finale x' et x'' présentent des collisions). Mais celles-ci ont été choisies arbitrairement, d'où la conclusion.

J'ai pu montrer ([C4], [C5]) qu'un lacet réalisant le minimum de l'action sous ces contraintes ne correspond jamais à un mouvement dans un plan fixe dès que le nombre de corps est supérieur à 3. L'intérêt d'un tel résultat est que les seules solutions "explicites" du problème des n corps sont les solutions *homographiques* ([C1]) dans lesquelles les corps se meuvent nécessairement dans un plan fixe (les guillemets viennent de ce qu'on ne sait pas déterminer les configurations centrales qui, seules, admettent de tels mouvements). Jouant le rôle d'ersatz d'équilibres relatifs (=rotation uniforme d'une configuration centrale) dont la configuration ne serait pas plane, les solutions périodiques obtenues ci-dessus sont en quelque sorte les plus simples qui ne soient pas planes. Dans le cas du *Hip-Hop* de 4 masses égales, dont Andrea Venturelli et moi avons prouvé l'existence ([CV],

[C3]), la configuration hésite périodiquement entre l'équilibre relatif d'un carré qui ne minimise pas l'action et celui d'un tétraèdre qui ne peut exister dans R^3 .

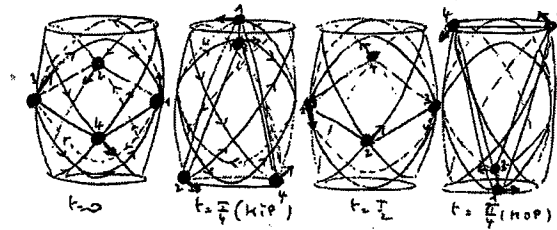


Figure 7 : le Hip-Hop

Le théorème de Marchal a récemment été généralisé par Davide Ferrario et Susanna Terracini ([FT]) à certaines situations invariantes sous l'action d'un groupe de symétrie, à d'autres potentiels homogènes et à des espaces de dimension supérieure à 3. Ceci a considérablement accru le domaine d'application du théorème (deux exemples de solutions périodiques dont l'existence en découle sont représentés dans la figure 8).

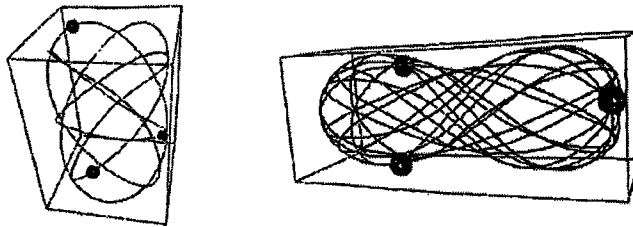


Figure 8. Deux "chorégraphies" spatiales de 3 corps (d'après Ferrario-Terracini)

Bibliographie

- [C1] Chenciner A. *Introduction to the N-body problem, notes of the Ravello summer school (september 1997)*, <http://www.bdl.fr/Equipes/ASD/person/chenciner/chenciner.htm>
- [C2] Chenciner A. *Collisions totales, Mouvements complètement paraboliques et réduction des homothéties dans le problème des n corps*, *Regular and chaotic dynamics*, V.3, 3, 93-106 (1998)
- [C3] Chenciner A. *Action minimizing periodic solutions of the n-body problem*, "Celestial Mechanics, dedicated to Donald Saari for his 60th Birthday", A. Chenciner, R. Cushman, C. Robinson, Z.J. Xia ed., *Contemporary Mathematics* 292, 71-90 (2002)
- [C4] Chenciner A., *Action minimizing solutions of the n-body problem : from homology to symmetry*, *Proceedings ICM Beijing (August 2002)*
- [C5] Chenciner A. *Simple non-planar periodic solutions of the n-body problem*, *Proceedings of the NDDS Conference, Kyoto (2002)*
- [CV] Chenciner A. and Venturelli A. *Minima de l'intégrale d'action du Problème newtonien de 4 corps de masses égales dans R^3 : orbites "hip-hop"*, *Celestial Mechanics* 77, 139-152 (2000)
- [FT] Ferrario D. & Terracini S. *On the Existence of Collisionless Equivariant Minimizers for the Classical n-body Problem*, preprint (2003)
- [M] Marchal C. *How the method of minimization of action avoids singularities*, *Celestial Mechanics* 83, 325-353 (2002)
- [P] Poincaré H. *Sur les solutions périodiques et le principe de moindre action*, *C.R.A.S. t. 123*, 915-918 (1896)

[V] Venturelli A., *Application de la minimisation de l'action au problème des N corps dans le plan et dans l'espace*, Thèse, Paris VII (décembre 2002)

[W] Wintner A. *The Analytical Foundations of Celestial Mechanics*, Princeton University Press (1941)

Histoire des équations de Newton. Un demi-siècle d'incompréhension

Alain Albouy

Introduction

En quelques axiomes et propositions rédigés au début de ses *Principia*, Newton fournit en 1687 les clefs d'une théorie dont l'efficacité a bouleversé notre regard sur le monde. La comparaison avec les travaux antérieurs ou peu postérieurs fait apparaître les principales difficultés qu'il a surmontées. Il a dû essentiellement (i) renoncer à rechercher le "mécanisme" de la gravitation, (ii) clarifier la relation $f = m\dot{v}$, (iii) comprendre que toute masse de l'univers attire et est attirée et (iv) que la force f responsable décroît comme l'inverse du carré de la distance, (v) établir enfin qu'une sphère homogène attire comme son centre.

Lagrange (1736–1813) et Truesdell (1919–2000) ont insisté sur la curieuse histoire de (ii), sur laquelle nous revenons ici. Cette relation est restée incomprise durant plus d'un demi-siècle. On peut même préciser cette affirmation, ce qui la rend plus surprenante encore. Ce n'est pas l'aspect différentiel de $f = m\dot{v}$ qui a posé problème, mais son aspect vectoriel. Newton comprenait à sa façon cet aspect mais s'est très mal expliqué. Il faudra attendre, selon Lagrange, Maclaurin en 1742 pour les premiers éclaircissements, que Truesdell de son côté attribue à Euler en 1747, et à quelques autres auteurs.

1. Énoncé des lois de Newton

On enseigne au lycée l'équation de Newton $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ où \vec{f} est la force, m la masse, $\vec{\gamma} = \ddot{\vec{v}}$ l'accélération, dérivée par rapport au temps de la vitesse, elle-même dérivée de la position. On enseigne en même temps les trois relations scalaires $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$, $f_z = m\dot{v}_z$, qui traduisent commodément, dans un repère fixe, la relation vectorielle.

En mots, on peut exprimer l'idée ainsi : *une loi de la dynamique définit le mouvement d'un corps en explicitant la dérivée seconde vectorielle de sa position par rapport au temps*. J'ometts volontairement le mot "force", considérant, avec d'Alembert, que la force est par définition le premier membre de l'équation de Newton.

Comparons à l'énoncé des deux premiers "axiomes ou lois du mouvement", tirés de la traduction par la Marquise du Châtelet de la troisième édition des *Principia*. Je précise que l'essentiel du matériel des *Principia* que je discute se trouve aussi dans le manuscrit préliminaire de *motu corporum in gyrum*, achevé en 1684. On se rapportera à l'édition française de ce texte par François de Gandt.

Loi 1. Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

Loi 2. Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

Le lecteur moderne reconnaît immédiatement sa loi, s'il remplace "le mouvement" par "la quantité de mouvement". Pourtant une comparaison à notre énoncé plus haut fait apparaître : (1) l'absence du mot "temps" associé à "changement" ; (2) la possibilité de changements "brutaux", dus à des chocs ; (3) l'insuffisance des explicitations "vectorielles". Nous obtiendrons des informations pertinentes dans les Définitions.

Définition 2. La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse.

Définition 8. La quantité motrice de la force centripète est proportionnelle au mouvement qu'elle produit dans un temps donné.

Nos objections (1) et (2) trouvent une réponse. Le mot "force centripète" dans la Définition 8 est un peu restrictif, mais si nous le remplaçons par "force à distance", donc force "non brutale", nous sommes tout à fait satisfaits.

Mais notre objection (3) subsiste. Quand Newton écrit les mots "force", "mouvement", "vitesse" ou "quantité", pense-t-il à des vecteurs ou à des scalaires ?

2. Les vecteurs et les Principia

L'équation $\vec{f} = m\vec{v}$ est une relation différentielle vectorielle. A l'époque de Newton, son aspect différentiel est beaucoup mieux compris que son aspect vectoriel. Quelques savants savent écrire, nous le verrons, la relation dans le cas particulier d'un mouvement rectiligne. Ceci montre qu'ils ont compris l'aspect "équation différentielle du second ordre". Le problème du passage aux mouvements plans ou tridimensionnels est appelé problème de la *composition* des mouvements.

Newton se représente les forces à peu près comme nous nous les représentons, comme des vecteurs, c'est-à-dire des bipoints ou des segments. Il introduit même des petites flèches, reliées au vecteur accélération. Citons Costabel : "... chez Newton l'image de cette arme qui porte le nom d'arc et qui a puissance d'action par la corde qui sous-tend. [...] Dans la manière dont un corps mobile décline de la ligne droite il faut considérer la flèche (sagitta) d'un arc ...". Newton définit rigoureusement (au Corollaire 4) la flèche de l'arc ABC comme la moitié de la diagonale BV ci-dessous.

Corollaire 2 (Proposition 1). Si on fait un parallélogramme $ABCV$ sur les cordes AB et BC de deux arcs successivement parcourus par le même corps en des temps égaux dans des espaces non résistants, et que la diagonale BV de ce parallélogramme ait la même position que celle qu'elle a à la fin, lorsque ces arcs diminuent infiniment, cette diagonale prolongée passera par le centre de forces."

Il manque peu de choses pour faire du remarquable Corollaire 2 une variante de la relation vectorielle $\vec{f} = m\vec{v}$; tel quel il revient à énoncer le parallélisme de \vec{f} et de $\vec{\gamma}$. Ailleurs, on voit Newton *additionner* les vecteurs :

Corollaire 2 (Loi 3). D'où l'on voit qu'une force directe AD est composée des forces obliques quelconques AB et BD , et réciproquement qu'elle peut toujours se résoudre dans les forces obliques quelconques AB et BD . Cette résolution et cette composition des forces se trouve confirmée à tout moment dans la mécanique.

L'addition géométrique des vecteurs que constitue le "parallélogramme des forces" remonte aux considérations de mécanique d'Aristote (voir l'Histoire de Dugas, II, 6, §4) et de Stévin, et on considère Newton comme un clarificateur (Mach, I-III, II-III-10).

Il reste que la Définition 8 peut être interprétée soit de manière moderne, comme une relation vectorielle, soit comme une relation scalaire, de deux façons : en pensant que les mots "force" et "[quantité de] mouvement" comme les mesures scalaires des vecteurs, ou en pensant que l'énoncé concerne le mouvement rectiligne, destiné à être "composé" par la suite. *Ces ambiguïtés de lecture sont constantes dans les Principia.* Relisons la Loi 2. Si la relation est vectorielle, pourquoi rajouter "et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée" ? Cela suggère qu'on doit penser à un vecteur comme à une direction et une longueur. Mais alors les changements de mouvement sont les changements de la longueur de la quantité de mouvement, et la loi est fautive. On a à vrai dire encore une quatrième possibilité de lecture : penser systématiquement le corps initialement au repos, ce qui est possible avec un bon choix de référentiel. L'énoncé suivant fait manifestement ce choix.

Corollaire 1 (Loi 3). Un corps poussé par deux forces parcourt, par leurs actions réunies, la diagonale d'un parallélogramme dans le même temps dans lequel il aurait parcouru ses côtés séparément.

Les “parcours” peuvent donc s’ajouter comme des vecteurs. Ensemble les Corollaires 1 et 2 ci-dessus se rapprochent du développement de Taylor vectoriel de la position $\vec{q}_t = (t^2/2)\vec{f}_0 + \dots$, lui-même proche de la relation $\vec{f} = m\ddot{\vec{q}}$.

Mais un premier pas pour autoriser une lecture “vectorielle” de la Définition 8, qui donnerait $\vec{f} = m\ddot{\vec{v}}$, serait d’expliquer que les intermédiaires “vitesse” et “quantité de mouvement” sont des vecteurs. Je n’ai trouvé que des occasions manquées de le faire ¹. Par exemple la Loi 1 ne dit pas : cela équivaut à “quantité de mouvement constante”. Je cite dans cet ordre d’idées un passage de la preuve du Corollaire 3, Loi 3.

“Si les corps n’étaient pas sphériques, ou se mouvant suivant diverses lignes droites, ils vissent à se choquer obliquement, pour trouver leur mouvement après la réflexion ; il faudra commencer par connaître la situation du plan qui touche tous les corps choquants au point de concours. Ensuite (par le Cor. 2) on décomposera le mouvement de chaque corps en deux mouvements, l’un perpendiculaire et l’autre parallèle à ce plan tangent ; et comme les corps n’agissent les uns sur les autres que selon la ligne perpendiculaire au plan tangent, les mouvements parallèles seront les mêmes après et avant la réflexion ; et les mouvements perpendiculaires éprouveront des changements égaux vers les côtés opposés ; en sorte que la somme des mouvements conspirants et la différence des mouvements opposés resteront toujours les mêmes qu’auparavant.”

Newton maîtrise à sa façon les situations vectorielles, mais ce qu’il donne au lecteur est une série de conséquences particulières de son intuition, sans synthèse, notation, représentation graphique ou terminologie cohérente.

3. Un demi-siècle de piétinements

En 1740, personne n’avait encore déduit des Principia l’équation de Newton sous sa forme “cartésienne” $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$, $f_z = m\dot{v}_z$. Cette constatation à peine croyable se trouve dans la “Mécanique Analytique” de Lagrange :

“C’est ainsi qu’on a trouvé les formules connues des forces tangentielles et des forces normales, dont on s’est servi longtemps pour résoudre les problèmes sur le mouvement des corps animés par des forces données. La *Mécanique* d’Euler, qui a paru en 1736, et qu’on doit regarder comme le premier grand Ouvrage où l’Analyse ait été appliquée à la science du mouvement, est encore toute fondée sur ces formules ; mais on les a presque abandonnées depuis, parce qu’on a trouvé une manière plus simple d’exprimer l’effet des forces accélératrices sur le mouvement des corps.

Elle consiste à rapporter le mouvement du corps et les forces qui le sollicitent à des directions fixes dans l’espace. Alors, en employant, pour déterminer le lieu du corps dans l’espace, trois coordonnées rectangles qui aient ces mêmes directions, les variations de ces coordonnées représenteront évidemment les espaces parcourus par le corps suivant les directions de ces coordonnées ; par conséquent, leurs différentielles secondes, divisées par le carré de la différentielle constante du temps, exprimeront les forces accélératrices qui doivent agir suivant ces mêmes coordonnées ; ainsi, en égalant ces expressions à celles des forces données par la nature du problème, on aura trois équations semblables qui serviront à déterminer toutes les circonstances du mouvement. Cette manière d’établir les équations du mouvement d’un corps animé par des forces quelconques en le réduisant à des mouvements rectilignes est, par sa simplicité, préférable à toutes les autres ; elle aurait dû se présenter d’abord, mais il paraît que Maclaurin est le premier qui l’ait employée dans son *Traité des fluxions*, qui a paru, en anglais, en 1742 ; elle est maintenant universellement adoptée.”

¹ Je suis donc en désaccord avec, par exemple, Bochner : “... it was the Isaac Newton of the *Principia* who posited that, in his mechanics, velocity, acceleration, momentum, and force should be vectors, thus creating the notion of vector in the process.” Mais je suis d’accord avec Truesdell, que je citerai au §6.

4. L'incompréhension vient d'une analyse incorrecte de la structure

De nombreux travaux d'histoire ont été consacrés à la réception des *Principia*. Je propose une grille de lecture originale. Pour me faire comprendre, je réagis au texte suivant, du mathématicien Salomon Bochner (1899–1982) :

“... l'espace euclidien sur lequel reposent les *Principia* n'est mathématiquement pas tout-à-fait identique à l'espace euclidien sur lequel reposent les mathématiques (et de la physique) grecques, de Thalès à Apollonius. La géométrie des Grecs a insisté sur les congruences et les similitudes entre les figures, c'est-à-dire, dans le langage analytique, sur les transformations orthogonales et homothétiques de l'espace fondamental ... L'espace euclidien des *Principia* était encore tout cela, mais il était aussi quelque chose de nouveau, quelque chose de plus. Plusieurs entités physiques significatives des *Principia*, à savoir, vitesses, moments et forces, sont, du point de vue des structures mathématiques, des vecteurs, c'est-à-dire les éléments d'un champ de vecteurs, et de la composition et de la décomposition vectorielle de ces entités forment un des arrangements les plus secrets de la théorie entière.”

L'idée formulée par Bochner, qu'il y a quelque chose en plus dans l'espace euclidien de Newton, est pour moi incompréhensible. Il est beaucoup plus efficace de penser un moment qu'il y a quelque chose en moins, que cet espace n'est pas euclidien, qu'il est seulement affine. Cette idée un peu abstraite “d'oubli de structure”, qui suscite encore aujourd'hui bien des répugnances, est un guide fort efficace. Elle limite d'un coup le nombre de constructions possibles. Le parallélogramme devient le quadrilatère le plus remarquable et l'addition des vecteurs se distingue parmi la multitude des constructions de la géométrie Euclidienne.

On renonce donc, pour parvenir aux énoncés simples, à distinguer les similitudes parmi les transformations linéaires générales. On s'abstient consciemment de faire référence aux longueurs, angles, normales, projections orthogonales, cercles osculateurs.

Le texte de Lagrange suit presque ces recommandations : on peut encore lui reprocher le mot “rectangle”, inutile à ce point de la discussion. Quand la forme de la force aura été introduite, il est probable qu'elle fera intervenir une forme euclidienne. Alors seulement le mot rectangle prendra son sens.

5. L'absence de $\vec{f} = m\vec{v}$ chez Leibniz, Varignon, Hermann et Bernoulli

Nous nous limitons, nous l'avons dit, au matériel du début du livre de Newton, mais nous tirons la même conclusion que Truesdell, à la page 9 de son “Programme”, dont l'ambition plus générale englobe l'histoire de la mécanique des milieux continus : “Comme nous le verrons, une partie importante de la littérature en mécanique durant les soixante ans qui suivent les *Principia* recherche divers principes visant à trouver les équations du mouvement pour les systèmes que Newton a étudiés et pour d'autres systèmes qu'on dit aujourd'hui gouvernés par les équations de Newton.”

Une réaction fort intéressante aux *Principia* parut en 1689 dans les “Acta Eruditorum”. Leibniz (1646–1716) imagine des planètes se mouvant dans un éther mobile qui agit sur elles. L'éther a une “circulation harmonique” : ses particules tournent dans le plan uniformément sur des cercles, dans le même sens, avec une vitesse proportionnelle à $1/r$, inverse de la distance au centre. Les planètes s'accordent ainsi avec ce mouvement : leur vitesse est somme d'une vitesse radiale de mesure algébrique \dot{r} et d'une vitesse orthogonale de mesure $r\dot{\theta}$ égale à la vitesse de l'éther. La vitesse orthogonale est donc en $1/r$, si bien que $C = r^2\dot{\theta}$ est constante. La loi des aires est respectée. La variation de r , mouvement que Leibniz nomme “paracentrique”, est régie par la loi $\ddot{r} = f$, où f est somme d'une “solicitation gravitationnelle” en $-1/r^2$ et d'une force centrifuge en $r\dot{\theta}^2 = C^2/r^3$.

Une objection à l'élégant modèle de Leibniz, c'est qu'il faudrait un éther par planète. Une autre, qui intéresse notre propos, fut exprimée par Huygens, dans une lettre du 9 février 1690 : “Je voudrais bien savoir si depuis vous n'avez rien changé à votre Théorie, parce que vous y faites entrer les Tourbillons de Mr. des Cartes, qui à mon avis sont superflus, si on admet le Système de Mr. Newton, où le mouvement des Planètes s'explique par la Pesanteur vers le Soleil et la vis centrifuga, qui se contrebalancent.”

Dans un projet de réponse à Huygens la même année, on lit un énoncé qui me paraît nouveau : “Car la circulation harmonique seule a cela de propre que le corps qui circule ainsi, garde précisément la force de sa direction ou impression précédente tout comme s’il estoit mû dans le vuide par la seule impetuositè jointe à la pesanteur.” Leibniz justifie ensuite cette idée, et cela me paraît démontrer un progrès dans sa compréhension des *Principia*, précisément dans ses aspects vectoriels.

A quel point le *Tentamen* est inspiré des *Principia* est une des questions débattues par Bertoloni Meli. Ce qui nous intéresse est de savoir ce que Leibniz a le plus mal compris. Nous voyons qu’il n’a pas su passer du $f = m\dot{v}$ paracentrique au $\vec{f} = m\vec{\dot{v}}$, puisqu’il a eu besoin d’un mécanisme pour expliquer le mouvement angulaire et la loi des aires. *L’idée claire de cette relation semble brouillée par la volonté de composer un mouvement paracentrique et un mouvement circulaire, au lieu de décomposer suivant des axes fixes.*

Varignon (1654–1722) a réagi aux *Principia* dès la fin du 17ème siècle. On consultera les dernières pages de l’ouvrage de Michel Blay. Il a clairement écrit l’équation $f_x = m\dot{v}_x$ pour la dynamique rectiligne. Il est ensuite passé aux mouvements plans, mais pas en ajoutant simplement l’équation $f_y = m\dot{v}_y$.

Jacob Hermann (1678–1733) donne en 1710, dans une lettre à Bernoulli, une démonstration de son ignorance du principe $f_x = m\dot{v}_x$, $f_y = m\dot{v}_y$. Il déduit $f_x = m\dot{v}_x$ sous une forme compliquée, au lieu de la poser en principe sous sa forme simple. Il ne voit pas $f_y = m\dot{v}_y$, qui aurait été fort utile à son ingénieux exposé, qui donne une méthode remarquable pour déduire les sections coniques de la loi de force centripète newtonienne (Hermann obtient l’expression de la coordonnée en x du vecteur excentricité). Dans son texte x et y sont les coordonnées d’un point mobile autour du Soleil placé à l’origine.

“Cela fait, soient $SI = x$, $IC = y$: l’on aura $SC = \sqrt{xx + yy}$, BH ou $CG = dx$, CH ou $EG = dy$; & conséquemment KG ou $DF = -ddx$, $EF = -ddy$; ce qui donnera le double du triangle BSC ou $CSD = ydx - xdy$, que je suppose constant : de sorte que les triangles (*Constr.*) semblables EDF , CSI , rendront $ED = \frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x}$.”

“Presentement puisque le triangle BSC est (*hyp.*) constant, l’on aura DE en raison de la force centripète au point C , c’est-à-dire, en raison de $\frac{1}{xx+yy}$, ou en raison de $\frac{ydx - xdy^2}{xx+yy}$: d’où résulte cette équation differentio-differentielle $-addx = \frac{x \times y dx - x dy^2}{xx+yy \times \sqrt{xx+yy}} = \frac{ydx - xdy}{xx+yy \times \sqrt{xx+yy}}$,”

Après division par dt^2 , on reconnaît l’équation $-a\ddot{x} = xC^2r^{-3}$. Niccolò Guicciardini m’a montré que la référence d’Hermann est la Proposition 6 des *Principia*, et non les Lois ou les Définitions.

Jean Bernoulli (1677–1748) répond à la lettre d’Hermann en détaillant une de ses insuffisances. Il affirme qu’il manque une constante d’intégration, et corrige la lacune. En fait cette constante est nulle d’après une hypothèse sur l’axe de symétrie de la courbe (mais l’existence de cet axe n’est pas justifiée). Bernoulli montre par le peu de pertinence de ses réactions qu’il partage l’ignorance d’Hermann.

On a montré au §4 un défaut des géomètres qui les a éloignés de l’équation $\vec{f} = m\vec{\dot{v}}$. L’absence du temps dans les formules d’Hermann en illustre un autre : la tendance à tout rapporter à un paramètre lisible sur la courbe, plutôt que le temps (voir les hésitations de Galilée décrites par Mach, p. 123, n° 3).

6. Les éclaircissements de Maclaurin (1698–1746) et Euler (1707–1783)

Commençons encore par citer Truesdell, p. 17, analysant la *Mécanique* d’Euler (1736) : “Troisièmement, le concept de vecteur ou “quantité géométrique”, une grandeur dirigée, est compris comme n’appartenant pas seulement à la force statique, ce pourquoi il était familier, mais aussi à la vitesse, l’accélération, et d’autres quantités.” Truesdell distingue encore Jean Bernoulli et d’Alembert mais ignore l’affirmation de Lagrange en omettant Maclaurin. Ce dernier publia en 1742 son très influent “*Treatise of Fluxions*”. Vers la fin, Livre 2, Chap.V, §884, on y lit :

“If the curve FM be described by powers directed in any manner whatsoever, and the force at any point M, resulting from the composition of these powers, act in the direction MK, and be measured by MK ; let MK be resolved into the force MO in the direction of the ordinates MP (= y) and the force OK parallel to the base AP (= x) then, the time being supposed to flow uniformly, or the velocity at M being represented by the fluxion of the curve FM, the force MO will be measured by \dot{y} , and the force OK by \dot{x} , by art. 465 and 466. But we insisted on this, and its use, in Book I. chap. XI. article 465, &c.”

Les choses sont dites clairement, mais on peut trouver que le message est noyé dans le grand livre. Euler revient sur la même idée avec plus de force en 1747 :

“Enfin, suivant ma méthode, je ne suis pas obligé d’avoir égard à la courbure de la ligne, que le corps décrit, et par ce moyen j’évite quantité de recherches pénibles, surtout quand le mouvement du corps ne se fait point dans le même plan. [...] Cela posé, prenant l’élément du tems dt pour constant, le changement instantané du mouvement du Corps sera exprimé par ces trois équations :

$$\text{I. } \frac{2ddx}{dt^2} = \frac{X}{M}, \quad \text{II. } \frac{2ddy}{dt^2} = \frac{Y}{M}, \quad \text{III. } \frac{2ddz}{dt^2} = \frac{Z}{M}$$

d’où l’on pourra tirer pour chaque tems écoulé t les valeurs x, y, z , et par conséquent l’endroit où le Corps se trouvera.”

Ce n’est qu’après la “découverte” de Maclaurin que les sciences physiques vont vraiment dépasser le contenu des *Principia*. La forme “vectorielle” de l’équation de Newton, quant-à-elle, n’apparaîtra qu’à la fin du 19ème siècle. Maxwell, dans son “Matter and Motion” de 1877, reprend pour les étudiants le texte de Newton en expliquant auparavant ce que sont les vecteurs et où ils apparaissent. Gibbs écrit en 1901, encore pour les étudiants, l’équation $\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A} = f(r)$ dans son “Vector Analysis”.

7. Les dynamiques des Anciens, de Galilée et d’Huygens

Newton ne s’attribue pas les trois lois de ses *Principia* (mais la Définition 8 lui est plus personnelle). Le Scholie précise “Par ces mêmes lois Sir Christopher Wren, Dr. J. Wallis, et M. Christiaan Huygens, qui sont sans contredit les premiers géomètres des derniers tems, ont découvert, chacun de leur côté, les lois du choc et de la réflexion des corps durs”. Nous rassemblons ici quelques textes (beaucoup tirés du livre de Michel Blay), qui illustrent l’histoire des idées que nous avons discutées. Il faudrait aussi citer Kepler, Hooke et bien d’autres...

Lucrèce (env. 98–55) : “En ce domaine je brûle encore de t’apprendre ceci : les corps emportés à travers le vide, droit vers le bas, par leur propre poids, en un tems incertain, en des lieux incertains, sont détournés un peu ; juste assez pour qu’on puisse dire que leur mouvement est modifié.”

Plutarque (env. 50–125) : “Mais la Lune est assurée de ne pas tomber de par son mouvement même et de par le balancement de sa révolution, de la même façon que les objets placés dans les frondes ne tombent pas grâce au mouvement giratoire. En effet toute chose est emportée dans son mouvement naturel à moins d’être détournée par autre chose. Ainsi la Lune n’est pas emportée par son poids, parce que sa tendance naturelle est contrariée par la révolution.” (cf. Heath, p. 170)

Galilée (1564–1642) : “J’imagine qu’un mobile a été lancé sur un plan horizontal d’où l’on a écarté tout obstacle ; il est déjà certain, d’après ce qu’on a dit ailleurs plus longuement, que son mouvement se poursuivra uniformément et éternellement sur ce même plan, pourvu qu’on le prolonge à l’infini.”

“Un projectile qu’entraîne un mouvement composé d’un mouvement horizontal uniforme et d’un mouvement naturellement accéléré vers le bas, décrit au cours de son déplacement une trajectoire semi-parabolique.”

Huygens (1629–1695) est un clarificateur de la “composition des mouvements”. On lit dans son *Horologium Oscillatorium* (1673) :

“I. Si la gravité n’existait pas et qu’aucune résistance d’air ne s’opposait au mouvement des corps, chacun d’eux continuerait son mouvement avec une vitesse uniforme en suivant une ligne droite.

II. Mais maintenant il arrive par l’action de la gravité, de quelque cause qu’elle provienne, que les corps se meuvent d’un mouvement composé de leur mouvement uniforme dans une direction quelconque et de celui de haut en bas qui est dû à la gravité.

III. On peut considérer ces deux mouvements séparément et l’un n’est pas empêché par l’autre.”

Il a aussi réagi aux *Principia* dans une addition à son “Discours de la cause de la pesanteur”, paru en 1690 à la suite de son “Traité de la lumière”. Il avait fait aux Epicuriens (dont Lucrèce) le reproche de ne pas chercher le mécanisme de la gravitation. L’ayant lui-même cherché, il se trouve en désaccord avec la loi de gravitation universelle de Newton. Mais il passe outre, et exprime son admiration pour cette idée. Il reste muet sur les trois lois. Tout laisse penser que ce silence signifie un parfait accord.

Remerciements à A. Chenciner, F. Diacu, N. Guicciardini, L. Nadolski et C. Velpry pour de stimulantes discussions.

Compléments de lecture en Français

M. Blay, *Les “Principia” de Newton*, Presses Universitaires de France (1995).

I. Newton, *De la gravitation. Du mouvement des corps*, édition de M.F. Biarnais et F. De Gandt.

Références Bibliographiques

J. d’Alembert, *Traité de dynamique*, Seconde édition (1758) §22 Gauthier-Villars, Paris (1921).

D. Bertoloni Meli, *Equivalence and Priority Newton Versus Leibniz. Including Leibniz’s Unpublished Manuscripts on the Principia*, Oxford University Press (1993).

S. Bochner, *The Role of Mathematics in the Rise of Mechanics*, *American Scientist* 50 (1962) pp. 294–311 (p. 301 citée par Crowe, p. 127), *The Role of Mathematics in the Rise of Science*, Princeton University Press (1966), p. 191 et p. 230.

P. Costabel, *Courbure et Dynamique. Jean I Bernoulli correcteur de Huygens et de Newton*. *Studia leibnitiana* 17, sonderheft (1987) p. 14.

M.J. Crowe, *A History of Vector Analysis*, Dover, New York (1967).

R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, éditions du Griffon, Neuchâtel (1950) réimpression Gabay, Paris (1996), Dover (1988) pour l’édition anglaise.

R. Dugas, *La mécanique au XVII^e siècle*, éditions du Griffon, Neuchâtel (1950).

L. Euler, *Recherches sur le mouvement des corps célestes en général*, *Mémoires de l’académie des sciences de Berlin*, 3 (1747) pp. 93–143, *Opera omnia*, II 25, p. 6, *Découverte d’un nouveau principe de mécanique*, *ibid.* 6 (1750) pp. 185–217, *Opera* II 5, pp. 81–108.

J.W. Gibbs, *Vector Analysis* (1901, 1909) Dover (1960).

N. Guicciardini, *Johann Bernoulli, John Keill and the Inverse Problem of Central Forces*, *Annals of Science* 52 (1995) pp. 537–575, cf. p. 551.

J. Herman & J. Bernoulli, *Extrait d’une Lettre & Extrait de la Réponse*, *Histoires de L’Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et Physique*, Paris, (1710) pp. 102–103 et 519–544; reprint 1713 Amsterdam, pp. 682–703; œuvres de Johann Bernoulli, *Lausanneae et Genevae*, vol. I, p. 470.

T. Heath, *Greek Astronomy* (1932) Dover (1991).

- C. Huygens, *Œuvres complètes*, t. IX, p. 368, lettre à Leibniz citée par Dugas, *La mécanique ...* p. 494.
- C. Huygens, *Traité de la lumière*, Leide (1690), édition de Michel Blay, Dunod, Paris (1992).
- J.L. Lagrange, *Mécanique analytique*, (1788). quatrième édition, tome second, œuvres vol. 11 (1888) p. 243.
- Lucreèce, *De la nature. De rerum natura*. Edition de J. Kany-Turpin, GF Flammarion (1997), p. 126.
- G.W. Leibniz, *Tentamen de Motuum Coelestium causis*, Acta Eruditorum (1689) pp. 82–96, *Mathematische Schriften*, 6 (1860) Olms, Hildesheim (1971) pp. 144–161 (traduit en anglais dans Bertoloni Meli).
- E. Mach, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement*, Hermann, Paris (1904), réimpression Gabay, Paris (1987).
- C. Mac Laurin, *Treatise of Fluxions*, Edinburgh (1742), *Traité des fluxions*, trad. R.P. Pezenas, Paris (1749).
- J.C. Maxwell, *Matter and Motion* (1877), Dover (1991).
- I. Newton, *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, (1687–1713–1726) trad. de la Marquise du Chastellet augmentée des Commentaires de Clairaut (1756) réimp. Blanchard (1966) réimp. Gabay (1990).
- C. Truesdell, *A Program toward Rediscovering the Rational Mechanics of the Age of Reason*, Archives for the History of Exact Sciences, 1 (1960), pp. 3–36, *Essays in the History of Mechanics*, Springer-Verlag (1968).

Exemples non analytiques de diffusion d'Arnold

David Sauzin

Le texte [Sau01] écrit à l'occasion des précédentes *Journées scientifiques* évoquait un résultat de stabilité effective pour les hamiltoniens de classe Gevrey obtenu en collaboration avec Jean-Pierre Marco. Ce résultat, qui est une généralisation du théorème de Nekhoroshev, fait l'objet d'une moitié de l'article [MS03a]. Je me propose de revenir sur ce travail et de rendre compte brièvement des exemples d'instabilité construits dans l'autre moitié de [MS03a], ainsi que des nouveaux exemples récemment obtenus dans [MS03b]. (On trouvera dans [Sau03] un résumé plus détaillé de [MS03a].)

Je tiens à rendre ici hommage à Michael Herman, qui est à l'origine de ces travaux.

1. Hamiltoniens presque intégrables.

Nous travaillerons avec des systèmes hamiltoniens d'équations différentielles de la forme

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial r_i}(\theta_1, \dots, \theta_n, r_1, \dots, r_n), \quad \frac{dr_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta_i}(\theta_1, \dots, \theta_n, r_1, \dots, r_n),$$

où les variables sont des angles $\theta_1, \dots, \theta_n$ et des actions r_1, \dots, r_n , et le hamiltonien H est une fonction supposée proche d'une fonction h indépendante des angles :

$$H(\theta, r) = h(r) + f(\theta, r), \quad \varepsilon = \|f\| \ll 1. \quad (1)$$

On considère donc f comme une petite perturbation, dont on mesure la taille à l'aide d'une norme $\|\cdot\|$ d'une façon qui sera précisée plus loin et qui dépendra de la classe de régularité considérée ; classiquement, on utilise des fonctions analytiques.

Comme le système hamiltonien associé à h est parfaitement bien compris (il s'agit d'un système complètement intégrable écrit en variables actions-angles), on peut espérer en déduire des informations sur la dynamique du système complet lorsque ε est assez petit. Il s'agit du "problème général de la dynamique," selon l'expression de Poincaré dans les *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, puisqu'en effet un certain nombre de systèmes hamiltoniens rencontrés en physique admettent une approximation intégrable.

Nous aurons besoin dans la suite d'une certaine hypothèse de non-dégénérescence sur la partie intégrable : la fonction $h(r)$ sera supposée "quasi-convexe," c'est-à-dire que les hypersurfaces $\{h(r) = \text{const}\}$ sont strictement convexes. C'est par exemple le cas si h est une fonction strictement convexe, ou si h est la fonction

$$h_0(r) = \frac{1}{2}(r_1^2 + \dots + r_{n-1}^2) + r_n. \quad (2)$$

(Malheureusement, les systèmes hamiltoniens rencontrés en mécanique céleste souffrent souvent d'une dégénérescence importante et on ne peut appliquer directement des résultats du genre de ceux dont il sera question plus bas — cf. l'exposé de Jacques Féjoz dans ces *Journées scientifiques*.)

Notre propos est donc d'explorer la diversité des comportements dynamiques possibles sous les hypothèses précédentes, en particulier du point de vue de la stabilité. Les systèmes complètement intégrables sont en effet le modèle même de la stabilité : les variables r_i sont constantes le long de chaque solution du système associé à h , et toutes les solutions sont quasi-périodiques (elles s'écrivent $\theta(t) = \theta(0) + t\nabla h(r(0))$, $r(t) = r(0)$). Il se trouve que le système associé à H hérite de h des propriétés assez fortes de stabilité des variables d'action, que nous rappellerons, mais notre objectif sera de donner des exemples de perturbations de la fonction h_0 définie par (2) qui conduisent aux instabilités les plus grandes possibles.

2. Diffusion d'Arnold.

À quel point les actions peuvent-elles varier le long des solutions d'un système presque intégrable? La réponse dépend en premier lieu du nombre n de degrés de liberté.

Le cas $n = 1$ offre peu d'intérêt : l'énergie totale H étant conservée le long de chaque solution, la quantité $h(r)$ ne peut pas varier de plus de ε et cela entraîne que la variation de l'action r_1 le long d'une solution quelconque n'excède jamais $\sqrt{\varepsilon}$ (à une constante multiplicative près).

Si $n = 2$, il y a encore une obstruction à la variation des actions r_1 et r_2 , mais le mécanisme en est plus subtil : l'énergie H est encore conservée, mais cela signifie seulement que chaque solution est contrainte de rester dans un niveau d'énergie $\Sigma_c = \{(\theta, r) \mid H(\theta, r) = c\}$, et ces niveaux d'énergie sont de dimension 3. Mais il se trouve que, dans chaque niveau d'énergie, la "théorie KAM" (du nom des mathématiciens Kolmogorov, Arnold et Moser) garantit l'existence de nombreux tores invariants préservés par le flot du système dynamique; ils sont de la forme $\{r = r^* + A_{r^*}(\theta)\}$, où r^* peut prendre presque n'importe quelle valeur et A_{r^*} désigne une petite fonction périodique dépendant de r^* , et ils portent des solutions toutes quasi-périodiques. Comme ce sont des sous-variétés de dimension 2 d'une variété Σ_c de dimension 3, on en déduit que si une solution n'appartient pas à l'un de ces tores, elle doit restée éternellement "coincée" entre deux d'entre eux; dans les deux cas, la variation des actions reste faible (au plus de l'ordre de $\sqrt{\varepsilon}$, en raison d'estimations de la petitesse de la distance séparant deux tores consécutifs que l'on peut tirer de la théorie KAM).

Ce n'est que si $n \geq 3$ qu'il n'y a pas d'obstruction à l'instabilité. En effet, Arnold a pu exhiber un exemple de système presque intégrable à 3 degrés de liberté pour lequel la première action, r_1 , de certaines solutions varie beaucoup au cours du temps : ces solutions $(\theta(t), r(t))$ restent bien sûr dans leur niveau d'énergie Σ_c , qui contient toujours de nombreux tores invariants, mais les tores en question sont maintenant des sous-variétés de dimension 3 de Σ_c , qui est de dimension 5, et cela laisse assez de place pour que ces solutions réussissent à se "faufiler" entre eux, si bien que la fonction $r_1(t)$ peut varier, disons de 0 à 1, aussi petit que soit ε (cf. [Arn64] ou [AA67]). Ce phénomène, selon lequel les actions d'une solution dérivent sensiblement au cours du temps bien que le système soit arbitrairement proche de l'intégrable, porte maintenant le nom de "diffusion d'Arnold".

3. Stabilité effective.

Mais, même si $n \geq 3$, il subsiste quelque chose qui "freine" les actions et les empêche de développer rapidement de grandes variations : la diffusion d'Arnold, quand elle a lieu, est extrêmement lente, en raison du théorème de Nekhoroshev. Ce théorème fournit un résultat de stabilité effective (c'est-à-dire de stabilité en temps fini, par opposition à la stabilité perpétuelle des solutions KAM), qui dépend beaucoup de la classe de régularité considérée et des propriétés de non-dégénérescence de la partie intégrable h . Le cas le plus étudié était celui des hamiltoniens analytiques proches d'un hamiltonien intégrable h quasi-convexe; nous nous sommes intéressés aux Hamiltoniens dits "de classe Gevrey," toujours sous l'hypothèse de quasi-convexité, et avons étendu à cette situation le résultat de stabilité effective dans notre article [MS03a], auquel nous renvoyons pour les références bibliographiques et des énoncés précis.

Fixons deux nombres réels $\alpha \geq 1$ et $L > 0$ et appelons N le nombre de variables ($N = 2n$ dans notre cas); une fonction φ de N variables est dite Gevrey- (α, L) si sa dérivée partielle d'ordre (k_1, \dots, k_N) est bornée par $CL^{k_1 + \dots + k_N} (k_1! \dots k_N!)^\alpha$, où le nombre C ne dépend pas du multi-indice de dérivation (k_1, \dots, k_N) . La plus petite constante C possible est appelée "norme Gevrey- (α, L) " de la fonction, et notée $\|\varphi\|_{\alpha, L}$. Avec les notations de (1), $\varepsilon = \|f\|_{\alpha, L}$. Le cas classique des fonctions analytiques est obtenu en choisissant $\alpha = 1$.

Notre résultat de stabilité effective pour les hamiltoniens H Gevrey- (α, L) proches d'une fonction $h(r)$ quasi-convexe affirme que,

si $\varepsilon = \|H - h\|_{\alpha, L}$ est assez petit, pour n'importe quelle solution $(\theta(t), r(t))$ du système associé à H , la variation $\|r(t) - r(0)\|$ reste faible (plus petite que $c\varepsilon^{\frac{1}{2n}}$) pour tout t compris entre 0 et $\exp(c'(\frac{1}{\varepsilon})^a)$, avec $a = \frac{1}{2n\alpha}$ (les nombres c et c' ne dépendent que de n, α, L et h).

(Ce résultat était connu pour $\alpha = 1$.) Si l'on veut assister à une dérive sensible des actions, disons $\|r(t) - r(0)\| = 1$, il faut donc attendre un temps exponentiellement long par rapport à ε !

La stabilité hamiltonienne est même encore un peu plus forte que cela : l'exposant a est encore plus grand si la condition initiale $(\theta(0), r(0))$ de la solution considérée est voisine d'une surface résonante $S_{\mathcal{M}}$ de h . Ici,

$$S_{\mathcal{M}} = \left\{ r \mid k_1 \frac{\partial h}{\partial r_1}(r) + \dots + k_n \frac{\partial h}{\partial r_n}(r) = 0 \text{ pour tout } k \in \mathcal{M} \right\}$$

et \mathcal{M} désigne un ensemble de n -uplets (k_1, \dots, k_n) d'entiers relatifs indépendants. S'il y a m éléments indépendants dans \mathcal{M} , on dit qu'on a affaire à une résonance de multiplicité m , et

$$\text{on peut prendre } a = \frac{1}{2(n-m)\alpha} \text{ dans le résultat de stabilité chaque fois que } \text{dist}(r(0), S_{\mathcal{M}}) \leq \sigma\sqrt{\varepsilon}$$

(le nombre σ est arbitraire, mais les constantes c et c' du résultat de stabilité en dépendront, de même qu'elles dépendront de \mathcal{M}).

L'exemple construit par Arnold est une perturbation analytique du hamiltonien intégrable h_0 défini par (2) avec $n = 3$ (la fonction perturbatrice f était en fait un polynôme trigonométrique). La vitesse moyenne de dérive des actions se doit donc d'y être exponentiellement lente, inférieure à $\exp(-\text{const}(\frac{1}{\varepsilon})^a)$ avec $a = 1/6$ au moins, puisque $\alpha = 1$. En fait, on peut prendre $a = 1/2$ dans son cas, parce que les solutions instables qu'il met en évidence passent au voisinage de la surface doublement résonante $S_{\mathcal{M}} = \{r_1 = r_2 = 0\}$ (ici, $\mathcal{M} = \{(1, 0, -1), (0, 1, -1)\}$ et $\nabla h(r) = (r_1, r_2, 1)$).

Le résultat de dérive des actions d'Arnold reposait sur un mécanisme d'instabilité très ingénieux mais relativement difficile à mettre en place. Si l'on s'autorise à considérer des perturbations Gevrey- (α, L) de h_0 avec $\alpha > 1$, il est plus facile de construire des exemples de comportement instable, avec n'importe quel nombre $n \geq 3$ de degrés de liberté.

4. Exemples Gevrey non analytiques d'instabilité.

Notre premier souci a été de vérifier l'optimalité de l'exposant de stabilité $a = \frac{1}{2(n-m)\alpha}$. Nous y sommes parvenus chaque fois que $n \geq 3$, $m \geq 2$ et $\alpha > 1$, et c'est l'objet de l'autre moitié de [MS03a]. Nous y construisons des perturbations f arbitrairement petites de h_0 pour lesquelles

$$\text{au moins une solution } (\theta(t), r(t)) \text{ voit sa première action dériver de } -\infty \text{ à } +\infty \text{ à une vitesse moyenne } \geq \exp(-\text{const}(\frac{1}{\varepsilon})^a) \text{ avec } a = \frac{1}{2(n-2)\alpha}.$$

Cet exposant a est le plus grand possible pour les solutions considérées, parce qu'elles passent au voisinage de $S_{\mathcal{M}} = \{r_1 = r_2 = 0\}$ (qui est encore une surface doublement résonante pour tout $n \geq 3$). Il est facile d'en déduire des systèmes presque intégrables possédant des solutions presque m -résonantes qui atteignent l'exposant $\frac{1}{2(n-m)\alpha}$.

On peut préciser la façon dont la première action de ces solutions, $r_1(t)$, évolue au cours du temps : nous les fabriquons de telle façon que $r_1(\ell q) = \frac{\ell}{q}$ pour tout $\ell \in \mathbb{Z}$, où q est un grand paramètre de l'ordre de $\exp(\text{const}(\frac{1}{\varepsilon})^a)$. Cela signifie que, si l'on s'en tient aux instants multiples de q , la solution se translate d'une quantité $1/q$ le long de l'axe des r_1 entre deux instants consécutifs. Le temps nécessaire pour lui faire franchir l'espace séparant $r_1 = 0$ de $r_1 = 1$ est donc q^2 , qui est une durée exponentiellement grande caractérisée par le même exposant a .

Nous ne donnerons ici aucun détail sur la démonstration, qui — quoique plus élémentaire que celle de [Arn64] — n'en nécessite pas moins un certain nombre d'étapes et de détails techniques. Si notre méthode ne concerne que le cas non analytique ($\alpha > 1$), c'est que nous utilisons de façon essentielle l'existence de fonctions Gevrey non nulles dont toutes les dérivées s'annulent à certains endroits, chose impossible dans le cadre analytique.

Nous avons obtenu dans [MS03b] de nouveaux exemples où l'instabilité se manifeste d'une façon plus spectaculaire, quoiqu'à une vitesse moins grande. En effet l'exposant a caractérisant la vitesse moyenne de dérive des nouvelles solutions ne sera plus que $\frac{1}{2(n-m)(\alpha-1)}$, mais l'intérêt de ces solutions est ailleurs ...

Le cadre de travail est le même que précédemment : nous nous intéressons aux hamiltoniens H de classe Gevrey- (α, L) proches de h_0 , avec $n \geq 3$ et $\alpha > 1$ quelconques, et nous désignons toujours par ε le petit paramètre $\|H - h_0\|_{\alpha, L}$. Le premier résultat de [MS03b] est l'existence de tels systèmes, avec ε arbitrairement petit, pour lesquels

$$\text{il existe dans l'espace de phases un ouvert de conditions initiales qui est transporté de } -\infty \text{ à } +\infty \text{ le long de l'axe des } r_1 \text{ par le flot du système associé à } H.$$

Cela signifie que, pour chacun de ces systèmes H , on est assuré de l'existence de non plus une solution seulement qui dérive de $-\infty$ à $+\infty$, mais d'une infinité de telles solutions: dès que la condition initiale $(\theta(0), r(0))$ est choisie dans une certaine boule ouverte $\{(\theta, r) \mid |\theta| < \rho, |r| < \rho\}$, la solution correspondante voit sa première action se déplacer de $-\infty$ à $+\infty$. Naturellement, le rayon ρ est extrêmement (exponentiellement) petit par rapport à ε .

Mais il vaut mieux formuler les choses de manière plus globale, en utilisant le flot Φ^{tH} défini par $(\theta(t), r(t)) = \Phi^{tH}(\theta(0), r(0))$, c'est-à-dire que Φ^{tH} est l'application consistant à laisser évoluer le système à partir d'une condition initiale $(\theta(0), r(0))$ et à observer le point $(\theta(t), r(t))$ qu'il a atteint au bout du temps t . On peut alors affirmer qu'il existe, pour certains hamiltoniens H presque intégrables, en désignant par q un certain paramètre exponentiellement grand par rapport à ε , un domaine ouvert sur lequel l'action du flot aux temps $t_\ell = \ell q$ ($\ell \in \mathbb{Z}$) équivaut essentiellement à une translation de pas ℓ/q le long de l'axe des r_1 .

On remarquera l'analogie entre ce résultat et le précédent; la vitesse de dérive est, nous l'avons dit, un peu moins grande, mais les conditions initiales concernées forment un ouvert, c'est-à-dire un ensemble beaucoup plus gros qu'un point (même si sa taille est en fait exponentiellement petite).

Enfin, nous avons exhibé dans [MS03b] un autre type de comportement instable susceptible d'être rencontré dans des systèmes pourtant presque intégrables, qui mérite certainement le qualificatif de "chaotique."

Il existe des hamiltoniens H arbitrairement proches de h_0 pour lesquels le flot au temp q (où q est un certain paramètre exponentiellement grand par rapport à $\varepsilon = \|H - h_0\|_{\alpha, L}$) contient une marche aléatoire de pas $1/q$ le long de l'axe des r_1 .

Cela signifie qu'à chaque suite bi-infinie $(\dots, \kappa_{-1}, \kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \dots)$ de nombres ± 1 on peut associer une solution $(\theta(t), r(t)) = \Phi^{tH}(\theta(0), r(0))$ vérifiant $r_1((\ell + 1)q) = r_1(\ell q) + \frac{\kappa_{\ell+1}}{q}$: entre l'instant ℓq et l'instant $(\ell + 1)q$, la première action change de $+\frac{1}{q}$ ou de $-\frac{1}{q}$ selon que $\kappa_{\ell+1} = +1$ ou $\kappa_{\ell+1} = -1$.

On peut aussi dire, de façon imagée, que le comportement du système aux instants multiples de q et en restriction à une certaine partie de l'espace de phases peut être simulé par une succession infinie de tirages indépendants à pile ou face, en convenant que la première action doit se décaler de $1/q$ vers la droite si l'on tire pile, vers la gauche si l'on tire face: le système a beau être déterministe et proche de l'intégrable, on trouvera toujours une solution pour suivre la marche tracée par la pièce de monnaie (plus exactement: pour chaque $\ell \geq 0$, on trouvera une infinité de solutions suivant la marche indiquée par les ℓ premiers tirages et, quand on tire à pile ou face une $(\ell + 1)$ -ième fois, une infinité de solutions parmi les précédentes voient leur première se déplacer de la façon indiquée par ce nouveau tirage, etc.).

Références

- [Arn64] V. I. Arnold, "Instability of dynamical systems with several degrees of freedom," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **156** (1964), 9–12; *Soviet Math. Dokl.* **5** (1964), 581–585.
- [AA67] V. I. Arnold and A. Avez, *Problèmes ergodiques de la mécanique classique*, Gauthier-Villars, Paris, 1967.
- [MS03a] J.-P. Marco, D. Sauzin, "Stability and instability for Gevrey quasi-convex near-integrable Hamiltonian systems," *Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques* vol. **96** (2003), 1–77.
- [MS03b] J.-P. Marco, D. Sauzin, "Wandering domains and random walks in Gevrey near-integrable systems," *soumis à Ergodic Theory and Dynamical Systems* pour un volume spécial à la mémoire de Michael Herman, avril 2003, 46 p.
- [Sau01] D. Sauzin, "Séries Gevrey et théorème de Nekhoroshev," *Journées scientifiques 2000 de l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides*, Notes scientifiques et techniques de l'Institut de Mécanique Céleste **S076**, p. 145–147, juin 2001.
- [Sau03] D. Sauzin, "Nekhoroshev estimates and instability for Gevrey class Hamiltonians," *soumis pour les actes du "Research Trimester on Dynamical Systems"* (Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Pise, 4 février–26 avril 2002), mars 2003, 15 p.

Sur un cas d'intégrabilité du problème des trois corps à somme des masses nulle

Martin CELLI

On s'intéresse à quelques propriétés simples des mouvements de N corps à somme des masses nulle. Ceux-ci sont vus comme des particules ponctuelles dont les positions A_1, \dots, A_N vérifient les équations de Newton:

$$\vec{A}_i = \sum_{j \neq i} m_j \frac{\overrightarrow{A_i A_j}}{\|\overrightarrow{A_i A_j}\|^3}.$$

Les m_i , $i = 1, \dots, N$, désignent les masses. Elles sont de signe quelconque, non nulles, de somme nulle.

1. Motivations

Les systèmes de N corps de somme des masses nulle apparaissent naturellement dans la recherche de certaines solutions périodiques des équations de Newton associées à des masses positives. Une chorégraphie est une solution des équations de Newton au cours de laquelle les corps (de masses positives) se suivent sur la même courbe, à intervalles de temps égaux. Différentes chorégraphies ont été mises en évidence par des méthodes variationnelles ([CGMS]), mais celles-ci sont toutes parcourues par des corps de masses égales. Il est donc naturel d'étudier l'existence d'éventuelles chorégraphies à masses distinctes ([Ch1], [Ch2]). Soient m_1, \dots, m_N des réels non nuls. Soit m leur moyenne arithmétique. Posons: $m_i = m + \mu_i$. Il est facile de vérifier qu'une trajectoire de N corps est une chorégraphie pour les masses m_1, \dots, m_N si, et seulement si, c'est à la fois une chorégraphie pour les masses m, \dots, m et un équilibre pour les masses μ_1, \dots, μ_N , de somme nulle. Les propriétés d'éventuelles chorégraphies à masses distinctes sont donc liées à celles des équilibres de somme des masses nulle ([Ce1]).

On s'intéresse ici à un problème d'une autre nature. Définissons informellement l'intégrabilité d'un système d'équations différentielles comme la possibilité d'exprimer ses solutions à l'aide de "formules". A masses positives, les équations de Newton d'un système de deux corps sont intégrables, mais elles ne le sont plus pour trois corps. Il semble intéressant, pour comprendre ce phénomène, de rechercher des systèmes de masses (dont certaines sont nécessairement négatives) pour lesquelles le problème devient intégrable sous certaines hypothèses. Nous allons voir que les systèmes de masses de somme nulle conviennent.

2. Un problème auxiliaire

Intéressons-nous auparavant à un problème analogue: celui d'un système de N tourbillons vérifiant les équations de Helmholtz ([He], [AS]):

$$\vec{A}_i = r \left(\sum_{j \neq i} m_j \frac{\overrightarrow{A_i A_j}}{\|\overrightarrow{A_i A_j}\|^2} \right),$$

où A_i (élément du plan) désigne la position du tourbillon d'indice i , m_i une grandeur appelée vorticité, r la rotation d'angle $\pi/2$. Ces équations décrivent un modèle de fluide incompressible bidimensionnel. Elles sont intégrables dans le cas de trois tourbillons. Elles le sont également dans le cas de quatre tourbillons, sous la condition:

$$m_1 + \dots + m_N = 0, \quad m_1 \overrightarrow{OA_1} + \dots + m_N \overrightarrow{OA_N} = \vec{0}$$

(la dernière égalité est indépendante de l'origine O choisie). Ce fait suggère d'étudier l'éventuelle intégrabilité des équations de Newton à somme des masses nulle. Ce problème est toutefois plus

difficile que le problème des tourbillons, car il décrit une dynamique d'ordre 2. Sans entrer dans les détails, précisons que son étude va nécessiter la considération de symétries dépendant du temps qui n'interviennent pas dans les équations de Helmholtz.

3. Le principe d'inertie

On associe à des points A_1, \dots, A_N , pondérés par les masses m_1, \dots, m_N , de somme non nulle M , un centre d'inertie G , défini par:

$$\vec{OG} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{OA}_i,$$

cette égalité étant indépendante de l'origine O choisie. Le principe d'inertie s'énonce alors de la façon suivante:

Le centre d'inertie d'un système mécanique de masse totale non nulle, isolé (ou plus généralement soumis à des efforts dont la résultante est nulle) effectue un mouvement rectiligne uniforme.

On peut procéder de façon analogue dans le cas où la somme des masses est nulle. Appelons rapport d'inertie le vecteur $\vec{\lambda}$ défini par la relation:

$$\vec{\lambda} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{OA}_i,$$

indépendante de l'origine O choisie. Le principe d'inertie prend la forme suivante:

Le rapport d'inertie d'un système mécanique de masse totale nulle, isolé (ou plus généralement soumis à des efforts dont la résultante est nulle) effectue un mouvement rectiligne uniforme.

La direction du rapport d'inertie est une direction de l'espace affine (de dimension $N-1$) engendré par les positions des N corps. Le carré de sa norme est une fonction des distances mutuelles:

$$\|\vec{\lambda}\|^2 = - \sum_{1 \leq i < j \leq N} m_i m_j \|\vec{A}_i \vec{A}_j\|^2.$$

Le rapport d'inertie est invariant par les translations: sa connaissance nous apporte une information sur la position *relative* (i. e. à translation près) des corps, contrairement à la connaissance du centre d'inertie à somme des masses non nulle. La relation suivante, due à Dziobek ([Dz]), est une conséquence directe du principe d'inertie, et de l'expression de la norme du rapport d'inertie:

$$- \sum_{1 \leq i < j \leq N} m_i m_j \|\vec{A}_i(t) \vec{A}_j(t)\|^2 = \|\vec{u}\|^2 t^2 + 2(\vec{u} \cdot \vec{v})t + \|\vec{v}\|^2,$$

où \vec{u} et \vec{v} sont des constantes.

4. Le problème des deux corps

On suppose, par commodité: $m_2 = 1$, $m_1 = -1$. D'après le principe d'inertie, il existe deux constantes \vec{u} et \vec{v} telles que: $\vec{A}_1(t) \vec{A}_2(t) = t\vec{u} + \vec{v}$. Le corps A_i vérifie donc l'équation:

$$\ddot{\vec{A}}_i(t) = \frac{t\vec{u} + \vec{v}}{\|t\vec{u} + \vec{v}\|^3}.$$

Soit \vec{u}' la combinaison linéaire de \vec{u} et \vec{v} telle que (\vec{u}, \vec{u}') soit orthonormée directe. Soit $\tau(t)$ la fonction définie par:

$$-\text{sh}(\tau(t)) = \frac{\vec{u}(t\vec{u} + \vec{v})}{\det(\vec{u}, \vec{v})}.$$

Définissons le vecteur $\vec{w}(t)$ par:

$$\vec{w}(t) = \frac{1}{\|\vec{u}\|^2} \left(\tau(t) \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} + \text{ch} \tau(t) \vec{u}' \right).$$

On vérifie alors que A_i est la somme de \vec{w} et d'une trajectoire rectiligne uniforme.

5. Un cas d'intégrabilité du problème des trois corps

De manière informelle, l'invariance des équations de Newton par les translations permet de se ramener à un système différentiel défini à translation près. A somme des masses non nulle, ceci

équivalent à fixer le centre d'inertie, donc à appliquer le principe d'inertie. Il en est autrement à somme des masses nulle, où le rapport d'inertie est défini à translation près. Dans ce cas, on peut espérer exploiter indépendamment l'invariance des équations par les translations et le principe d'inertie. Ceci fournit de nouveaux cas d'intégrabilité du problème des trois corps ([Ce2]):

- En dimension 1, si l'on suppose $\vec{\lambda}$ constant.
- En dimension quelconque, si l'on suppose $\vec{\lambda}$ nul.

Dans ce dernier cas, il existe une solution \vec{x} de:

$$\ddot{\vec{x}} = \text{constante} \frac{\vec{x}}{\|\vec{x}\|^3}$$

telle que le mouvement de chaque corps soit la somme de \vec{x} (multiplié par une constante) et d'une trajectoire rectiligne uniforme. Tout se passe comme si chaque $\overrightarrow{A_i A_j}$ était attiré (ou repoussé) par un centre de masse éventuellement négative, situé en $\vec{0}$.

Références bibliographiques

[AS] H. AREF et M.A. STREMLER (1999), *Four-vortex motion with zero total circulation and impulse*. Physics of Fluids, volume 11, n°12, décembre 1999. pp. 3704-3715.

[Ce1] M. CELLI (2003), *Sur les distances mutuelles d'une chorégraphie à masses distinctes*. Preprint.

[Ce2] M. CELLI (2003), *Sur un cas d'intégrabilité du problème des trois corps à somme des masses nulle*. Preprint.

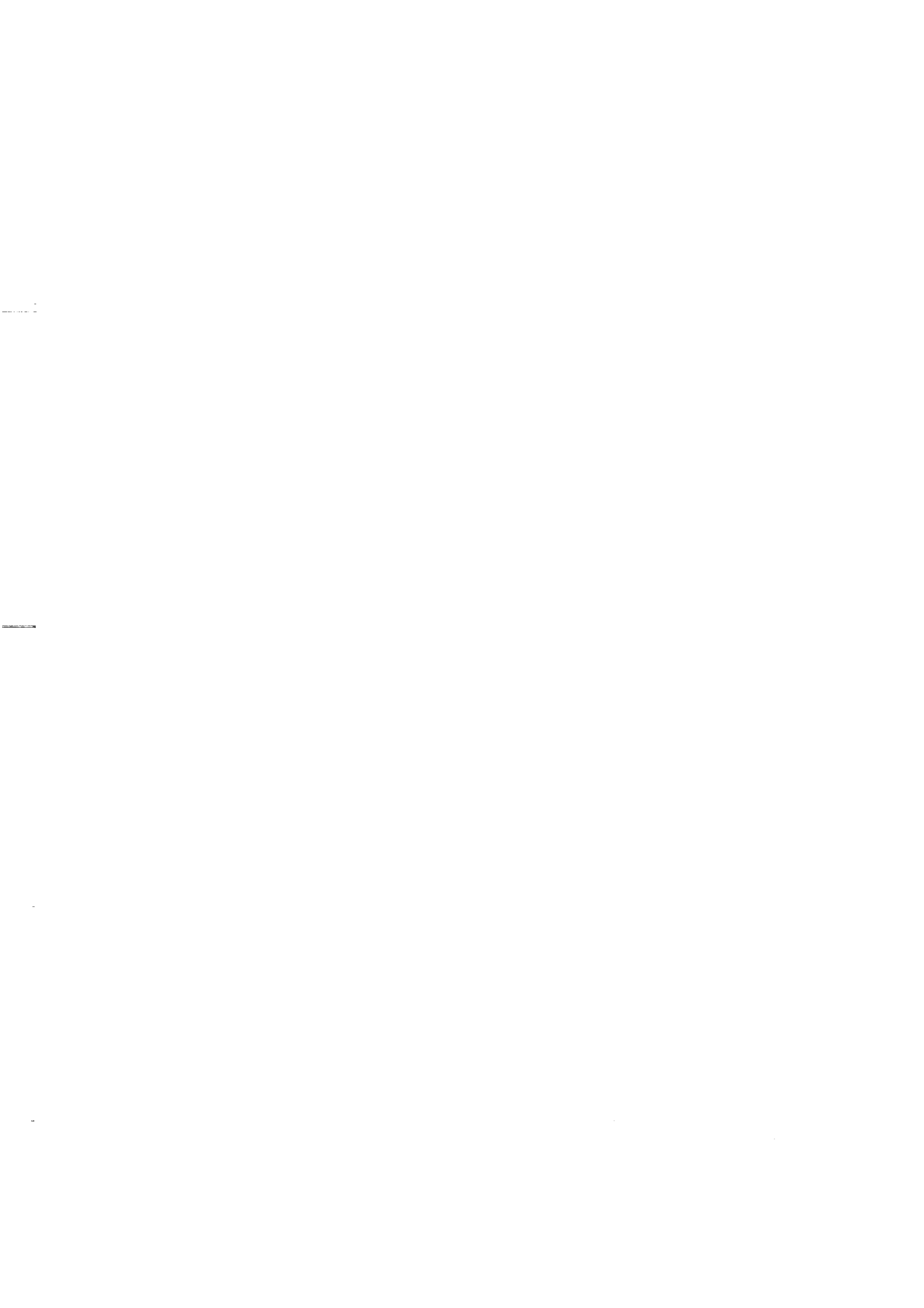
[CGMS] A. CHENCINER, J GERVER, R. MONTGOMERY, C. SIMO (2000), *Simple choreographic motions of n bodies: a preliminary study*. A paraître dans Geometry, Mechanics and Dynamics, Springer.

[Ch1] A. CHENCINER (2001), *Are there perverse choreographies?* A paraître dans Proceedings of the HAMSYS conference (Guanajuato, mars 2001).

[Ch2] A. CHENCINER (2001), *Perverse solutions of the planar n-body problem*. Soumis à Proceedings of the International Conference dedicated to Jacob Palis for his 60th anniversary (July 2000), à paraître dans Astérisque.

[Dz] O. DZIOBEK (1892), *Mathematical theories of planetary motions*. Dover publications, inc. New York, 1962. p. 70.

[He] H. HELMHOLTZ (1858), *On integrals of the hydrodynamical equations which express vortex motion*. Philos. Mag., 33, 485-512.



Frequency analysis, quasiperiodic decompositions, and Nyquist limit

Jacques Laskar

1. Introduction

Frequency Map Analysis is a numerical method based on refined Fourier techniques which provides a clear representation of the global dynamics of many multi-dimensional systems, and which is particularly adapted for systems of 3-degrees of freedom and more. Application to the study of the global dynamics and chaotic diffusion of Hamiltonian systems and symplectic maps in different domains can be found in (Laskar, 1988, 1990, Laskar and Robutel, 1993, Robutel and Laskar, 2001, Nesvorný and Ferraz-Mello, 1997) for Solar System dynamics, and in (Papaphilippou and Laskar, 1996, 1998, Laskar, 2000, Wachlin and Ferraz-Mello, 1998, Valluri and Merritt, 1998, Merritt and Valluri, 1999) for galactic dynamics. The method has been particularly successful for its application in particle accelerators (Dumas and Laskar, 1993, Laskar and Robin, 1996, Robin *et al.*, 2000, Comunian *et al.*, 2001, Papaphilippou and Zimmermann, 2002, Steier *et al.*, 2002), and was also used for the understanding of atomic physics (Milczewski *et al.*, 1997), or more general dynamical system issues (Laskar *et al.*, 1992, Laskar, 1993, 1999, Chandre *et al.*, 2001). A more complete exposition of the frequency map analysis is given in (Laskar, 1999, 2003).

2. Quasiperiodic approximations

The frequency analysis method and algorithms rely heavily on the observation that when a quasiperiodic function $f(t)$ in the complex domain \mathbb{C} is given numerically, it is possible to recover a quasiperiodic approximation of $f(t)$ in a very precise way over a finite time span $[-T, T]$, several orders of magnitude more precisely than by simple Fourier analysis. Indeed, let

$$f(t) = e^{i\nu_1 t} + \sum_{k \in \mathbb{Z}^n - (1, 0, \dots, 0)} a_k e^{i(k, \nu)t}, \quad a_k \in \mathbb{C} \quad (1)$$

be a KAM quasiperiodic solution of an Hamiltonian system in $B^n \times \mathbb{T}^n$, where the frequency vector (ν) satisfies a Diophantine condition. The frequency analysis algorithm NAFF will provide an approximation $f'(t) = \sum_{k=1}^N a'_k e^{i\omega'_k t}$ of $f(t)$ from its numerical knowledge over a finite time span $[-T, T]$. In order to determine the first frequency ω'_1 , one searches for the maximum amplitude of $\phi(\sigma) = \langle f(t), e^{i\sigma t} \rangle$ where the scalar product $\langle f(t), g(t) \rangle$ is defined by

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) \bar{g}(t) \chi(t) dt, \quad (2)$$

and where $\chi(t)$ is a weight function. Once the first periodic term $e^{i\omega'_1 t}$ is found, its complex amplitude a'_1 is obtained by orthogonal projection, and the process is restarted on the remaining part of the function $f_1(t) = f(t) - a'_1 e^{i\omega'_1 t}$. More precisely (Laskar, 1999, 2003)

Proposition. 1 For all $p \in \mathbb{N}$, let $\chi_p(t) = \frac{2^p (p!)^2}{(2p)!} (1 + \cos \pi t)^p$. Then $\chi_p(t)$ is the unique trigonometric polynomial $P(\cos \pi t, \sin \pi t)$ of degree $\leq p$ that is a weight function of class C^{2p-1} . Its associated transform is

$$\varphi_p(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{ixt} \chi_p(t) dt = \frac{(-1)^p \pi^{2p} (p!)^2 \sin x}{x(x^2 - \pi^2) \cdots (x^2 - p^2 \pi^2)} \quad (3)$$

Theorem. 1 If $f(t)$ is a KAM quasi periodic solution of the form (1), then, with $\Omega_k = \langle k, \nu \rangle - \nu_1$, $\sum_k \left| \frac{a_k}{\Omega_k^m} \right|$ is convergent for all $m \geq 0$, and for $T \rightarrow +\infty$,

$$\nu_1 - \nu_1^T = \frac{(-1)^{p+1} \pi^{2p} (p!)^2}{\varphi_p''(0) T^{2p+2}} \sum_k \frac{\Re(a_k)}{\Omega_k^{2p+1}} \cos(\Omega_k T) + o\left(\frac{1}{T^{2p+2}}\right) \quad (4)$$

and with the same hypothesis

$$\nu_1 - \nu_1^T = \frac{-1}{T \varphi_p''(0)} \sum_k \Re(a_k) \varphi_p'(\Omega_k T) + o\left(\frac{1}{T^{4p+2}}\right). \quad (5)$$

The asymptotic convergence of $(\nu_1 - \nu_1^T)$ when $T \rightarrow +\infty$ provides a good indication of the possibilities of the method, but in practice, this asymptotic behavior will be also limited by the value of the involved constants, and by numerical accuracy. In Figure 1, the previous asymptotic expressions are tested for a very simple example of a quasiperiodic function. In this case, the exponents of the above theorem are recovered very precisely (Laskar, 2003).

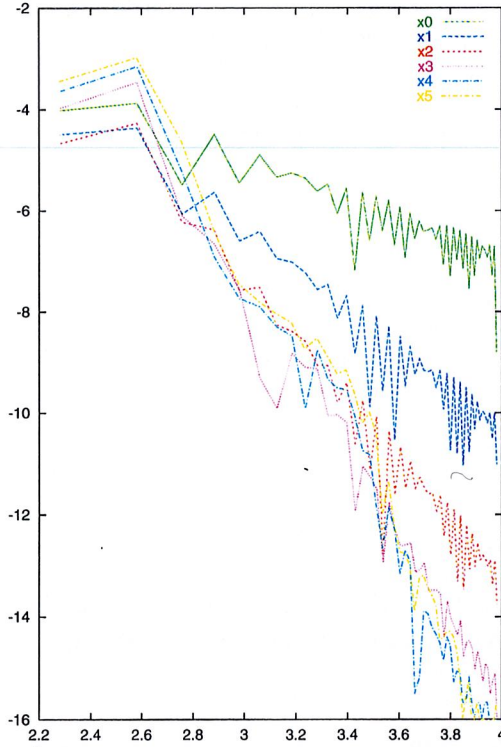


Figure 1: Error on the measured frequency versus duration of the integration for the first frequency of $F_1(t) = 1/(1 + 1/2e^{it} + 1/4e^{-i\omega t})$ with $\omega = 2.02$. $\log_{10}(err)$ is plotted versus $\log_{10}(T/2\pi)$. x_p is the result for a window of order p .

3. Beyond Nyquist frequency

A typical limitation in spectral analysis is given by the so called Nyquist frequency. Roughly speaking, it will not be possible to determine a frequency ν larger than π/h , where h is the sampling time interval of the observed data. If $|\nu_0| > \pi/h$, the observed frequency will become

ν_0/π	ν/π	$(\nu_0 - \nu)/\pi$
0.995	0.995	0.000000000000000000
0.996	0.996	0.000000000000000000
0.997	0.997	0.000000000000000000
0.998	0.998	0.000000000000000000
0.999	0.999	0.000000000000000000
1.000	-1.000	2.000000000000000000
1.001	-0.999	2.000000000000000000
1.002	-0.998	2.000000000000000000
1.003	-0.997	2.000000000000000000
1.004	-0.996	2.000000000000000000
1.005	-0.995	2.000000000000000000

Table 1: The function $\exp(i\nu_0 t)$ is evaluated for $t = -1000, 1000$, with a stepsize $h = 1$. For $\nu_0/\pi < h$, the recovered frequency (ν) is recovered by NAFF up to the machine precision, but for $\nu_0/\pi > h$, the recovered frequency is here $\nu_0 - 2\pi/h$.

$\nu = \nu_0 + k2\pi/h$, where $k \in \mathbb{Z}$ such that $|\nu| < \pi/h$. This is actually what can be observed using the NAFF algorithm.

3.1. Multiple timescales problem

The Nyquist aliasing constraint means that in order to recover a given period, one needs to sample the data with at least two points per period. On the opposite, in order to determine precisely the long periods, the total interval length T needs to be several time larger than these periods, in order to be able to separate properly close frequencies. One thus realizes that we will face a problem when two very different time scales are present in the system. This is actually the case for planetary systems where short periods (of the order of the year) are present, as well as long secular periods, ranging, in the Solar system for example, from 40 000 years to a few millions of years.

In my first frequency analysis of the Solar System (Laskar, 1988), only long periods were present, but if we want now to analyse the direct output of a numerical integration of Newton's equations, without filtering or averaging, both time scales will be present. For the Solar System, the determination of the long secular frequencies with a good accuracy will require that T is larger than 20 millions of years, while the sampling h must be smaller than half of the shortest period of the system, that is a few days if we consider the Moon motion, while $h = 5000$ years was enough for the secular equations. The amount of data to handle becomes then considerable as well as the related numerical computations.

3.2. Multiple timescales solution

A solution to overcome this problem is simply to sample the data with two different sampling intervals that are very close h and $h' = h + \varepsilon$. For a real x , we will denote $[x]$ the integer such that

$$-\frac{1}{2} < x - [x] \leq \frac{1}{2}. \quad (6)$$

With this notation, the frequency analysis of $f(t) = \exp(i2\pi\nu_0 t)$ will give a frequency $2\pi\nu$ such that

$$\nu_0 h = \nu h + k \quad \text{with} \quad k = [\nu_0 h]. \quad (7)$$

The Nyquist condition is then expressed by the fact that $|\nu_0 h| < 1/2$ implies $k = 0$. We assume now that the second sampling time interval $h' = h + \varepsilon$ is such that

$$|\nu_0 \varepsilon| < \frac{1}{2}. \quad (8)$$

We have then

$$\begin{aligned}\nu_0 h' &= \nu_0(h + \varepsilon) = \nu h + \varepsilon \nu_0 + k \\ &= \nu'(h + \varepsilon) + k'\end{aligned}\quad (9)$$

with

$$k' = k + [\nu h + \varepsilon \nu_0] \quad (10)$$

and thus

$$\nu' h' - \nu h = \varepsilon \nu_0 - [\nu h + \varepsilon \nu_0]. \quad (11)$$

As $|\nu_0 \varepsilon| < 1/2$,

$$[\nu' h' - \nu h] = -[\nu h + \varepsilon \nu_0], \quad (12)$$

and thus, from (11),

$$\nu_0 = \frac{1}{h' - h} (\nu' h' - \nu h - [\nu' h' - \nu h]), \quad (13)$$

which allows to recover in all cases the true value of the frequencies. Practically, although this formula can be used, there is an easy way to reduce the numerical errors of these computations. Indeed, it is easy to see that

$$k = \frac{h}{h' - h} ((\nu' - \nu)h' - [\nu' h' - \nu h]), \quad (14)$$

which allows to recover ν_0 through (7). The main advantage of this intermediary step is that as k should be an integer, the computed value can be rounded to its nearest integer and

$$\nu_0 = \nu + \frac{[k]}{h} \quad (15)$$

will provide a slightly better evaluation of ν_0 than equation (13).

3.3. Numerical examples

ν_0/π	ν/π	ν'/π	ν_f/π
0.500	0.500000	0.500500	0.500000000000
1.000	-1.000000	-0.999000	1.000000000000
1.500	-0.500000	-0.498500	1.500000000000
2.000	-0.000000	0.002000	2.000000000000
997.000	-1.000000	-0.003000	997.000000000000
997.500	-0.500000	0.497500	997.500000000000
998.000	-0.000000	0.998000	998.000000000000
998.500	0.500000	-0.501500	998.500000000000
999.000	-1.000000	-0.001000	999.000000000000
999.500	-0.500000	0.499500	999.500000000000
1000.000	-0.000000	-1.000000	1000.000000000000
1000.500	0.500000	-0.499500	-999.500000000000
1001.000	-1.000000	0.001000	-999.000000000000
1001.500	-0.500000	0.501500	-998.500000000000
1002.000	-0.000000	-0.998000	-998.000000000000
1002.500	0.500000	-0.497500	-997.500000000000
1003.000	-1.000000	0.003000	-997.000000000000

Table 2: The function $\exp(i\nu_0 t)$ is evaluated for $t = -1000, 1000$, with a stepsize $h = 1$, and with $h' = 1.001$. The reconstruction formula (14,15) allows to obtain the correct frequency up to $\nu_0/\pi = 1000$.

ν_{0i}	P_i (years)	k	$ A_i \times 10^8$	k_{1i}	k_{2i}	k_{3i}	k_{4i}	k_{5i}
4.027808	321763.1	0	4412046	0	0	1	0	0
28.013748	46263.0	0	1592683	0	0	0	1	0
-21264.867867	-60.9	-3	64449	-1	2	0	0	0
51.999689	24923.2	0	62876	0	0	-1	2	0
1410.142247	919.1	0	38666	-2	5	0	-2	0
22703.023863	57.1	4	13141	-1	3	0	-1	0
-86525.641213	-15.0	-13	10467	-2	3	0	0	0
1386.156306	935.0	0	9940	-2	5	1	-3	0
43995.905478	29.5	7	8056	0	1	0	0	0
-42557.749483	-30.5	-7	6449	-2	4	0	-1	0
-21240.881927	-61.0	-3	4605	-1	2	-1	1	0
-21288.853808	-60.9	-3	4294	-1	2	1	-1	0
-151786.414559	-8.5	-23	3662	-3	4	0	0	0
75.985629	17055.9	0	3493	0	0	-2	3	0
109256.678825	11.9	17	3448	1	0	0	0	0
1434.128187	903.7	0	2485	-2	5	-1	-1	0
-107818.522829	-12.0	-17	2015	-3	5	0	-1	0
-19.958132	-64935.9	0	1929	0	0	2	-1	0
22679.037922	57.1	3	1852	-1	3	1	-2	0
1362.170366	951.4	0	1824	-2	5	2	-4	0
-217047.187912	-6.0	-33	1503	-4	5	0	0	0
239778.225515	5.4	37	1473	3	-2	0	0	0
-86501.655273	-15.0	-13	1217	-2	3	-1	1	0
-80.092473	-16181.3	0	1175	0	0	0	-1	2
-42581.735423	-30.4	-7	1173	-2	4	1	-2	0
-86549.627153	-15.0	-13	1149	-2	3	1	-1	0
1458.114127	888.8	0	1103	-2	5	-2	0	0
87963.797209	14.7	14	1073	0	2	0	-1	0
-22646.996366	-57.2	-3	1060	1	-3	0	3	0
21320.895355	60.8	3	1031	1	-2	0	2	0

Table 3: Frequency analysis of $z_5 = e_5 \exp(i\varpi_5)$ in the Sun-Jupiter-Saturn system. The integration of the complete Newton equations is performed over 50 myr with two output stepsizes $h = 200$ yr and $h' = 200.0002$ yr. ν_{0i} are the reconstructed frequencies using formula (14,15) and the two step sizes h and h' . P_i is the period of the terms, while A_i their amplitude. The different frequencies are identified as integer combinations of the fundamental frequencies $\nu_{0i} = k_{1i}n_5 + k_{2i}n_6 + k_{3i}g_5 + k_{4i}g_6 + k_{5i}s_6$

In order to evaluate numerically the efficiency of the method described above, we first used a function $f(t) = \exp(i\nu_0 t)$ with a single periodic term of frequency ν_0 . $f(t)$ is evaluated from -1000 to $+1000$, with a stepsize $h = 1$, and the frequency analysis is performed with different values of ν_0 , for values of ν_0/π higher than 1000. The value ν_0 is only recovered for $\nu_0/\pi < 1$ (Table 1), but for larger values of ν_0 , the use of a second stepsize $h' = 1.001$ and formula (14, 15) allow to recover the true frequency for values of ν_0/π as high as 1000 with great accuracy (Table 2).

As a second example, we have consider a full numerical integration of the Sun-Jupiter-Saturn system over 50 millions of years. The numerical integration is performed with the symplectic integrator $SBAB_3$ that is well adapted to perturbed Hamiltonian systems (Laskar and Robutel, 2001), and we have performed the frequency analysis of the variable $z_5 = e_5 \exp(i\varpi_5)$ (Fig.3), where e_5 is the eccentricity of Jupiter, and ϖ_5 its longitude of perihelion. If one considers the invariance of the angular momentum, this problems has 5 degrees of freedom, that should correspond to 5 fundamental frequencies for a regular KAM solution. These frequencies will be n_5, n_6 , the mean mean motion of Jupiter and Saturn, g_5, g_6 related to the precessional motion of the perihelion of Jupiter and Saturn, and s_6 related to the motion of the node of the two orbits (see Laskar, 1990). In the integration, we used an output stepsize of 200 years, while the integration stepsize is 0.1

year. This allows to recover precisely the secular frequencies of the system, but as the short period perturbations are important, many terms appear in the quasiperiodic decomposition that are in fact aliased terms coming from the short period terms (see Table 4).

When we use an additional output time $h' = 200.0002$ years, and formula (14, 15), we can recover the true value of the aliased frequencies ν_{0i} , even if some of the periods are smaller than 6 years (columns P_i). In Table 3, k is the integer appearing in formula (7), denoting the number of turns that have been "lost" by the large stepsize. All the determined frequencies ν_{0i} can then be identified as integer combinations $\nu_{0i} = k_{1i}n_5 + k_{2i}n_6 + k_{3i}g_5 + k_{4i}g_6 + k_{5i}s_6$ of the fundamental frequencies n_5, n_6, g_5, g_6, s_6 given in Table 5. The full solution can then be compared to the quasiperiodic solution obtained by iteration of (Bretagnon and Simon, 1990).

The existence of short periods is thus not an obstacle, and the aliasing problem can be overcome, as in practice, using two output time steps should not be costly in term of CPU time, as the two output are generated during the same integration. The large advantage of this procedure versus the numerical averaging that was usually performed online (as in Nobili *et al.*, 1989), is that no information is lost, and the whole solution can be recovered.

References

- Bretagnon, P., Simon, J.-L.: 1990, Théorie générale du couple Jupiter-Saturne par une méthode itérative, *Astron. Astrophys.*, **239**, 387–398
- Chandre, C., Laskar, J., Benfatto, G., Jauslin, H.R.: 2001, Determination of the breakup of invariant tori in three frequency Hamiltonian systems *Physica D*, **154**, p. 159–170
- Comunian, M., Pisent, A., Bazzani, A., Turchetti, G., Rambaldi, S.: 2001, Frequency map analysis of a three-dimensional particle in the core model of a high intensity linac, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **4**, 124201 (2001)
- Dumas, S., Laskar, J. : 1993, Global Dynamics and Long-Time Stability in Hamiltonian Systems via Numerical Frequency Analysis, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, (2975-2979)
- Laskar, J. : 1990, The chaotic motion of the Solar System. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, (266-291)
- Laskar, J. : 1993, Frequency analysis for multi-dimensional systems. Global dynamics and diffusion, *Physica D*, **67**, (257-281)
- Laskar, J. : 1999, Introduction to frequency map analysis, in *proc. of NATO ASI Hamiltonian Systems with Three or More Degrees of Freedom*, C. Simò ed, Kluwer, (134-150)
- Laskar, J.: 2000, Application of frequency map analysis in galactic dynamics, in *proc. The Chaotic Universe, Rome, Pescara, 1–5 fev 1999*, V. Gurdzadyan and R. Ruffini, eds., World Scientific, p. 115–126
- Laskar, J: 2003, Frequency Map analysis and quasi periodic decompositions, in "Hamiltonian systems and Fourier analysis", Benest *et al.*, eds, Taylor and Francis, *in press*,
- Laskar, J., Froeschlé, C., Celletti, A. : 1992, The measure of chaos by the numerical analysis of the fundamental frequencies. Application to the standard mapping, *Physica D*, **56**, (253-269)
- Laskar, J., Robutel, P. : 1993, The chaotic obliquity of the planets, *Nature*, **361**, (608-612)
- Laskar, J., Robutel, P. : 2001, High order symplectic integrators for perturbed Hamiltonian systems, *Celest. Mech.*, **80**, 39–62
- Laskar, J., Robin, D. : 1996, Application of frequency map analysis to the ALS, *Particle Accelerator*, **54**, (183-192)
- Merritt, D., Valluri, M.: 1999, Resonant Orbits in Triaxial Galaxies *Astron. J.*, **118**, 1177–1189
- Nesvorný, D., Ferraz-Mello, S. : 1997, Chaotic diffusion in the 2/1 asteroidal resonance: an application of the frequency map analysis, *Astron. Astrophys.*, **320**, (672)
- Nobili, A.M., Milani, A., Carpino, M. : 1989, Fundamental frequencies and small divisors in the orbits of the outer planets, *Astron. Astrophys.*, **210**, (313–336)
- Papaphilippou, Y., Laskar, J. : 1996, Frequency map analysis and global dynamics in a two degrees of freedom galactic potential, *Astron. Astrophys.*, **307**, (427-449)
- Papaphilippou, Y., Laskar, J. : 1998, Global dynamics of triaxial galactic models through frequency map analysis, *Astron. Astrophys.*, **329**, (451-481)
- Papaphilippou, Y., Zimmermann, F. : 2002, Estimates of diffusion due to long-range beam-beam collisions *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5**, 074001 (2002)

- Robin, D., Steir, C., Laskar, J., Nadolski, L.: 2000, Global dynamics of the ALS revealed through experimental Frequency Map Analysis, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, pp. 558-561
- Robutel, P., Laskar, J.: 2001, Frequency Map and Global Dynamics in the Solar System I: Short period dynamics of massless particles, *Icarus*, **152**, 4-28
- Steier, C., Robin, D., Nadolski, L., Decking, W., Wu, Y., Laskar, J.: 2002, Measuring and optimizing the momentum aperture in a particle accelerator, *Phys. Rev. E*, **65**, (056506)
- Valluri, M., Merritt, D.: 1998 Regular and Chaotic Dynamics of Triaxial Stellar Systems *Astrophys. J.*, **506**, 686-711
- Von Milczewski, J., Farrelly, D. Uzer, T.: 1997, Frequency Analysis of 3D Electronic 1/r Dynamics: Tuning between Order and Chaos *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 1436-1439
- Wachlin, F. C.; Ferraz-Mello, S.: 1998, Frequency map analysis of the orbital structure in elliptical galaxies *M.N.R.A.S.* **298**, 1, 22-32



Structure résonante des Troyens

Philippe Robutel

1. Introduction

Depuis la découverte de l'astéroïde (558) Achilles en 1906, le nombre de Troyens n'a cessé d'augmenter. On en dénombre aujourd'hui plus de 1600 dont l'orbite de 834 d'entre eux est bien déterminée (objets observés au cours de trois oppositions différentes). Bien qu'ils ne peuplent qu'une région de l'espace très peu étendue, (un voisinage des points de Lagrange L_4 et L_5 situés sur l'orbite de Jupiter respectivement 60° en avant de la planète et 60° en arrière), la dynamique à long terme de ces deux familles de petits corps est extrêmement riche et encore assez mal comprise. On y rencontre en effet, des objets dont le mouvement est extrêmement régulier tel (15913) Telemachus, (5652) Amphimachus, (2148) Epeios, ou dans une moindre mesure (558) Achilles ; et des corps dont la grande irrégularité dynamique peut conduire jusqu'à l'éjection de la résonance 1 :1 avec Jupiter, comme (1868) Thersites ou (5144) Achates (Tsiganis *et al.* 2000). On trouve également toutes les situations intermédiaires, en particulier des astéroïdes comme (4057) Demophone, classés dont la catégorie dynamique dite "Stable Chaos" (Milani 1993, Milani *et al.* 1997) dont le temps de Lyapounov est court, mais les éléments propres (ou les fréquences propres) presque fixes.

Tous ces phénomènes d'instabilité locale ou globale étant intimement liés à la géométrie des résonances et à leurs éventuelles connections, il est nécessaire, si l'on veut comprendre la dynamique globale de ces régions, d'étudier la structure résonante au voisinage des points L_4 et L_5 . Son existence et son éventuelle influence sur la dynamique des Troyens n'a jusqu'ici que très peu été étudiée. Une des raisons justifiant cette absence d'étude est que les fréquences fondamentales des Troyens sont particulièrement bien séparées. En effet, leur période de révolution est égale à celle de Jupiter (soit 12 ans environ). Leur période de libration autour d'un des points de L_4 ou L_5 varie entre 140 et 240 ans, alors que celle associée à la précession du périhélie est comprise entre 2800 et 5600 ans. Quant à la précession du noeud, elle s'effectue dans le sens rétrograde avec une période supérieure à 28000 ans, et dans le sens direct pour certains Troyens de haute inclinaison. Ainsi les résonances entre les différents degrés de liberté d'un Troyen ne peuvent être que d'ordre élevé, et ne peuvent à priori qu'engendrer des instabilités faibles et locales. Il faut donc compter sur les fréquences "extérieures", en l'occurrence, les fréquences fondamentales du système solaire (au moins celles qui sont associées aux planètes géantes). Mais ici encore, les résonances d'ordre faible sont très peu nombreuses. Les principales sont de la forme $ks + k_6s_6 + k_7s_7 + k_8s_8 = 0$, où les k, k_j sont des entiers relatifs, s la fréquence fondamentale de précession du nud de l'astéroïde et les s_j les fréquences fondamentales associées au mouvement de précession des noeuds des planètes géantes. Seule la résonance $s - s_6 = 0$ (d'ordre 2) a une influence dynamique fondamentale : d'une part, elle coïncide assez bien avec la limite extérieure de la zone de libration des Troyens autour de L_4 et L_5 (Michtchenko *et al.*, 2001) : les objets entrant dans cette résonance ont donc de bonnes chances d'être éjectés de cette région de libration. D'autre part elle fournit un mécanisme d'augmentation des inclinaisons des astéroïdes très efficace (Yoder, 1979), l'inclinaison pouvant passer de quelques degrés à 20° voire 30° (Marzani & Scholl, 2000). Récemment, de nouvelles structures irrégulières ont été identifiées à l'intérieur des régions de librations autour des points d'équilibres triangulaires (Michtchenko *et al.*, 2001) et (Nesvorný & Dones, 2002). Les auteurs associent ces structures, qui semblent être les mêmes dans les deux publications, à des résonances à trois corps associant la fréquence propre de libration dans la résonance 1 :1 à la grande inégalité Jupiter-Saturne pour les premiers auteurs et à l'inégalité $\lambda_{Jupiter} - 2\lambda_{Saturne}$ pour les seconds.

2. Dynamique globale dans l'espace des phases

Nous présentons ici quelques résultats d'une étude en cours, réalisée en collaboration avec F. Gabern du département M.A.I.A de l'université de Barcelone. La majeure partie des calculs nécessaires à cette étude est effectuée sur les machines parallèles du Cines. Les méthodes d'investigation utilisées étant basées sur la méthode d'analyse en fréquence, nous renverrons le lecteur à (Laskar 1990, 1999, 2003) pour les bases théoriques et numériques de la méthode, ainsi qu'à (Robutel & Laskar 2001, et Robutel 2003) pour l'analyse de l'application fréquence dans le cas des astéroïdes.

Le mouvement d'un Troyen dans le système solaire est ici modélisé par un problème restreint à 4 corps : le Soleil, Jupiter, Saturne et l'astéroïde, considéré comme une particule test (corps n'affectant pas le mouvement des planètes). L'approximation consistant à négliger les perturbations induites par Uranus et de Neptune est largement suffisante à notre étude car l'essentiel de la structure résonante est engendré par Jupiter et Saturne. Pour un Troyen dont l'inclinaison est élevée, des résonances séculaires entre les fréquences s, s_7, s_8 peuvent survenir, mais elles ne sont pas essentielles à la compréhension de la dynamique globale. Si nous supposons que le mouvement des planètes est quasi-périodique (ce qui est raisonnable pour les planètes géantes sur des durées de l'ordre de centaines de millions d'années), on peut considérer que les fréquences fondamentales des planètes, ici $(n_5, n_6, g_5, g_6, s_6)$ qui sont les moyens mouvements propres, les fréquences fondamentales de précession des périhélie et des noeuds, sont fixes (invariantes par rapport au temps). On peut de même, associer à chaque particule, 3 fréquences fondamentales. Si le mouvement du corps considéré est quasi-périodique, ces trois fréquences sont des invariants du mouvement qui caractérisent la trajectoire (ou plus généralement le tore invariant sur lequel évolue cette trajectoire). Si le mouvement n'est pas quasi-périodique, ces fréquences vont évoluer en fonction du temps : la mesure de la variation des fréquences par rapport au temps nous donnera une mesure de l'irrégularité de l'orbite du corps étudié. Les Troyens étant en résonance orbitale 1 :1 avec Jupiter, leur moyen mouvement propre est toujours égal à celui de Jupiter, il ne peut donc pas être considéré comme l'une des fréquences fondamentales. On la remplace naturellement par la fréquence propre de libration à l'intérieur de cette résonance, nous la noterons ν . Ainsi, nos 3 fréquences fondamentales seront les (ν, g, s) , associées respectivement à la fréquence de libration dans le résonances 1 :1, au périhélie de la particule et à son noeud. Elles seront extraites de l'approximation quasi-périodique des quantités $a \exp(i(\lambda - \lambda_5))$ pour ν , $e \exp(i\varpi)$ pour g et $\sin(I/2) \exp(i\Omega)$ pour s . Dans les expressions précédentes, les $(a, e, I, \lambda, \varpi, \Omega)$ sont respectivement le demi-grand axe, l'excentricité, l'inclinaison, la longitude moyenne, la longitude du périhélie et celle du noeud ascendant de l'astéroïde.

Il s'agit maintenant de choisir les conditions initiales des particules que nous allons étudier. Elles devront être choisies dans un sous ensemble "représentatif" de l'espace des phases : partie qui pourra par exemple rencontrer presque tous les tores invariants du système non-perturbé (Robutel & Laskar, 2001). Il est assez simple de vérifier que l'espace tridimensionnel des éléments (a, e, I) tel que : $\lambda = \lambda_5 + \pi/3$, $\varpi = \varpi_5 + \pi/3$ et $\Omega = \Omega_5$ est d'une part, voisin d'un ensemble représentatif au sens énoncé ci-dessus (au voisinage de L_4), et d'autre part que les (a, e, I) ainsi choisis sont proches d'éléments propres. En effet au moins pour a et e , ce choix de coordonnées impose que (pour un mouvement régulier, et sous certaines approximations) l'excentricité et le demi-grand axe initial soient maximal (Erdi 1988, Milani 1993, Nesvorný & Dones 2002).

Dans cet exposé, nous nous limiterons à donner un exemple dans lequel les Troyens ont une orbite osculatrice initiale située dans le plan du mouvement de Jupiter. Bien que particulier, cet exemple est fondamental, puisqu'il va nous permettre de mettre en évidence des résonances jusqu'ici insoupçonnées ayant une influence dynamique non-négligeable.

La figure 1 représente une carte dynamique de cette région. Elle est composée de 64 000 points dont les coordonnées (demi-grand axe en abscisse, comptés en UA ; et excentricité en ordonnée) dans le plan $I = I_5$, $\lambda = \lambda_5 + \pi/3$, $\varpi = \varpi_5 + \pi/3$ et $\Omega = \Omega_5$, correspondent aux conditions initiales des particules test.

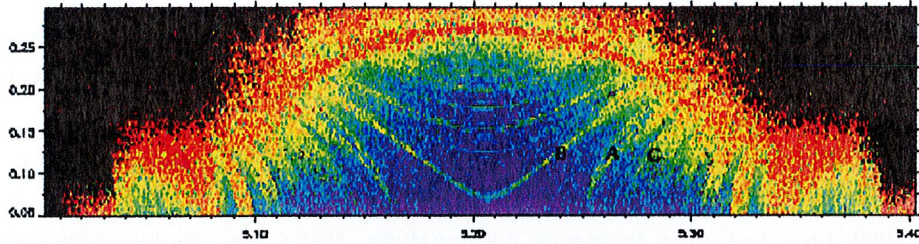


Fig.1. Section de l'espace des phases par le plan de coordonnées initiales (a, e) pour $I = I_5$, $\lambda = \lambda_5 + \pi/3$, $\varpi = \varpi - 5 + \pi/3$ et $\Omega = \Omega_5$.

Les régions A,B, et C correspondent respectivement aux résonances $4g - g_5 + 2n_5 - 5n_6 = 0$, $4g - 2g_5 + g_6 + 2n_5 - 5n_6 = 0$ et $4g - g_6 + 2n_5 - 5n_6 = 0$.

A chaque particule est associé une couleur indiquant la variation relative des fréquences fondamentales en 10 millions d'années : du bleu pour les trajectoires les plus régulières (variation relative inférieure à 10^{-7}) au rouge pour les particules chaotiques (variation supérieure à 10^{-2}), le noir étant réservé aux corps éjectés du système en moins de 10 millions d'années. Le choix des conditions initiales explique la symétrie de la figure par rapport à un axe vertical dont l'abscisse correspond approximativement au demi-grand axe initial de Jupiter. Cette symétrie permet de réduire de moitié la taille de l'espace à étudier.

La zone de stabilité est bordée par une structure en forme d'arche, qui correspond à la position de la résonance séculaire $s = s_6$. A l'intérieur de cette arche, l'instabilité a tendance à décroître lorsque l'on se dirige vers le point de coordonnées $(a_5, e_5) \approx (5.205, 0.05)$ qui correspond au point de Lagrange L_4 (pour le problème restreint Soleil-Jupiter-astéroïde). A l'intérieur de la zone régulière (fond bleu), des structures instables (jaune à rouge) se détachent nettement. Elles sont de deux types distincts. Les premières, pour $a < 5.1$ ou $a > 5.32$ sont probablement associées au recouvrement de la résonance séculaire $s - s_6 = 0$ avec des résonances d'ordre élevé associées à la fréquence de libration ν , mais ces régions étant très instables il est mal aisé d'y identifier les résonances en cause. Le deuxième type d'instabilité, pour $5.1 \leq a \leq 5.32$ est, de manière plus surprenante, associé à des résonances de la forme $kg + k_5g_5 + k_6g_6 + 2l_6s_6 + 2n_5 - 5n_6 = 0$, où les entiers k , k_5 , k_6 et l_6 sont liés par la relation $k + k_5 + k_6 + l_6 = 3$. Le terme $2n_5 - 5n_6$ correspond à la fréquence de la grande inégalité entre Jupiter et Saturne. Sa période étant d'environ 880 ans, l'entier k est toujours strictement supérieur à 3. Parmi ces structures, les trois plus marquantes sont indiquées sur la figure 1 par les lettres A, B et C. Elles sont respectivement associées aux résonances $4g - g_5 + 2n_5 - 5n_6 = 0$, $4g - 2g_5 + g_6 + 2n_5 - 5n_6 = 0$ et $4g - g_6 + 2n_5 - 5n_6 = 0$. Ces structures ont une grande importance pour la dynamique à long terme des Troyens. D'abord, elles sont à la source du comportement chaotique local (stable chaos) de certains astéroïdes comme (4057) Demophon (lié à la résonance A) ou (5638) Deikoon (lié à B). Sur une durée de 250 millions d'années, le mouvement de ces deux astéroïdes est chaotique (l'angle critique associé à la résonance incriminée oscille entre libration et circulation), mais leur diffusion dans l'espace des fréquences reste limitée. En revanche, la situation de (18228) Hyperenor et de (4543) Phoinix est beaucoup plus délicate. En effet, des phénomènes de diffusion permettent de faire évoluer ces corps de l'intérieur de la résonance A ou B jusqu'à la résonance séculaire $s = s_6$. Ces corps peuvent alors être rapidement éjectés de la région coorbitale 1:1. Si, pour ces deux corps, on intègre des particules fictives dont les conditions initiales sont très proches de celles attribuées à Hyperenor et Phoinix, on constate qu'au bout de 250 millions d'années, près de 10% des trajectoires conduisent à l'éjection dans le premier cas, et environ 25% dans le second.

Ce type de mécanisme lié aux transitions entre résonances peut conduire, sur des temps plus longs, à des phénomènes d'érosion du voisinage de la frontière des régions de librations autour de L_4 et L_5 (Levison *et al*, 1997). Il engendre également à une diffusion le long des résonances, transportant certains Troyens de l'intérieur de la zone coorbitale jusqu'à sa frontière.

Références

- [1] Erdi, B. : 1988, Long periodic perturbations of Trojan asteroids, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **88**, 303-308.
- [2] Laskar, J. : 1990, The chaotic motion of the Solar System. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266-291.
- [3] Laskar, J. : 1999, Introduction to frequency map analysis, *NATO ASI Hamiltonian Systems with Three or More Degrees of Freedom*, (C. Simò Ed), pp. 134-150. Kluwer, Dordrecht.
- [4] Levison, H., Shoemaker, E., Shoemaker, C. : 1997, Dynamical evolution of Jupiter's Trojan asteroids, *Nature*, **385**, 42-44.
- [5] Marzani F., Scholl H. : 2000, The role of secular resonances in the history of Trojans, *Icarus*, **146**, 232-239.
- [6] Michtchenko T., Beaugé C., Roig F. : 2001, Planetary migration and the effects of mean motion resonances on Jupiter's Trojan Asteroids, *Astron. J.*, **122**, 3485-3491.
- [7] Milani A. : 1993, The Trojan asteroid belt : Proper elements, stability, chaos and families, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **57**, 59-94.
- [8] Milani A., Nobili A., Knezevic Z. : 1997, Stable chaos in the asteroid belt, *Icarus*, **125**, 13-31.
- [9] Nesvorný D., Dones L. : 2002, How long-live are the hypothetical Trojan populations of Saturn, Uranus, and Neptune ?, *Icarus*, **160**, 271-288.
- [10] Robutel P. : 2003, Frequency map analysis and quasiperiodic decompositions, "*Hamiltonian systems and Fourier analysis*", Benest et al. (Eds). Taylor & Francis.
- [11] Robutel P. and Laskar J. : 2001, Frequency Map and Global Dynamics in the Solar System I : Short Period Dynamics of Massless Particles, *Icarus*, **152**, 4-28.
- [12] Robutel P. : 2003, Frequency analysis and global dynamics of a planetary system, "*Hamiltonian systems and Fourier analysis*", Benest et al. (Eds). Taylor & Francis.
- [13] Tsiganis K., Dvorak R., Pilat-Lohinger E. : 2000, Thersites : a 'Jumping' Trojan ?, *A&A*, **354**, 1091-1100.
- [14] Yoder C. : 1979, Notes on the origin of the Trojan asteroids, *Icarus*, **40**, 341-344.

**D'où vient l'eau observée par la sonde Mars Odyssey ?
Ce que nous apprennent les observations géologiques, les modèles
climatiques et les solutions astronomiques.**

Benjamin Levrard¹

Introduction

Similairement à la Terre, la planète Mars possède un cycle hydrologique actif. Les premières missions spatiales et observations terrestres ont observé un cycle saisonnier intense de l'eau, illustrant les échanges réguliers entre la glace en surface, la vapeur atmosphérique et les nuages de glace martiens. Certaines simulations expérimentales suggèrent aussi la possible adsorption de glace dans la subsurface martienne par diffusion entre les pores du régolite et la vapeur atmosphérique, l'eau liquide étant absente dans les conditions climatiques actuelles.

Outre la présence à sa surface de deux calottes polaires, occupant chacune environ la moitié du Groenland, et principalement constituées d'eau², les récentes observations du spectromètre GRS de la sonde Mars Odyssey (Figure 1) ont suscité de nouvelles interrogations sur l'origine d'une importante quantité d'eau dans la subsurface proche martienne (Boyton *et al.*, 2002 ; Mitrofanov *et al.*, 2002, Feldman *et al.*, 2003). Basées sur les mesures de quantité d'hydrogène dans la subsurface proche (\sim les deux premiers mètres), ces cartes révèlent de larges réservoirs d'eau dans les régions de latitudes supérieures à 60° dans les deux hémisphères suggérant un mécanisme symétrique de formation. Certaines zones équatoriales (à l'est de Terra Arabia), révèlent aussi une quantité importante d'hydrogène mais celui-ci pourrait se trouver plutôt sous la forme de minéraux hydratés.

Si la présence de ces dépôts dans les hautes latitudes apparaît pleinement compatible avec les zones de stabilité de l'eau dans le régolite martien prédites par les modèles thermiques pour les conditions orbitales actuelles (Mellon et Jakosky, 1995), les estimations correspondantes du pourcentage volumique en eau n'excèdent jamais $\sim 40\%$. Les très fortes concentrations volumiques ($\sim 70\%$) en eau observées par GRS suggèrent que la diffusion à travers le régolite poreux martien n'est probablement pas le mécanisme prédominant à l'origine de ces dépôts.

A partir de nouvelles simulations climatiques basées sur un Modèle complet de Circulation Générale (MCG), nous proposons que la glace observée par GRS se forme à la surface de Mars et représente les traces "fossiles" de la transition entre une période de haute obliquité moyenne ($\sim 5 - 10$ Ma) favorisant la stabilité de l'eau dans les zones équatoriales et des périodes plus récentes de basse obliquité (inférieure à 20°) favorisant le retour et la stabilité de l'eau vers les zones polaires de façon quasi-symétrique. L'inclusion de poussières atmosphériques martiennes dans les dépôts glaciaires pourrait former une couche thermique protectrice lors de la sublimation de la glace lorsque ces latitudes redeviennent instables. Ceci permettrait alors la persistance d'une couche de glace en subsurface proche. La répétition de ce mécanisme sur un ensemble de périodes orbitales fournit, en outre, une explication simple pour la formation des terrains sédimentaires en couches observées sur une grande partie de la surface martienne.

¹ En collaboration avec J. Laskar et F. Forget du Laboratoire de Météorologie Dynamique de Paris VI.

² La majorité de la calotte sud apparaît toutefois recouverte d'une couche de sédiments sombres et par endroit de glace carbonique permanente qui la rend quasiment inactive dans le cycle de l'eau martien.

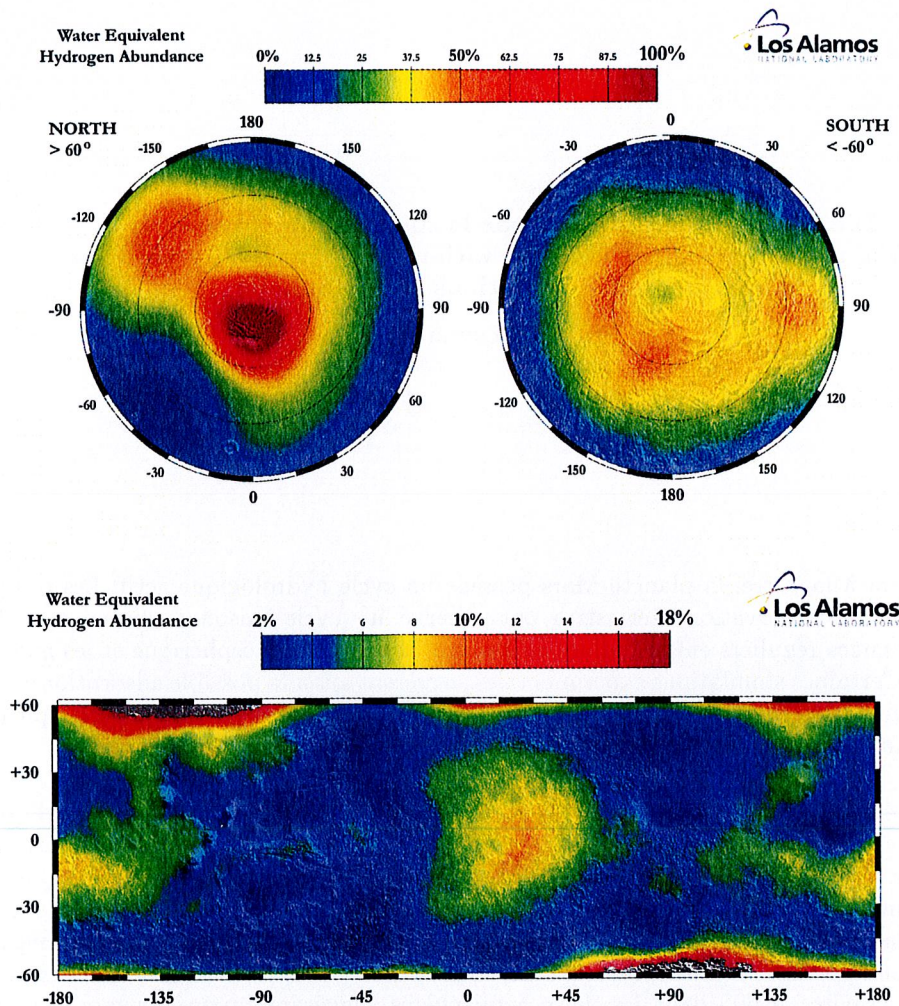


Fig. 1 : Carte globale de la concentration massique en eau/équivalent hydrogène dans les zones polaires (en projection polaire) et les zones équatoriales déterminée à partir du spectromètre à neutron HEND embarqué à bord de Mars Odyssey entre février 2002 et avril 2003 (Feldman *et al.*, 2003). La topographie martienne est visible conjointement en relief (données MOLA).

1. Forçage astronomique du cycle de l'eau martien

Par analogie avec la Terre, il est largement accepté que les variations séculaires des éléments orbitaux (excentricité et précession climatique) et de l'obliquité martienne peuvent jouer un rôle fondamental dans l'évolution climatique planétaire. Ces variations entraînent des changements des latitudes de stabilité de la glace en surface et de l'abondance saisonnière des constituants atmosphériques (vapeur d'eau, nuages de glace, poussières, CO₂). La redistribution géographique et le transport cyclique des volatils martiens pourrait être à l'origine de changements climatiques significatifs.

En contrôlant le pic d'insolation estivale dans les zones polaires dont la valeur détermine la quantité de glace sublimée et injectée dans l'atmosphère martienne, l'obliquité joue un rôle prépondérant non seulement dans l'intensité du cycle de l'eau mais aussi dans la détermination des zones de stabilité de la glace de surface. Seule l'influence de ce paramètre est ici présentée.

L'obliquité martienne est chaotique avec un temps de diffusion de l'ordre de 5 Ma (Laskar et Robutel, 1993) ce qui élimine la possibilité d'en connaître une histoire précise sur des temps supérieurs à quelques dizaines de millions d'années. De larges excursions entre 0° et 60° sont alors possibles sur ces intervalles de temps (Laskar et Robutel, 1993). Sur les 10 derniers Ma, une solution précise de l'obliquité a été récemment calculée à partir d'une nouvelle solution orbitale planétaire

(Laskar *et al.*, 2002) et des conditions initiales sur la précession martienne issues de la mission Mars Pathfinder. Cette solution est illustrée sur la Figure 2.

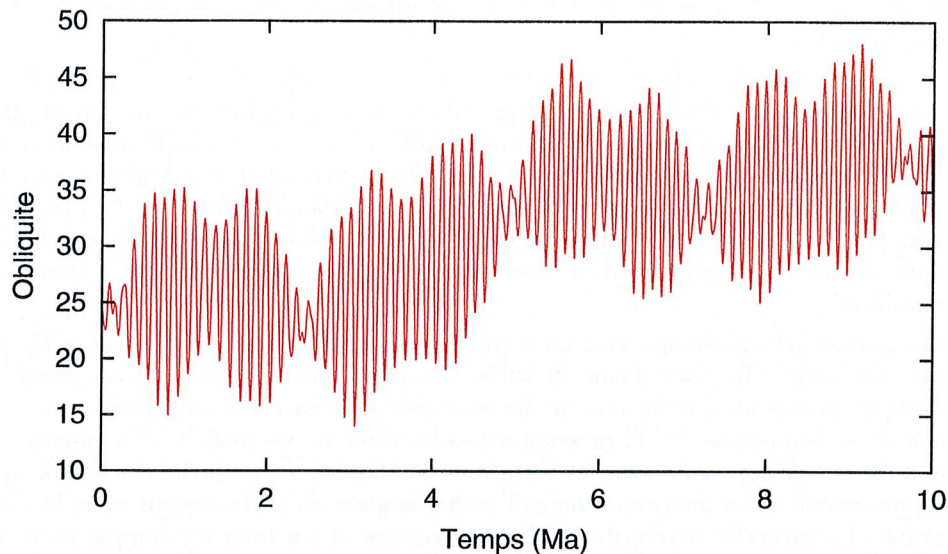


Fig. 2 : Évolution de l'obliquité martienne sur les 10 derniers Ma (Laskar *et al.*, 2002).

Elle montre la présence d'une transition marquée entre un régime de basse obliquité moyenne $\sim 25^\circ$ dont les valeurs minimales sont proches de 15° et de plus haute obliquité moyenne $\sim 35^\circ$ sur l'intervalle 5-10 Ma. Durant celui-ci, l'obliquité peut atteindre régulièrement des valeurs supérieures à plus de 40° . La période principale de l'obliquité est proche de 120 000 ans. Cette dissymétrie a probablement eu un large impact sur l'histoire des réservoirs d'eau martiens et la distribution actuelle de l'eau en surface ou subsurface martienne.

Jakosky et Carr (1985) ont suggéré avec des modèles simplifiés du cycle de l'eau, que pour de fortes obliquités, la très forte sublimation estivale de la calotte Nord pourrait conduire à un transport d'une quantité importante de vapeur d'eau vers les zones tropicales, conduisant à la saturation de l'atmosphère à basse latitude et à la précipitation de glace dans ces régions.

Les simulations plus réalistes issues des Modèles de Circulation Générale ont récemment confirmé cette prédiction (Haberle *et al.*, 2000 ; Richardson et Wilson, 2002, Mischna *et al.*, 2003). En outre, Mischna *et al.* (2003) obtiennent, en partant d'une calotte polaire Nord, une déposition de glace stable au delà de 60° de latitude Nord pour des obliquités intermédiaires proches de 35° et notent la similitude avec les observations de GRS, mais la formation d'une zone quasi-symétrique dans l'hémisphère Sud (voir la figure 1) reste alors inexplicée.

Dans ce contexte, nous avons cherché à déterminer l'histoire et la stabilité des différents réservoirs de glace en surface sur les 10 derniers millions d'années. Le cycle de l'eau martien a été ainsi simulé pour des obliquités variant de 15° à 45° et pour différentes distributions latitudinales initiales de glace, grâce aux Modèles de Circulation Générale du Laboratoire de Météorologie Dynamique de Paris VI. Quand certaines zones deviennent instables, la détermination des vitesses d'échange entre les différents réservoirs présents permet, en outre, d'estimer les temps caractéristiques de formation de ces réservoirs sur des échelles de temps orbitales

2. Modélisation climatique

Le Modèle de Circulation Générale martien du LMD a été développé en adaptant la version initialement conçue pour l'étude des climats terrestres à l'ensemble des processus et des paramètres physiques martiens (Hourdin, 1992 ; Forget *et al.*, 1999). Les modèles de circulation générale sont des modèles globaux qui calculent sur toute la planète, l'évolution de certaines variables caractéristiques de l'atmosphère et de la surface (température, vents, pression, ...) à partir d'un état initial donné et des lois physiques fondamentales (équations de la thermodynamique, de la mécanique de fluides, du transfert radiatif, ...). Les équations primitives de la dynamique

atmosphérique sont résolues en différences finies sur une grille longitude-latitude, en appliquant l'approximation hydrostatique. La résolution utilisée est de 48 points en longitude, 32 points en latitude et 25 niveaux verticaux. Elle permet une bonne représentation des principales structures de la topographie martienne.

La version utilisée bénéficie de la modélisation microphysique récente des nuages de glace (Montmessin, 2002) qui permet d'introduire la glace d'eau atmosphérique comme un traceur transporté par les vents de la dynamique. Elle fournit ainsi un cycle de l'eau complet dont les variations journalières de la vapeur atmosphérique et des nuages sont en très bon accord avec les observations récentes du spectromètre TES de la sonde Mars Global Surveyor (voir Montmessin, 2002). Cet accord permet de tester raisonnablement le cycle de l'eau pour d'autres conditions orbitales, même si un nombre important de processus climatiques restent encore indéterminées dans de telles conditions.

Le modèle ne permet pas d'échange avec un régolite, l'eau ne pouvant se retrouver ainsi que dans trois phases distinctes : la glace d'eau en surface et dans l'atmosphère et sous forme de vapeur atmosphérique. Toutes les simulations ont été effectuées à excentricité nulle pour minimiser les asymétries entre les hémisphères et la pression atmosphérique totale (fixée par la quantité de CO₂ disponible) a été laissée constante avec les variations d'obliquité. La majorité des simulations ont été initialisées avec une atmosphère entièrement sèche, la glace en surface étant alors la seule source d'eau initiale. Le caractère stable de la glace en surface et les taux d'échanges entre les différents réservoirs ont été déterminé quand le cycle de l'eau atteint un état stationnaire. Dans ce cas, les bilans annuels de la vapeur d'eau et des nuages de glace ne présentent plus de variations interannuelles.

3. Résultats

Durant l'intervalle $\sim 5-10$ Ma, l'obliquité passe par un régime de haute obliquité qui pourrait être critique pour l'évolution d'une calotte polaire.

Dans une première série de simulations, la stabilité d'une calotte très proche de la calotte Nord actuelle a été étudiée pour des obliquités croissantes de 15° à 45° avec un pas de 5°. Pour l'excentricité choisie, une obliquité critique comprise entre 30° et 35° a été trouvée, illustrant une instabilité de la calotte Nord et un transport intense d'eau vers les zones équatoriales. La Figure 3 montre la quantité annuelle minimale de glace accumulée à la surface de Mars pour l'obliquité 40° dans la cinquième année martienne d'intégration numérique. Les zones d'accumulation sont principalement situées sur les sommets des montagnes de Tharsis (Arsia, Pavonis, Ascraeus et Olympus Montes) ainsi qu'autour du bassin d'impact du cratère Schiaparelli à l'est d'Arabia.

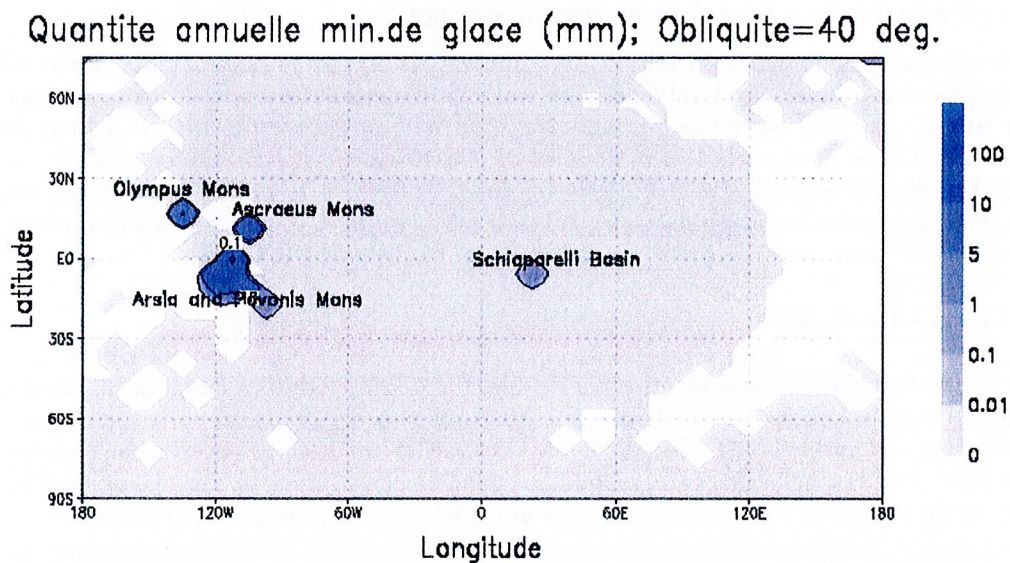


Fig. 3 : Quantité annuelle minimale de glace d'eau en surface pour l'obliquité 40° durant la

Stabilité Hamiltonienne et géométrie sous analytique

Laurent Niederman

Il s'agit de dégager des hypothèses minimales qui assurent la stabilité effective des systèmes Hamiltoniens proches d'un système intégrable.

Plus précisément, N.N. Nekhorochev [1] a établi en 1977 un théorème de stabilité global en temps exponentiellement long par rapport à l'inverse de la taille de la perturbation. Son résultat est valable si le Hamiltonien non perturbé (intégrable) est *raide*, c'est-à-dire s'il vérifie certaines conditions de transversalité qui sont génériquement satisfaites par les fonctions C^∞ sur \mathbb{R}^n . L'étude de ce cas raide n'a pas été reprise depuis la démonstration originale de Nekhorochev malgré la densité de cette classe de fonctions et différents exemples issus de la physique et de la mécanique céleste où le Hamiltonien considéré est raide mais pas convexe.

Presque tous les travaux sur la stabilité exponentielle concernent les perturbations d'un Hamiltonien intégrable *convexe*. Dans ce cadre, Lochak [2] et Poschel [3] ont donné une estimation optimale sur l'ordre de grandeur du temps de stabilité dans ce type de théorème.

Nous avons établi une généralisation [4] du résultat de Lochak et Poschel pour des perturbations de Hamiltonien raides. Ceci est obtenu en conjuguant les raisonnements originaux de Nekhorochev avec un argument d'approximation Diophantienne simultanée qui simplifie beaucoup la preuve initiale.

D'autre part, Ilyashenko [5] a donné une caractérisation géométrique des fonctions raides dans le cas *analytique* complexe. Nous avons repris cette étude dans [7] à l'aide d'outils de géométrie sous analytique *réelle* (lemme de sélection de courbe et exposants de Lojaciewicz qui sont exposés dans [6]) ce qui simplifie les raisonnements et permet de caractériser les Hamiltoniens intégrables "exponentiellement stables" et montrer qu'ils sont denses parmi les fonctions analytiques.

Références

- [1] Nekhorochev, N.N. : 1977, An exponential estimate of the time of stability of nearly integrable Hamiltonian systems, *Russian Math. Surveys* **32**, pp. 1-65.
- [2] Lochak, P. : 1992, Canonical perturbation theory via simultaneous approximation, *Russian Math. Surveys* **47**, pp. 57-133.
- [3] Poschel, J. : 1993, Nekhorochev estimates for quasi-convex Hamiltonian systems, *Math. Z.* **213**, pp. 187-217.
- [4] Niederman, L. : 2000, Exponential stability for small perturbations of steep integrable Hamiltonian systems, *Prépublication Orsay 2000-73, accepté dans Ergodic Theory and Dynamical Systems*.
- [5] Ilyashenko, I.S. : 1986, A steepness test for analytic functions, *Russian Math. Surveys* **41**, pp. 229-230.
- [6] Bierstone, E. ; Milman, P. : 1988, Semialgebraic and Subanalytic Sets, *IHES Pub. Math.* **67**, pp. 5-42.
- [7] Niederman, L. : 2003, Hamiltonian stability and subanalytic geometry, *Prépublication*.



Programme d'observation et détermination de masses d'astéroïdes

A. Bec-Borsenberger, A. Fienga, W. Thuillot

1. Introduction

La détermination des masses d'astéroïdes est un problème essentiel à résoudre pour améliorer notre connaissance de la dynamique des familles d'astéroïdes, ce qui nous permettra, entre autres, d'obtenir des informations sur l'origine et la formation du système solaire et d'améliorer la précision de la théorie du mouvement de Mars, limitée actuellement par les incertitudes sur les valeurs des masses d'astéroïdes.

Classiquement, les méthodes de déterminations de masses reposent sur l'étude des perturbations occasionnées par un "gros" astéroïde sur un objet de dimensions plus petites qui, en général, est un autre astéroïde. L'objet perturbé accumule les petites perturbations au cours des années, jusqu'à ce qu'un changement significatif d'orbite puisse être mis à profit pour en déduire la masse du corps, ce qui réclame d'utiliser des observations sur de longs intervalles de temps. Le plus fréquemment, on cherche des configurations particulières d'orbites de deux astéroïdes mêlant résonance sur de longues durées et passages proches.

Une méthode totalement différente consiste à utiliser des observations de très grande précision sur une durée courte. Cette méthode a conduit à la première détermination de la masse de 20 Massalia par Bange (1998) en utilisant des observations du satellite astrométrique de l'ESA, Hipparcos. C'est cette méthode que nous avons choisie (Fienga *et al.* 2003). Elle présente de nombreux avantages :

- elle permet d'échapper à tous les effets non modélisés qui peuvent avoir une influence sur la détermination de la masse perturbatrice ;
- l'utilisation d'observations s'inscrivant dans une courte durée (quelques années) permet de limiter les effets séculaires ;
- l'ensemble d'observations utilisé est homogène ;
- les passages proches avec d'autres petites planètes intervenant au cours de la période d'observation sont pris en compte dans la mesure du possible.

Il est possible en effet que pour les estimations mettant en jeu de longues périodes d'observations (les observations utilisées dans les méthodes classiques s'étendent en général sur plus d'un siècle), des effets gravitationnels non modélisés viennent fausser l'estimation de la masse. Il peut également y avoir des effets non gravitationnels non pris en compte (Ziolkowski, 1984). Par ailleurs, l'utilisation des données observationnelles sur de courtes durées présente une grande cohérence, qualité qui n'est jamais obtenue pour des études s'étendant sur plusieurs dizaines d'années. Celles-ci doivent en effet faire appel à des observations de diverses provenances, pour lesquelles tant les lieux d'observation que les instruments ou les chaînes de réduction sont différentes. Les techniques d'observation elle-mêmes sont sujettes au changement et les procédures de pondération, qui sont souvent nécessaires, conservent toujours un aspect arbitraire (Landgraf 1987). De plus, certaines observations sont très anciennes et ne sont pas exemptes d'erreurs systématiques ; ce sont souvent celles-ci qui sont prépondérantes, les effets de la planète perturbatrice étant d'autant plus sensibles que l'observation est distante de l'époque initiale retenue.

Il est donc possible que cette hétérogénéité des données soit également source d'erreur concernant les déterminations des masses perturbatrices.

2. Critère de déflexion maximale

Le premier critère pris en compte pour la sélection d'un couple de petites planètes susceptible de donner lieu à une détermination de masse consiste à évaluer leur distance minimale d'approche (ou paramètre d'impact). Les passages proches considérés comme intéressants sont alors ceux qui mettent en jeu les plus petites distances minimales (méthode de sélection issue de l'étude des perturbations mutuelles de petites planètes sur des longues durées).

Toutefois, ce n'est pas le paramètre le plus important ; d'après Hoffman (1989) la vitesse relative des deux astéroïdes est également importante.

En 1998, Bange a défini le critère de déflexion maximale. Ce critère, basé sur la recherche des déflexions (ou déviations) les plus importantes lors des passages proches, prend en compte non seulement la distance minimale entre les astéroïdes et la masse de l'astéroïde perturbateur, mais aussi leur vitesse relative à l'instant de leur rencontre. Il est proportionnel à

$$Gm_p/r_m v_0^2,$$

où G est la constante de la gravitation universelle, v_0 , la vitesse relative entre les deux corps, m_p , la masse de l'astéroïde perturbateur, r_m le paramètre d'impact. Le poids de la vitesse relative à l'instant de la rencontre est prépondérant dans ce critère.

2.1. Notion de EGM

En conséquence, on définit l'événement gravitationnel mutuel (EGM). Un tel événement se produit soit quand la distance mutuelle ou la vitesse relative deviennent minimales soit quand le critère de déflexion devient maximal.

- Ces événements peuvent se produire à différentes époques ou dans un délai de plusieurs jours, dans ces cas nous avons choisi de les considérer séparément : on parlera alors d'EGM multiple.
- Dans les cas où ces événements se produisent à la même époque, on parlera d'EGM simple.

2.2. Passage efficace

Des tests que nous avons réalisés lors de l'étude de ce problème à l'aide des observations Hipparcos, montrent que l'on peut trouver des cas où les effets perturbatifs sur l'orbite de l'astéroïde perturbé sont importants, supérieurs à 1 milliseconde de degré, alors même que la distance entre les deux astéroïdes reste particulièrement élevée (de l'ordre d'une unité astronomique ou même plus) car la vitesse relative est très faible. Dans ces cas on utilisera le terme de "passage efficace" plutôt que celui de "passage proche".

Ces "passages efficaces" sont d'un grand intérêt dans une optique de détermination de masses d'astéroïdes. Ce sont ici les valeurs peu élevées des vitesses relatives, ainsi que la répétition du phénomène qui sont déterminants.

3. Critère et paramètres de sélection complémentaires

Après avoir effectué une première sélection en fonction du paramètre de déflexion maximale, pour affiner notre sélection, nous avons pris en compte les critères et paramètres suivants :

- la différence maximum en ascension droite ou en déclinaison entre les orbites perturbée et non perturbée de l'astéroïde ;
- l'époque estimée de la déflexion maximale (en effet, il y a un délai qui peut être important entre l'époque des EGM et celle des perturbations induites sur l'orbite) ;
- la valeur de l'élongation (afin de ne retenir que les périodes où l'astéroïde est observable).

4. Sélection pour des observations au sol

Avant tout calcul, il convient de déterminer les ensembles de petites planètes sur lesquels va porter l'étude, c'est-à-dire quelles vont être les planètes perturbatrices et les planètes perturbées considérées.

La planète la plus massive lors du passage proche (ou efficace) a été dénommée "planète perturbatrice", et le critère de déflexion maximale calculé en fonction de la masse de celle-ci. La petite planète perturbée est donc toujours la petite planète de plus petite masse.

4.1. Conditions

Dans cette étude initiale, concernant uniquement les 8000 premiers astéroïdes, nous avons convenu de fixer les limites suivantes :

- Période étudiée 2003 - 2022.
- Petite planète perturbatrice : tout astéroïde de diamètre supérieur à 120 km.
- Petite planète perturbée : tout astéroïde de diamètre supérieur à 40 km.
- Perturbations engendrées en ascension droite ou/et en déclinaison par la petite planète perturbatrice supérieures à 50 mas.
- Élongation de l'astéroïde perturbé supérieure à 50 degrés.

Les positions des astéroïdes ont été calculées par intégration numérique (Bulirsh et Stoer, 1966) des équations du mouvement en prenant pour conditions initiales les éléments orbitaux de la base ASTORB (Bowell 2001). Dans les équations du mouvement, on a tenu compte des perturbations par les neuf planètes principales du système solaire. Les positions et les masses de ces dernières sont tirées des éphémérides utilisées : VSOP (Bretagnon 1982).

4.2. Résultats

En raison de la mission spatiale de la NASA, Dawn (Russell *et al.* 2002), qui prévoit d'envoyer en 2006 un orbiteur autour de Cérès et de Vesta, les masses de ces deux astéroïdes devraient être bien estimées (vers 2010). Nous allons donc chercher des opportunités de déterminer des masses d'autres astéroïdes.

Tableau 1 : Meilleurs candidats à une détermination de masse

Nom	Diamètre	Classe	EGM multiple	EGM simple
2 Pallas	498.1	m		✓
10 Hygiea	407.1	C	✓	✓
16 Psyche	253.2	M	✓	✓
9 Fortuna				✓
22 Kalliope	181.0	M	✓	
9 Amphitrite	212.2	S	✓	
31 Euphrosyne	255.9		✓	
48 Doris	221.8	C		✓
52 Europa	302.5	C	✓	✓
65 Cybele	237.3	C	✓	
87 Sylvia	260.9	PC		✓
511 Davida	326.1	C	✓	✓
804 Hispania	157.2	C		✓

Le tableau 1 donne la liste des meilleurs astéroïdes candidats à une détermination de masse (à l'exception de Cérès et de Vesta) à partir d'observations CCD réalisées depuis le sol. Ces astéroïdes ont été sélectionnés soit parce qu'ils suscitent des EGM multiples, soit parce qu'ils présentent plus de 4 EGM simples avec des astéroïdes différents.

Les diamètres et la classe taxonomique donnés sont extraits de la base de données ASTORB.

4.3. Remarque

Pour les 4 couples suivants :

10 Hygiea et 75 Eurydike
16 Psyche et 1082 Pinola
704 Interamnia et 253 Mathilde
87 Sylvia et 846 Lipperta

les périodes d'observations induites par les EGM sont antérieures au 1er janvier 2011, i.e. avant le début de la mission GAIA, ce qui les rend particulièrement intéressants car on peut dès à présent réaliser des observations et tester la séquence de calculs conduisant à la détermination des masses des astéroïdes perturbateurs.

5. Mission spatiale GAIA

Nous avons étendu les recherches précédentes aux cas où les observations pourraient être réalisées à l'aide du télescope spatial GAIA. Les principales caractéristiques de la mission GAIA sont rassemblées dans le tableau 2.

Tableau 2 : Principales caractéristiques de la mission GAIA

Magnitude limite		21
Nombre d'objets :	étoiles	1.3×10^{12} (to $V=20$)
	astéroïdes	10^5 to 10^6
Précision	étoiles	$10 \mu\text{mas}$
	astéroïdes	0.1 mas
Durée mission		≥ 5 years

On constate que presque tous les astéroïdes connus aujourd'hui pourront être observés par GAIA avec une précision de 0.1 mas.

De plus, pour un grand nombre de ces astéroïdes, on pourra par spectroscopie, déterminer leur diamètre, ce qui nous permettra d'obtenir une estimation de leur masse volumique.

6. Sélection pour des observations GAIA

6.1. Nouvelles conditions de sélection

Pour prendre en compte les possibilités d'observation de GAIA, on modifie certaines des conditions retenues pour les observations au sol, à savoir :

- période étudiée 2010 - 2022 ;
- perturbations engendrées en ascension droite ou/et en déclinaison par la petite planète perturbatrice supérieures à 1 mas ;
- élongation de l'astéroïde perturbé supérieure à 35 degrés.

Comme précédemment, on a alors établi les listes des EGM simples et des EGM multiples, des dates des maximums de perturbations induites et des périodes d'observation possibles.

6.2. Résultats

La sélection supplémentaire effectuée permet de trouver un certain nombre d'astéroïdes qui provoquent des EGM multiples ou simples.

Ainsi, on dénombre 51 astéroïdes provoquant des EGM multiples sur les orbites de 224 astéroïdes différents et 95, des EGM simples sur les orbites de 609 astéroïdes différents.

On donne dans le tableau suivant, le nombre d'astéroïdes bons candidats à une détermination de masse (toujours à l'exception donc de Cérés, Vesta), le nombre d'EGM multiples ou simples qu'ils provoquent sur les orbites d'astéroïdes différents et le nombre d'astéroïdes qui entraînent des perturbations supérieures à 5 mas.

Nombre	EGM M	EGM S	Pertu
8	≥ 4	≥ 20	
7	≥ 2		
7		≥ 4	
28	1	≥ 4	
19			$\geq 5\text{mas}$

On voit que parmi les 51 astéroïdes induisant des EGM multiples, 15 "rencontrent" au moins 2 astéroïdes différents et parmi les 95 astéroïdes induisant des EGM simples, 8 "rencontrent" au moins 20 astéroïdes différents (ces 8 astéroïdes ont déjà été sélectionnés pour les observations sol) ; par ailleurs, 36 astéroïdes provoquant au moins 1 EGM multiple provoquent également des EGM simples sur plus de 4 astéroïdes (dont les 8 astéroïdes ci-dessus).

Outre Cérés, Vesta et les astéroïdes déjà sélectionnés, on trouve de nouveaux astéroïdes bons candidats à une détermination de masse à l'aide des observations GAIA, soit parce qu'ils présentent un grand nombre d'EGM multiples et simples avec des astéroïdes différents (ce qui permet de combiner plusieurs types de données), soit parce qu'ils induisent des perturbations en alpha et/ou en delta importantes.

7. Perspectives et conclusion

L'exploitation des données de la mission spatiale Hipparcos avait permis de montrer qu'il était possible de réaliser des déterminations de masse avec des observations de haute précision.

Nous avons donc mis au point une procédure de recherche systématique et de sélection des passages proches entre astéroïdes susceptibles de mener à une détermination directe des masses de certains d'entre eux. Des paramètres importants comme la vitesse relative au moment du passage proche, la masse de l'astéroïde perturbateur ou la répartition des observations ont ainsi été pris en compte. L'intérêt de cette méthode dans le cadre des observations de haute précision est de ne pas faire de distinction entre orbites résonantes et passages proches occasionnels, notions qui ne prennent véritablement de sens qu'à long terme, mais de mettre en avant les effets immédiats du passage proche par l'intermédiaire de la déflexion maximale. Ce facteur est en effet prépondérant dans une étude à court terme (quelques années).

L'utilisation du critère de déflexion maximale semble être un bon outil d'analyse des passages "proches" entre petites planètes. Ce critère est une bonne indication de la force des effets perturbatifs à attendre d'un passage "proche" donné. Il convient toutefois, de faire porter la sélection en premier lieu sur la vitesse relative et non sur la distance minimale.

Nous avons ainsi montré qu'il existe des opportunités valables de détermination de masse, dont quelques-unes basées sur des observations CCD au sol et, avec une bonne précision, environ 70 à partir des observations GAIA (probablement plus, avec moins de précision).

Cette étude a été limitée dans un premier temps à des objets de diamètre supérieur à 40 km de diamètre et aux 8000 premiers astéroïdes. Il reste à l'étendre à des astéroïdes de diamètre inférieur et aux suivants, ce qui nous permettra de densifier le nombre d'EGM possibles.

L'emploi du critère de déflexion maximale ne donne qu'une indication des passages susceptibles d'être intéressants. Pour ces passages ainsi déterminés, il existe une grande disparité des valeurs du critère de déflexion maximale, que le seul examen de la distance minimale d'approche ne peut laisser prévoir. Une étude reste à faire qui permettra d'avoir une idée des perturbations théoriques maximales attendues dans chacun de ces cas.

Enfin, grâce aux observations spectroscopiques réalisées par GAIA, on pourra avoir des données sur les diamètres des astéroïdes observés ; en combinant ces valeurs angulaires des diamètres avec celles des masses, on obtiendra des informations sur les valeurs des densités des astéroïdes et, par conséquent, sur leur composition et leur origine.

Références

- Bange J.-F. 1998, *A&A*, **340**, L1.
- Bowell E. 2002, Asteroid Orbital Elements data basis, <http://www.lowell.edu/users/elgb/>.
- Bretagnon P. 1982, *A&A*, **114**, 278.
- Bulirsch R. & Stoer J. 1966, *Num. Math.*, **8**, 1.
- Fienga A., Bange J.-F., Bec-Borsenberger A. et Thuillot W. 2003 : Close encounters of asteroids before and during the ESA GAIA mission, *A&A*, *in press*.
- Hoffman M., 1989, Asteroid mass determination : present situation and perspective, in *Asteroids II*, Binzel R., Gehrels T., Matthews M. S. eds, Tucson, The Univ. of Arizona Press, 228.
- Landgraf W. 1988, *A&A*, **191**, 161.
- Russel C.T. *et al.* 2002, ACM 2002 Conference, ESA SP, *in press*.
- Ziolkowski K. 1984, Do nongravitational forces exist in the motion of asteroids? in *Asteroids Comets Meteors*, Lagerkvist C-I. et Rickman H. eds, Uppsala Univ. Reprocentralen, 84.

Bilan du service éditions et état des droits d'auteur sur Internet

Sylvie Lemaitre

Introduction

Le service des éditions présente un bilan depuis les dernières *Journées scientifiques* qui ont eu lieu en 2000. Ensuite, pour répondre à des questions récurrentes, une présentation sur les droits d'auteur et l'usage sur Internet expose les règles et les difficultés d'application.

1. Bilan des éditions 2000-2003

1.1. Les publications annuelles

Le tableau ci-dessous dresse un bilan des principales publications entre 2000 et 2003 : évolution du tirage, du prix de vente, changement dans le contenu.

	Éph. nautiques		Éph. Astron.		Conn. des Temps		Éph. aéron.	
	2000	2003	2000	2003	2000	2003	2000	2003
Tirage	2000	2000	1200	800	300	150	400	400
Prix en euros	38,11	40,00	29,00	32,00	38,11	38,00		
Prix en francs	250		195		250			
Éditeur	Édinautic		Dunod		EDP Sciences			
Remarques	suppression du cahier thématique		ajout d'un cahier thématique		refonte prévue		quel avenir ?	

La tendance est à la baisse pour les ventes de l'ensemble des publications, ce qui s'explique par un contenu très pointu pour la *Connaissance des Temps*, et par une mauvaise promotion et distribution pour les *Éphémérides Astronomiques*. Pour l'avenir une refonte de la *Connaissance des Temps* est prévue. Un changement d'éditeur serait souhaitable pour les *Éphémérides Astronomiques* puisque chez Dunod, cet ouvrage est relativement isolé dans leur catalogue ce qui rend la promotion difficile et peu rentable. Idéalement, nous devons trouver un éditeur qui dispose dans son catalogue d'autres titres en astronomie.

Quelques changements sont déjà intervenus : pour les *Éphémérides Astronomiques*, un nouveau cahier thématique est apparu depuis l'édition 2003 : il traite d'un sujet particulier et est rédigé par un spécialiste du sujet. Le cahier thématique des *Éphémérides Nautiques* a été supprimé depuis l'édition 2002, en raison des difficultés à concilier rigueur scientifique et intérêt maritime.

Enfin nous ne connaissons pas l'avenir des *Éphémérides aéronautiques* : les États-Unis qui fournissent un certain nombre d'informations pour cet ouvrage, ont exprimé leur souhait de cesser l'édition de données indispensables.

Une enquête a été réalisée dans l'édition 2001 des *Éphémérides Astronomiques*. 10% des formulaires ont été retournés et nous fournissent les incations suivantes :

- chapitres les plus lus : 4,5,11,10 (positions du Soleil, de la Lune, des planètes, des étoiles et phénomènes astronomiques),

- chapitres les moins lus : 6,9,1,7 (astéroïdes, comètes, calendriers, observations physiques),
- utilisation : préparer des observations, prendre des photos, enseigner,
- une grande majorité achète régulièrement et toujours entre juillet et décembre
- 81% sont des astronomes amateurs et 14% des enseignants
- seulement 15% utilisent notre minitel et 29% notre site Internet
- autres ouvrages utilisés : Guide du ciel, Ciel et espace, ...

1.2. Les autres publications

Les suppléments à la *Connaissance des temps*, l'*Introduction aux Éphémérides astronomiques*, l'*Encyclopédie*, *Le Calendrier républicain*, *Les éclipses de Soleil*, les *Notes scientifiques et techniques* sont toujours vendues à la demande.

D'autres ouvrages sont aussi édités dans un but non commercial : les rapports d'activité de l'IMCCE, les comptes rendus de colloque.

Les prochains ouvrages à paraître sont les comptes rendus du colloque Ceres 2001 et un livre sur le passage de Vénus 2004.

1.3. L'agenda

Lors des Journées scientifiques 2000, l'Agenda était proposé comme projet d'ouvrage grand public. En 2003, trois éditions sont parues et l'édition 2004 est en préparation. Ce document a rencontré un tel succès que nous nous sommes efforcés de le publier chaque année malgré quelques difficultés financières pour l'imprimer, et de l'améliorer au niveau du contenu. Commercialement il reste à développer ou à trouver un réseau de distribution pour que ce projet s'autofinance chaque année.

1.4. L'édition Web

Sur le Web, à l'occasion de la réorganisation de notre site, les pages dédiées à l'édition vont changer. Les rubriques vont être réorganisées. La consultation des ouvrages se fera de manière différente. Une ou plusieurs bases de données de recherche seront créées. Les pages seront agrémentées selon la nouvelle charte graphique. Tout ceci dans le but de faciliter l'accès à l'information des internautes.

2. Les droits d'auteur et Internet

Depuis toujours, l'auteur d'une œuvre se voit confronté à un dilemme : diffuser son œuvre pour être connu et reconnu et rester maître de son œuvre pour éviter qu'elle ne soit copiée, dénaturée, sortie de son contexte.

2.1. Définition des droits d'auteur

Les droits d'auteur sont constitués de deux aspects contradictoires : les droits moraux et les droits patrimoniaux.

Les droits moraux sont perpétuels et inaliénables. Ils concernent l'œuvre en tant que résultat d'une activité créatrice de l'esprit. Ces droits se déterminent selon trois critères :

- **le droit de divulgation** est le choix qu'a l'auteur du moyen et du moment de diffuser son œuvre au public,
- **le droit au nom et à la paternité** est le droit au respect du nom et de la qualité de l'auteur associés à l'œuvre,
- **le droit au respect de l'œuvre** est le respect de l'intégrité de l'œuvre contre toute modification ou toute utilisation qui trahirait son esprit.

Le droit patrimonial est, lui, limité dans le temps et comprends deux éléments différents :

- **le droit de reproduction** est «la fixation matérielle de l'œuvre par tous procédés qui permettent de la communiquer au public de façon indirecte »(art. L122-3 du code de la propriété industrielle),
- **le droit de représentation** est la communication de l'œuvre au public par des moyens directs (radio, vidéo, théâtre, ...).

2.2. Historique

Le mot plagiat aurait pour origine le fait qu'une personne vende un esclave qui ne lui appartient pas. Par extension, on a donné ce nom au crime commis par les voleurs d'un écrit. Le mot plagiat utilisé dans ce sens date du Ier siècle de notre ère (Les épigrammes de Martial). Ainsi dès l'Antiquité, on a conscience d'un droit moral sur l'œuvre qui lie celle-ci à son auteur. Mais c'est pourtant le droit pécunier qui prévaut à partir du XVIè siècle, le droit d'auteur étant d'abord considéré comme un privilège détenu sur l'œuvre.

Le privilège du libraire était accordé par le Roi pour contrôler et censurer les libraires et ce privilège permettait au libraire de rembourser ses coûts d'impression.

Le privilège de l'auteur sur son œuvre n'est reconnu qu'au XVIIIè siècle pour récompenser le travail de l'auteur. Le droit d'auteur n'est plus seulement un devoir de production mais devient un devoir de création : on prend conscience que les auteurs apportent plus à la communauté par leur création que les imprimeurs par leur diffusion. C'est le Conseil du Roi qui décide que ces deux aspects différents du privilège ne peuvent, par leur nature, porter sur la même durée : le privilège de l'auteur est perpétuel alors que celui de l'imprimeur est limité dans le temps.

C'est la Révolution qui consacre le droit d'auteur tel qu'on le conçoit actuellement. Le privilège, qui dépendait de la bonne volonté du Roi devient un droit reconnu pour tous par la loi. Petit à petit, ce droit s'est renforcé et étendu à la création artistique puis à la création industrielle. Le tout est maintenant rassemblé dans un code unique : le code de la propriété intellectuelle.

2.3. Les problèmes découlant de l'application de ce droit

Les premières difficultés sont arrivées avec la copie et la photocopie qui ne sont pas faciles à contrôler mais tellement simples à réaliser. Puis la jurisprudence a dû s'adapter avec la radiodiffusion, le cinéma, la télévision, les logiciels.

Le numérique est une révolution dans le domaine des droits d'auteur. Il permet de conserver de grands volumes de données dans un espace physique très réduit. La consultation est facilitée : il ne faut que quelques secondes pour rechercher une information. Il est alors tout à fait simple et rapide de reproduire les données consultées et ces données peuvent être manipulées, séparées, isolées, mélangées.

Les implications sur le droit d'auteur de cette facilité d'utilisation sont les suivantes :

- l'œuvre peut être clonée : il ne s'agit plus de copie mais c'est l'original même qui est multiplié à tel point qu'on ne peut distinguer l'original d'une copie. On peut désormais s'approprier une œuvre en la téléchargeant.
- l'œuvre est dématérialisée : on ne peut la situer ni dans le temps ni dans l'espace.
- l'œuvre peut être désagrégée : les liens hypertextes par exemple permettent de mélanger, transformer l'œuvre. L'unicité de celle-ci est menacée.

2.4 La législation

La loi sur les droits d'auteur s'applique sans distinction du support : quelque soit le moyen de diffusion utilisé, toute création de l'esprit est protégée. Mais la législation telle qu'elle existe protège différemment les composantes du droit d'auteur.

2.4.1. Les difficultés d'application

Les droits moraux sont les moins touchés même s'ils subissent une part des lacunes de la réglementation. Pour le droit de divulgation, le problème se pose si l'auteur souhaite user de son droit de retrait. Le droit au nom est applicable : il faut que l'œuvre soit associée à une signature électronique cryptée. Le droit au respect de l'œuvre est le plus menacé des droits moraux car l'œuvre est trop facilement manipulable.

Les droits patrimoniaux sont, eux, constamment remis en cause. La numérisation est un acte de reproduction au sens du code de la propriété intellectuelle. En pratique, cette numérisation est à la fois parfaite, définitive et reproductible à l'infini. Le droit de représentation sous entend la présence d'un public et le fait que ce public se trouve derrière un écran d'ordinateur n'empêche pas théoriquement la loi de s'appliquer.

2.4.2. Les exceptions au droit d'auteur

Il existe des exceptions au droit d'auteur, c'est-à-dire des usages pour lesquels la loi ne s'applique pas.

Il s'agit d'une part, pour les utilisations privées, de la liberté de faire une copie pour son usage personnel (attention cette exception ne s'applique ni aux logiciels ni aux bases de données) mais aussi d'autoriser les représentations privées et gratuites au sein du cercle de famille. Mais là-aussi les utilisations deviennent vite abusives. Comment empêcher une copie privée de circuler sur les réseaux, et d'étendre le cercle de famille au cercle des familiers accessibles par l'intermédiaire des sites et courriers électroniques ?

D'autre part, pour les utilisations publiques, la seule tolérance est le droit de courte citation à condition qu'elle soit justifiée par le caractère critique, polémique, pédagogique, scientifique ou d'information de l'œuvre à laquelle elle est incorporée. Le problème est bien sûr la possibilité d'extraire facilement une citation longue et de la citer sans incorporation, sans référence et même dans un contexte dénaturant la citation.

2.4.3. La territorialité du droit

En France la protection du droit moral est due à tous les auteurs qui soit ont la nationalité française soit dont l'œuvre est originaire de France. Mais le problème est bien sûr de définir la localisation sur le réseau Internet : on applique donc le droit du lieu du préjudice ou de l'infraction.

2.4.4. Les lacunes de la législation

Il existe plusieurs types de lacune. La première concerne les titulaires du droit quand il s'agit de salariés exerçant dans le cadre de leur entreprise : en principe les droits patrimoniaux sont dus à l'employeur et l'employeur doit verser des droits d'auteurs aux créateurs mais le cadre n'est pas clair : quel travail est considéré comme une œuvre soumise au droit ? De même la titularité des droits se pose pour les œuvres collectives multimédia quand notamment les différents apports sont soumis à des articles différents (écrits, logiciels, images, musique).

Certains actes numériques ne sont pas cadrés par la loi : c'est le cas des copies techniques nécessitées par les transmissions numériques, les copies volatiles ou les reproductions de proximité des serveurs. Légalement la loi devrait s'y appliquer mais alors tout le système Internet est remis en cause : il existe donc un consensus non règlementé.

Enfin les responsabilités des différents acteurs d'Internet ne sont pas définies : internaute, éditeur du contenu (qui peut être une association, une société ou un particulier) et gestionnaires des réseaux de télécommunications se renvoient les responsabilités.

2.4.5. Jurisprudence et régulation

L'utilisation d'Internet a tendance à se réguler progressivement grâce à l'intervention de plusieurs instances. Il s'agit tout d'abord d'instances internationales telles que l'OMPI (Organisation Mondiale de la Protection Industrielle), le commerce électronique, les organismes de développement de techniques de protection (identification ISO, protection contre copie et manipulation). Puis

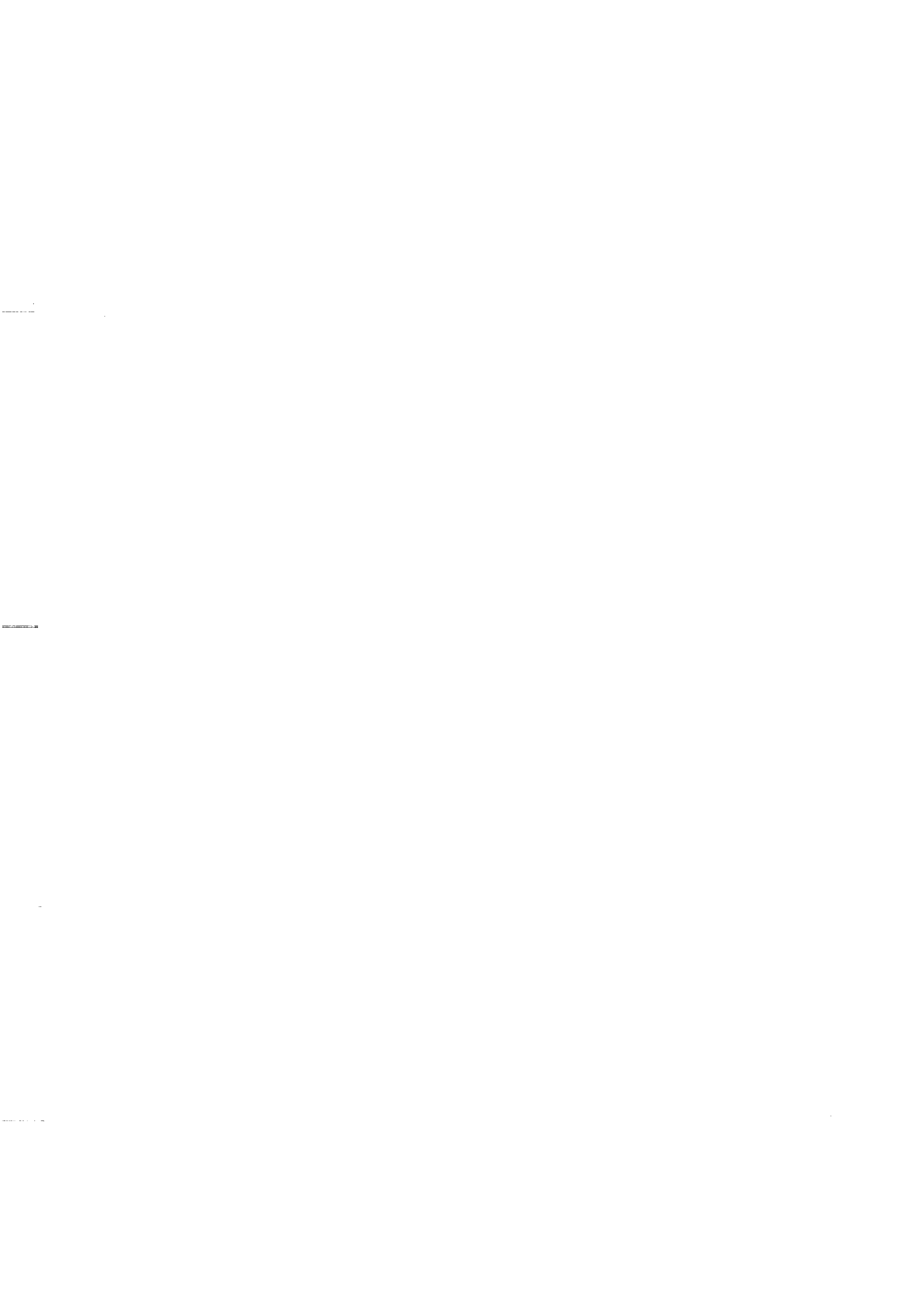
l'État intervient aussi dans cette régulation. Son rôle est l'application des sanctions sur son territoire mais aussi la prévention du fichage des internautes. Enfin il existe une co-régulation grâce à la mise en place prévue d'une «association d'intérêt général» qui réunit tous les acteurs d'internet.

Conclusion

Appliquer la loi de façon stricte conduirait à des poursuites sans cesse plus nombreuses, à alourdir le système judiciaire et risquerait dans la plupart des cas de ne pas aboutir pour défaut d'identification des responsables. Demander une autorisation de reproduction est parfois simple quand toutes les sources sont indiquées. Mais bien souvent sur Internet on a accès à un volume d'information très important et très rapide mais pour lequel il n'est pas possible de remonter à la source pour demander les autorisations nécessaires. L'objectif d'une bonne utilisation d'Internet serait plutôt d'enfreindre la loi le moins possible tout en continuant de bénéficier de la richesse du réseau pour ne pas limiter la connaissance et la création.

Références

Rapport du groupe de travail de l'Académie des sciences morales et politiques, présidé par G. de Broglie, 2000.



Connaissance des Temps : un projet de rénovation

W. Thuillot, J.-L. Simon, A. Fienga

Ouvrage historique d'éphémérides françaises, la *Connaissance des Temps* (CDT) est un recueil de référence depuis 1679 et a longtemps été un outil de précision unique pour satisfaire les besoins, en matière de positions planétaires, des astronomes professionnels et d'un public averti. L'avènement de l'informatique, et en particulier l'arrivée de calculatrices individuelles, a remis en question ce type d'ouvrage dans les années 70. En 1979, ceci aboutissait à la publication d'une version adaptée aux modes de calcul individuels de l'époque. Cette publication, version actuelle de la *Connaissance des Temps*, est fondée sur l'utilisation et la publication de tables de coefficients de Tchebychev. Elle apparaît cependant ne plus répondre parfaitement à l'attente d'utilisateurs maintenant très couramment équipés d'ordinateurs individuels. Par ailleurs, l'évolution des travaux de recherche sur les théories planétaires et celle des concepts traduite au niveau international par des résolutions de l'Union Astronomique Internationale en 2000, imposent nécessairement une évolution de fond. De nouveau, une réflexion s'impose donc sur les objectifs que l'on poursuit en publiant cet ouvrage, sur l'évolution du contenu et sur l'adaptation de sa forme à un usage moderne. Nous proposons de mener cette réflexion et d'engager des actions de réforme.

1. Bref historique

1.1. Avant 1979

Jusqu'en 1979, la *Connaissance des Temps* à l'usage des astronomes et des navigateurs présentait une grande quantité de données sur un total d'environ sept cents pages. Trois grandes parties composaient l'ouvrage. Plus de quarante-deux pages présentaient tout d'abord des définitions. Elles fournissaient notamment les informations sur le système des constantes astronomiques de l'Union Astronomique Internationale, les éléments orbitaux des planètes, les éléments relatifs à la Lune et aux satellites et donnaient des références bibliographiques. Cinq cents pages de tables annuelles donnaient les positions du Soleil, de la Lune, les heures des levers et des couchers, les positions des planètes dans différents systèmes de coordonnées, les positions moyennes et les constantes de réduction pour les étoiles brillantes, les tables de position de l'étoile polaire, les informations relatives aux occultations stellaires par la Lune, des éléments pour le calcul de ses librations, les dates des phénomènes des satellites galiléens et leurs configurations. Suivaient cent quarante-cinq pages de tables permanentes et d'explications.

L'ouvrage était donc très complet et se rapprochait beaucoup de l'*Astronomical Almanac* (de l'US Naval Observatory et du HM Nautical Office) tel que nous le connaissons encore aujourd'hui. L'essentiel de ces éphémérides nécessitait des calculs d'interpolation qui imposaient donc un pas de tabulation adapté. Le coût de l'ouvrage devenant prohibitif, une nouvelle version fut conçue en 1979 pour le volume de 1980 dans l'esprit d'en diminuer le volume et le coût.

1.2. De 1980 à 2003

La réforme de 1980 était justifiée par l'usage de représentations polynomiales (Tchebychev, fonctions mixtes) très efficaces évitant la perte de précision de l'interpolation. Ceci était alors rendu possible par la capacité, alors nouvelle pour la plupart des utilisateurs, d'effectuer des calculs électroniques (calculatrices programmables). La nécessité commerciale de diminuer le coût de fabrication et d'augmenter le nombre de ventes était aussi une des raisons importantes de cette

réforme de 1980. Il y eut alors un changement d'éditeur qui passa de Gauthier-Villars à EDP Sciences.

Depuis 1980, la CDT est donc réduite à cent quatre-vingt neuf pages. Elle présente un texte bilingue, et est accompagnée d'une disquette fournissant sous une forme brute des programmes de calcul de base. Elle contient trente-cinq pages d'avertissement, d'explications et d'exemples, cent quarante-sept pages de tables de coefficients concernant le Soleil, la Lune et les planètes en différents systèmes de coordonnées, les quatre premières petites planètes et les principaux satellites naturels. Les coordonnées différentielles de ces satellites ont constitué des données nouvelles par rapport à l'ancien ouvrage, mais une grande partie des données anciennement publiées ne se sont pas retrouvées dans la nouvelle version de la CDT.

Une partie de l'ancienne CDT trouve un équivalent dans *l'Annuaire* pour les tables annuelles, toutefois à une moindre précision, ou dans des Suppléments à la CDT pour les satellites naturels, notamment les configurations des satellites de Jupiter et Saturne. Une partie des textes explicatifs de l'ancienne CDT trouve par ailleurs un équivalent dans *l'Introduction aux éphémérides astronomiques*, ouvrage permanent spécifique élaboré, à partir de 1993 par un collectif d'auteurs coordonnés par un comité de rédaction du laboratoire, alors Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes, et publié en 1997 (réédité en 1998).

2. La version 2004 de la CDT

Pour l'édition 2004 de la Connaissance des Temps, en accord avec l'éditeur EDP Sciences, il est apparu utile de revitaliser l'ouvrage, le rendre moins austère, et retrouver le caractère plus didactique de l'ancienne CDT. Ainsi, nous avons procédé à l'introduction de cent trente et une pages, correspondant à l'insertion intégrale de quatre chapitres de *l'Introduction aux éphémérides astronomiques* dont le caractère fondamental donnera à l'ouvrage un regain d'intérêt auprès d'utilisateurs éventuellement non professionnels. Après une courte introduction, cette partie de la CDT inclut donc les chapitres :

- Définitions et données astronomiques,
- Échelles de temps,
- Systèmes de référence et changements de coordonnées,
- Précession-nutation.

3. Les ouvrages d'éphémérides à l'étranger

Pour ce qui concerne les publications à l'étranger, c'est principalement à l'USNO et au HM Nautical Almanac Office, que l'on peut trouver la production d'ouvrages équivalents. *The Astronomical Almanac*, en particulier fournit des éphémérides essentiellement sous forme de tables. Un logiciel, MICA (Multiyear Interactive Computer Almanac) est commercialisé par l'USNO sur CDROM et permet le calcul de tables avec possibilités de calculs topocentriques sur 1990-2005 (éphémérides DE200/LE200). On peut également citer le volume permanent *Explanatory supplement of the Astronomical Almanac*, qui à l'instar de *l'Introduction aux éphémérides astronomiques*, donne les notions de référence, les données et les formulaires utiles aux utilisateurs d'éphémérides.

Quelques autres ouvrages tels que *Planetary and Lunar Coordinates 2001-2020* fournissent des éphémérides de plus basse précision ou tel *Astronomical Phenomena* donnent des informations sur les calendriers, phases de la Lune, visibilité et configuration des planètes, levers et couchers de Lune et de Soleil.

Le Jet Propulsion Laboratory (JPL), lui, fournit un CDROM «JPL Planetary and Lunar Ephemeride» distribuant les éphémérides à long intervalle de validité, DE200 (1599,2169) DE405 (1599,2200) DE406 (-3000,+3000) sous forme de fichiers binaires et de fichiers source.

4. Un projet de rénovation de la Connaissance des Temps

4.1. Les raisons d'un changement

Un ouvrage d'éphémérides se doit d'évoluer, il doit notamment prendre en compte les progrès scientifiques dans le domaine de la modélisation dynamique et l'évolution des précisions des constantes et données astronomiques. Les éphémérides de l'IMCCE suivent régulièrement cette évolution, la CDT doit notamment prendre en compte à court terme les résolutions de l'UAI 2000 qui impliquent en particulier l'introduction d'un modèle de nutation-précession plus précis.

Mais un ouvrage d'éphémérides doit aussi suivre l'évolution des moyens de calcul individuels. La version "tchebychevisée" de la CDT, dans l'esprit de permettre la programmation sur calculettes, fournit depuis 1980 des tables de coefficients polynomiaux interdisant cependant une lecture directe de positions. Une disquette évite, éventuellement, la saisie manuelle de ces coefficients mais ne fournit pas à l'utilisateur d'interface bien adéquate. Cette formule a vécu, et si elle permet une représentation de précision des mouvements planétaires, elle n'est plus adaptée à un monde d'utilisateurs le plus souvent équipés de micro-ordinateurs et plus exigeants en matière d'interfaces.

Il est par ailleurs raisonnable pour un bureau d'éphémérides, au-delà de la qualité scientifique de l'ouvrage, de se soucier d'un minimum de qualité esthétique et de commodité, garant d'un partenariat motivé avec l'éditeur.

4.2. Quels sont les besoins supposés d'un utilisateur ?

Les utilisateurs des éphémérides désirent certainement accéder à des éphémérides de précision tout en disposant d'un outil informatique convivial. Il leur est certainement nécessaire de pouvoir calculer des éphémérides topocentriques, de pouvoir mener aisément des études sur le moyen terme notamment pour la préparation d'observations, mais aussi de disposer des informations de référence : celles nécessaires sur les concepts astronomiques fondamentaux, les données astronomiques, physiques et dynamiques, les systèmes de coordonnées et leurs transformations. Quelle est l'évolution de fond à effectuer ?

Les travaux réalisés à l'IMCCE ont conduit à améliorer notablement la représentation des mouvements de plusieurs objets du système solaire ces dernières années. De nouvelles solutions planétaires (Moisson 2000, Moisson & Bretagnon 2001, Fienga & Simon 2003), des ajustements sur des observations astrométriques ont été réalisés (Fienga 1999). L'étude dynamique de systèmes de satellites a été réalisée. Deux nouvelles théories de satellites en ont été un aboutissement. Le système des principaux satellites de Saturne est maintenant mieux modélisé sur le long terme grâce à une approche globale de ce système, la théorie TASS (Vienne & Duriez, 1995). Le système des satellites galiléens est également mieux modélisé grâce à une approche similaire (Lainey 2002).

Dans le domaine des systèmes de référence, des travaux importants (Bretagnon *et al.* 1998, Bretagnon *et al.* 2001, Bretagnon *et al.* 2003) ont permis d'aboutir à une représentation de haute précision de la rotation de la Terre, la théorie SMART97, et d'en déduire des expressions de la précession qui ont pour vocation d'être introduites dans les éphémérides, en particulier celles de la *Connaissance des Temps*.

De façon générale, la prise en compte des résolutions de la XXIV^{ème} assemblée générale de l'UAI, qui touchent non seulement le modèle de précession-nutation, mais aussi les échelles de temps, les plans de référence, l'origine des coordonnées seront à introduire dans la *Connaissance des Temps* comme dans les autres éphémérides de l'IMCCE.

À plus long terme on peut présager que de nouvelles rubriques pourront être introduites dans les éphémérides car des champs nouveaux se sont ouverts. Ainsi, la dynamique des essaims météoritiques a pu être récemment étudiée (Vaubaillon 2003) et il est raisonnable de penser qu'à court terme, des prédictions de précision des dates de maximum d'activité de tous les essaims et de leurs courants météoritiques pourront être annuellement publiées.

4.3. Quelle est l'évolution de forme raisonnablement envisageable ?

La transformation de la *Connaissance des Temps* tiendra compte des points précédemment évoqués sur le fond et sur la forme. Ces deux aspects peuvent être menés en relative indépendance.

L'évolution de forme pourrait conduire d'une part à élaborer un volume d'éphémérides tabulées enrichies de textes fondamentaux et explicatifs, et d'autre part d'un CDROM contenant des fichiers de données et une interface d'utilisation destinée à plusieurs plateformes (Windows, Mac, Linux, Unix) :

- L'ouvrage écrit, outre les textes explicatifs et informations d'astronomie fondamentale, doit fournir des éphémérides en lecture directe. Son utilisation première ne sera pas l'accès à des éphémérides interpolées puisque l'interface sur CDROM remplira ce rôle bien plus efficacement, mais aura une fonction d'archivage, permettra d'accéder à des valeurs de contrôle et d'avoir une vision de l'évolution annuelle des coordonnées planétaires.
- Le CDROM utilisant les coefficients de Tchebychev annuels, téléchargeables sur plusieurs années, autorisera les calculs les plus rigoureux à partir de choix multiples, propres à chaque utilisateur, lui permettant ainsi d'obtenir des fichiers de résultats éventuellement topocentriques et selon une distribution temporelle uniforme ou non uniforme.

Il ne semble pas utile de prolonger l'existence d'une version bilingue de la *Connaissance des Temps*. Le bilinguisme n'ayant dans ce type d'ouvrage qu'un intérêt très limité du point de vue de la diffusion, il semble plus judicieux de procéder à la mise en place d'une version entièrement anglaise, cette option permettant alors de fournir davantage d'informations dans chacune des deux versions.

4.4. Quelles sont les ressources et les moyens disponibles ?

Cette transformation de la *Connaissance des Temps* fait appel à de nouveaux développements informatiques. On peut en distinguer deux sortes :

- Ceux qui sont propres à l'introduction de nouveaux algorithmes pour satisfaire par exemple l'implantation des nouvelles résolutions de l'UAI ou bien la mise en œuvre de nouvelles théories. Ces transformations si elles représentent un travail très conséquent, restent cependant dans les domaines de compétence du laboratoire et ce sont les ressources propres de l'IMCCE qui pourront être mises à contribution.
- Ceux qui concernent le travail d'interfaçage pour lequel l'expérience est assez jeune dans le laboratoire et pour lequel l'aide du CECOM (Centre de création d'outils multimédia) de l'observatoire de Paris, qui sera sollicitée, serait un atout certain.

5. Tentative de calendrier

Le calendrier de cette opération de rénovation de la *Connaissance des Temps* pourrait se répartir sur deux ans :

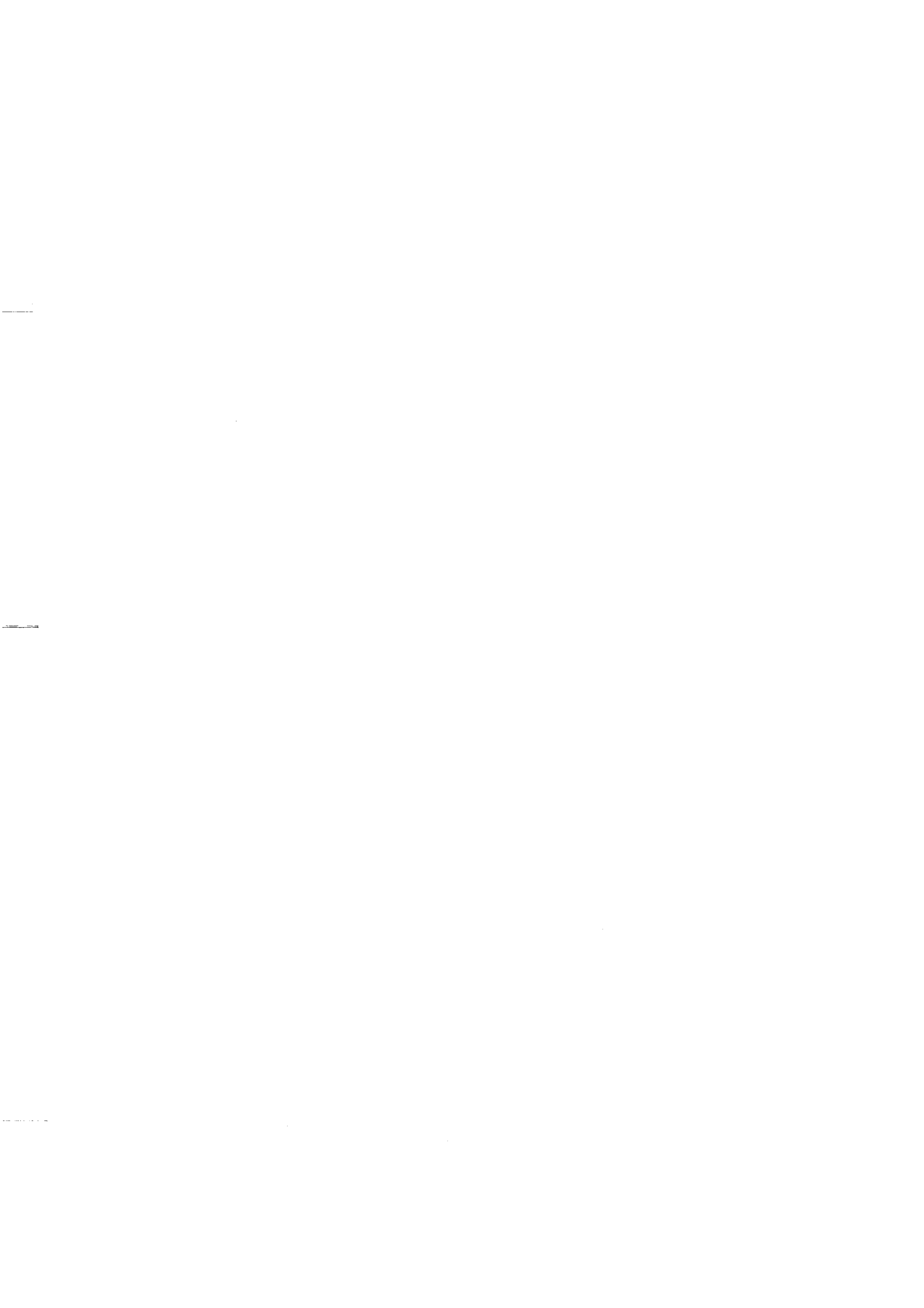
- La première année serait une étape intermédiaire où la version publiée, la CDT 2005, serait inchangée dans la forme mais où certaines transformations de fond, selon la disponibilité des sources, pourraient probablement être menées : prise en compte de certaines résolutions de l'UAI (nouvelle précession-nutation), introduction de la nouvelle théorie TASS des satellites de Saturne. Une version prototype de nouvelle formulation (tables et CDROM) pourrait être établie sans être contrainte par une quelconque date de publication.
- La deuxième année pourrait permettre de parachever l'introduction des résolutions de l'UAI (nouveau système de coordonnées simultanément au système actuel), d'introduire les nouvelles éphémérides planétaires. La publication se ferait, après une période de vérification intense, sous la version multimédia composée de l'ouvrage d'éphémérides tabulées accompagné d'un CDROM.

Conclusion

L'élaboration des éphémérides est une tâche qui doit tenir compte des évolutions techniques et de celle des besoins des utilisateurs auxquels elles sont destinées. La *Connaissance des Temps* dans sa version actuelle ne répond plus vraiment aux besoins d'utilisateurs certainement majoritairement équipés de micro-ordinateurs. Le projet de rénovation proposé ici est destiné à revitaliser cet ouvrage en fournissant annuellement à des utilisateurs, exigeants en précision, les outils adaptés nécessaires pour un calcul sur micro-ordinateur et un ensemble conséquent de données physiques, dynamiques et d'informations d'astronomie fondamentale.

Références

- Bretagnon, P., Francou, G., Rocher, P., Simon, J.-L. : 1998, SMART97 : a new solution for the rotation of the rigid Earth, *Astron. Astrophys.*, **329**, 329-338.
- Bretagnon, P., Rocher, P., Simon, J.-L. : 2001, Toward the construction of a new precession-nutation theory of nonrigid Earth, *Cel. Mech. Dyn. Astron.*, **80**, 177-184.
- Bretagnon, P., Fienga, A., Simon, J.-L. : 2003, Expressions for precession consistent with the IAU 2000A model. Considerations about the ecliptic and the Earth Orientation Parameters, *Astron. Astrophys.*, **400**, 785-790.
- Fienga, A. : 1999, Observations astrométriques des planètes et ajustement des théories analytiques de leur mouvement, *Thèse de doctorat*, Observatoire de Paris.
- Fienga, A., Simon, J.-L. : 2003, Planetary solutions : past and future, SF2A-2003 : Semaine de l'Astrophysique Française, Bordeaux, Eds. : F. Combes, D. Barret and T. Contini. EdP-Sciences, Conference Series, 18.
- Lainey, V. : 2002, Théorie dynamique des satellites galiléens, *Thèse de doctorat*, observatoire de Paris.
- Moisson, X. : 2000, Intégration du mouvement des planètes dans le cadre de la relativité générale, *Thèse de doctorat*, observatoire de Paris.
- Moisson, X., Bretagnon, P. : 2001, Analytical Planetary solution VSOP2000, *Cel. Mech. Dyn. Astron.*, **80**, 205-213.
- Vaubillon, J. : 2003, Dynamique des météoroïdes dans le système solaire. Application à la prévision des pluies météoritiques en général, et des Léonides en particulier, *Thèse de doctorat*, observatoire de Paris.
- Vienne, A., Duriez, L. : 1995, TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites, *Astronomy and Astrophysics*, **297**, 588.



La bibliothèque, état des lieux

Th. Derouazi

Avant de faire l'état des lieux de la bibliothèque, je vais vous parler rapidement du travail de bibliothécaire afin de vous donner un aperçu des difficultés que je rencontre dans ce travail.

1. Explication succincte du travail en bibliothèque (circuit du document)

1.1 Acquisitions

1.2 Vérification

1.3 Estampillage

Tampon du laboratoire sur la page de titre et sur une ou plusieurs pages fixes du livre (par exemple : 59, 99, 199, etc.)

1.4 Enregistrement

On procède à l'enregistrement du document sur le registre d'entrée inventaire. Chaque exemplaire doit avoir numéro différent, les ouvrages sont numérotés par ordre d'entrée. (Exemple : Un document commandé en plusieurs exemplaires, une ré-édition d'un livre déjà en rayon, plusieurs volumes d'un même ouvrage). Ce numéro doit apparaître tout au long de sa vie en bibliothèque.

1.5 Catalogage, indexation ou traitement documentaire

Établissement de la fiche d'identité du document avec la description matérielle et bibliographique, selon des normes de description bibliographique internationale (International Standard Bibliographic Description ou ISBD) adaptée par l'AFNOR (Association française de normalisation) pour la France. Chaque monographie est donc listée sur des fiches : une fiche auteur ; une fiche matière. Les ouvrages seront classés par thèmes sur les rayonnages, au dos desquels on apposera la cote. On retrouvera toutes ces informations sur une base de données à l'usage des lecteurs et des bibliothécaires.

1.6 Qu'est-ce qu'une cote ?

La cote alphanumérique détermine le rangement du livre dans les rayons. (La cote utilisée dans nos laboratoires est celle de la cotation CDU ou Classification Décimale Universelle). Elle est composée d'au moins deux nombres suivit de trois lettres en capitales : les trois premières lettres du nom de l'auteur.

Exemple : le lecteur veut, après avoir consulté notre base de données, emprunter l'ouvrage d'Astronomie suivant : *Methods of Celestial Mechanics* de Dirk Brouwer. Il se dirigera alors vers les rayonnages attribués à l'Astronomie, cherchera la cote 521.1 BRO.

5 pour science,
52 pour Astronomie,
521 pour Astronomie Théorique,
521.1 pour Mécanique céleste,
suivit de BRO pour BROUWER

2. Rappel de mon intervention en 2000

Lors des dernières journées scientifiques de l'IMCCE, nous avons abordé l'état de notre bibliothèque et ce que nous envisagions de faire dans l'avenir.

Je vous donne ici en quelques minutes le rappel de mon exposé. Nous avons des périodiques et ouvrages dans notre laboratoire et le fond du Bureau des longitudes qui nous avait été donné. L'ensemble de notre fond était réparti sur deux de nos étages et celui de la rue Mazarine dans des cartons. Les inventaires existants étaient impropres à celui d'une bibliothèque et surtout incomplets. Nous avons des fonds anciens et des documents modernes. Notre projet était de profiter des travaux de rénovation pour concentrer, dans un premier temps, ces fonds dans notre salle de réunion qui deviendrait ainsi notre bibliothèque.

3. Évolution et état des lieux en 2003

Avant les travaux de peinture nos ouvrages furent mis en cartons et entreposés dans un des ateliers de l'observatoire de Paris. Bettina Muselli fut engagée pendant quelques mois pour faire l'inventaire manuscrit du contenu de chaque carton, moi-même lorsque mon travail le permettait, je l'aidais à réaliser ce travail.

Une fois les travaux terminés, nous avons aménagé des rayonnages dans notre salle de réunion, mon bureau et le couloir du second. A la suite de quoi nous avons pu remettre en rayons nos périodiques et les monographies de l'IMCCE.

Restaient les fonds de la rue Mazarine entreposés dans l'atelier.

Pour ma part, afin de mieux connaître les charges d'une bibliothécaire, j'ai suivi dans un premier temps, un stage Initiation au catalogage.

Au dernier trimestre 2002, l'Observatoire engageait, en CDD, Cécile Pallares, bibliothécaire de formation et expérimentée, afin de nous aider dans l'organisation et la mise en place de notre bibliothèque.

Celle-ci a fourni en peu de temps un travail important et qualifié. À ses côtés, j'ai pu apprendre beaucoup de choses sur le travail en bibliothèque : ses règles, son langage, etc. C'est un métier qui ne s'improvise pas, il faut au moins deux à cinq ans de formation pour être à même de gérer une bibliothèque ; de plus avec l'arrivée sur le marché de l'informatique et du travail en réseau, les outils qui y sont employés se sont affinés.

J'ai décidé, avec l'accord de mon directeur, de continuer ma formation en suivant de nouveaux stages à l'université Paris X : "gérer son temps de travail en bibliothèque", "initiation aux techniques documentaires de base" et fin juin deux stages "Cataloguer en Unimarc les monographies et les périodiques". Je prévois de faire d'autres stages afin de continuer cette formation.

Cécile a d'abord numérisé l'inventaire sur Excel, de nos périodiques à partir de différents inventaires, puis entrepris auprès de nos chercheurs une enquête afin de déterminer leur utilisation des périodiques et de ranger les titres par ordre d'importance dans la bibliothèque.

Cécile a d'abord numérisé l'inventaire de nos périodiques sur Excel, à partir de différents inventaires. En parallèle, j'ai commencé l'inventaire des monographies de l'IMCCE en m'aidant du travail de Bettina. Cécile a repris cet inventaire avec les monographies des cartons de la rue Mazarine.

À la suite de nos entretiens avec Madame Bobis, conservateur de la bibliothèque de l'observatoire, nous avons pu obtenir notre intégration sur le logiciel Loris de l'observatoire de Paris. Sur celui-ci, Cécile a catalogué la moitié de notre collection en rayon.

Mais au fur et à mesure que nous avançons dans nos travaux, la mise en place de la bibliothèque se révélait beaucoup plus ardue et complexe que nous le pensions au premier abord. Certes nous, personnel de l'IMCCE, n'avons jamais prétendu être des bibliothécaires avertis et de formation, et malgré le travail minutieux et concis de Madame Chapront qui, jusqu'en 1998, s'est occupé des fonds du laboratoire, nous avons été très vite débordés. A la fois par l'arrivée continuelle des

périodiques et l'héritage de la rue Mazarine. Nous, chercheurs, mathématiciens, techniciens avons d'autres tâches au sein du labo et je vous rappellerai ici que Madame Bobis et Cécile ont estimé au moins à trois ans, la mise en état de marche normalisée de notre bibliothèque.

Conclusion

En ce qui concerne les monographies, mon travail de bibliothécaire est assez limité tant que celles-ci ne seront pas totalement traitées, classées en rayon par matière, et leurs cotes déterminées et apposées au dos. Mon travail, déjà consistant, est de traiter les périodiques, faire l'inventaire ou récolement de nos collections, transmettre mes commandes à la gestionnaire avec toutes les informations nécessaires (éditeur, prix, numéro d'ISBN, etc.), enregistrer des monographies au fur et à mesure de leurs arrivées.

Ce travail étant loin d'être terminé, j'aimerais que chacun continue de m'apporter son aide. Il serait souhaitable que l'indexation qui a été entreprise par Alain Albouy, Alain Chenciner et Jean-Louis Simon soit poursuivi car seul les mathématiciens et astronomes sont à même de coter correctement les ouvrages scientifiques. Nous espérons également que nous pourrions obtenir, avec la collaboration de l'Observatoire, un poste à mi-temps de bibliothécaire afin de pouvoir continuer le travail que Cécile a mis en chantier.

De plus d'autres problèmes sont à résoudre : la surface en rayonnage très insuffisante et les crédits nécessaires.



Le service des renseignements astronomiques

Maryse MARTINEZ

Le travail du service des renseignements consiste à répondre à toutes les demandes de renseignements astronomiques par courrier, fax, téléphone et e-mail. Ce travail a été très détaillé par P. Bretagnon aux dernières *Journées Scientifiques*. Ce qui a beaucoup changé depuis, c'est la composition du service. Jusqu'à l'an dernier, il y avait deux astronomes, P. Bretagnon, responsable, P. Rocher spécialiste des éclipses et des calendriers, et deux techniciens M. Heurtier et M. Martinez. Th. Derouazi et M. Tellier nous remplaçaient si exceptionnellement nous étions absents en même temps. M. Heurtier a pris sa retraite et P. Bretagnon nous a quittés. Avec la restructuration de la bibliothèque, Th. Derouazi ne peut plus effectuer les remplacements.

Répondre au téléphone toute la journée est difficilement compatible avec le reste de nos occupations. M. Tellier a accepté de partager cette tâche en plus de son travail et P. Rocher a pris la responsabilité du service. Pendant neuf mois, il a fallu tourner à trois personnes au lieu de six. Heureusement J.-E. Arlot, J. Vaubaillon et F. Colas interviennent, selon les cas.

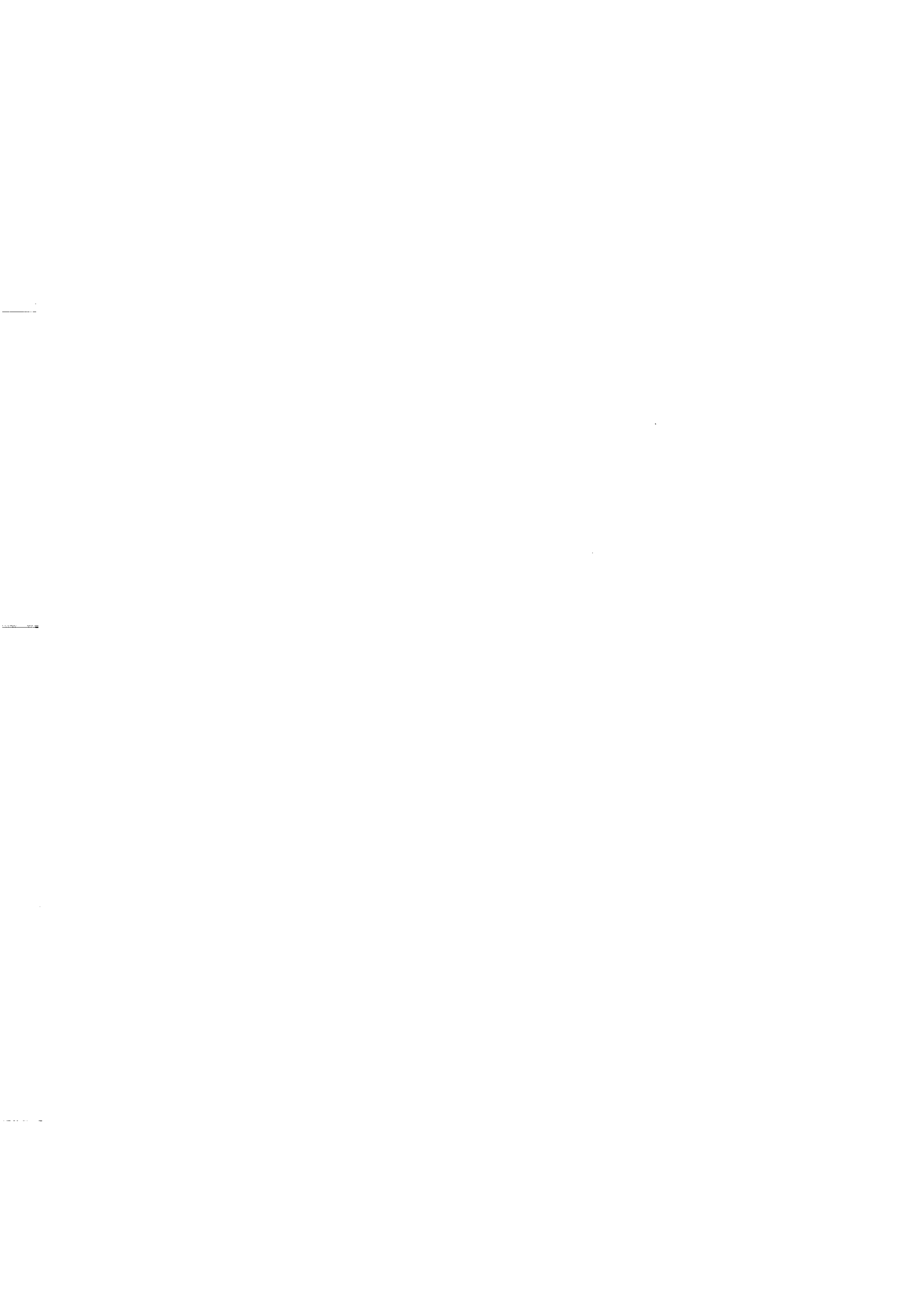
Depuis le 1er février, Philippe Duhamel nous a rejoint, sur le poste de M. Heurtier. Mais ne possédant de l'astronomie que les notions délivrées à l'école, il doit maintenant répondre aux demandes de renseignements astronomiques. Bon courage Philippe ! Il suit une formation assidue dans le service. Faire le tri dans les demandes nécessite déjà une certaine habitude, les sujets sont multiples, beaucoup ne sont pas de notre ressort.

Savoir répondre au téléphone demande deux qualités très distinctes :

- bien sûr des notions de base d'astronomie et du travail effectué à l'IMCCE,
- mais aussi une certaine assurance psychologique pour faire face aux demandes les plus farfelues et aux comportements agressifs.

Une restructuration du Service des Renseignements en concertation avec l'Observatoire est prévue, mais cela peut demander un an ou deux, aussi nous aimerions profiter de ces Journées Scientifiques pour demander s'il y a parmi vous des bonnes volontés qui acceptent de nous répondre très ponctuellement et sur quel sujet.

F. Colas et J. Vaubaillon répondent volontiers sur tout ce qui concerne les météorites, P. Rocher, les éclipses et les calendriers, J.-E. Arlot, Jupiter et Saturne, tous les quatre répondent au coup par coup pour des questions plus générales. Mais il arrive qu'aucun d'entre eux ne soit joignable (mission, congés, ...) et que nous ayons un appel téléphonique auquel nous ne pouvons répondre. Par avance merci de votre aide en cette période de transition délicate.



Potentialités de « Cabri-Géomètre » pour l'enseignement de la Mécanique

L. Duriez

Cabri-Géomètre est un logiciel conçu par Jean-Marie Laborde et Franck Bellemain (Université J. Fourier, Grenoble), initialement pour faciliter l'enseignement de la géométrie de l'école au lycée, mais largement utilisable aussi à l'université pour animer des figures géométriques illustrant certaines notions de mathématiques, de physique, de mécanique, ...

Ce logiciel permet de construire et de manipuler à l'écran des figures géométriques planes paramétrables et susceptibles d'être animées. Il permet aussi de présenter ces figures sous forme d'appliquettes "Java" qu'on peut insérer dans une page Web où elles restent paramétrables et susceptibles d'être animées par l'internaute sur son écran. C'est cette dernière application que l'on veut montrer dans cet exposé.

Les objets manipulés sont des points, des droites, des demi-droites, des segments, des vecteurs, des triangles, des polygones, des cercles, des arcs de cercle, des coniques, des angles, des axes, des grilles, des lieux, des mesures de distance et d'angles, des résultats de calcul sur ces mesures et des constructions à partir de ces résultats.

Les constructions réalisables à partir de ces objets font intervenir des propriétés ou des opérateurs géométriques qui vont lier les objets les uns aux autres, généralement dans l'ordre de leur placement (par exemple droite passant par un point donné et parallèle ou perpendiculaire à une autre droite, ou symétrique d'un objet par rapport à un point ou à un axe...). Si on modifie ensuite les éléments de base d'une construction (déplacement de points, ou changement de rayon d'un cercle par exemple) les objets qui leur sont liés se modifient également en respectant les propriétés qui les lient entre eux. Le mieux pour le comprendre est de voir ceci sur un petit exemple.

On trouvera cet exemple sur l'intranet de l'IMCCE à l'adresse :

</users/duriez/JS2003/Index.html>

Si votre navigateur internet ne permet pas les animations Java, ou s'il peine dans ces animations, essayer d'ouvrir ce fichier avec Internet Explorer. Pour exécuter ces animations en local, vous pouvez aussi télécharger l'archive suivante, la décompresser dans un dossier et visualiser Index.html :

/users/duriez/JS2003/JS2003_Duriez.zip

Dans cet exemple, on construit les tangentes intérieures et extérieures à 2 cercles, permettant de représenter dans un plan la trace des cônes d'ombre et de pénombre d'une sphère éclairée par une autre, à la base de l'illustration des éclipses et des occultations. On peut imaginer à partir de là d'autres applications similaires (passage de Vénus, phénomènes mutuels, ...) ou d'autres encore dont je donne dans ce fichier quelques exemples réalisés pour l'enseignement de la mécanique.

Si vous êtes intéressé par cet outil, allez donc voir le site de Cabri :

<http://www-cabri.imag.fr/index.html>

On pourra voir aussi le site qui introduit aux appliquettes CabriJava :

<http://www.cabri.net/abracadabri/abraJava/IntroCJava.html>

On trouvera par ailleurs des sites intéressants sur des applications de CabriGéomètre à la physique, notamment celui, tout-à-fait remarquable, de Geneviève Tulloue :

<http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/>

qui propose aussi de nombreux liens vers d'autres sites.



Théorie KAM et stabilité du problème planétaire

Jacques Féjoz

Un théorème d'Arnold affirme que, dans le modèle newtonien du Système solaire à $n \geq 2$ planètes dans l'espace, si la masse des planètes est suffisamment petite par rapport à celle du Soleil (en fonction de leur position), il existe, dans l'espace des phases au voisinage des mouvements képlériens circulaires coplanaires, un gros ensemble de conditions initiales conduisant à des mouvements quasipériodiques à $3n$ fréquences [A]. La démonstration d'Arnold est cependant incomplète [Ro]. Herman a exposé une démonstration complète et plus conceptuelle de ce théorème [H,F], qui utilise une version du théorème de tores invariants de Rüssmann [Rü] et que je rédige.

Considérons $1 + n$ points matériels se mouvant dans l'espace et notons m_0, \dots, m_n leurs masses et q_0, \dots, q_n leurs vecteurs position dans un repère galiléen. Si leur mouvement est régi par les équations de Newton et si l'indice $j = 0$ est celui du Soleil, les équations des planètes s'écrivent

$$\frac{d^2 q_j}{dt^2} = m_0 \left(\frac{q_0 - q_j}{\|q_0 - q_j\|^3} + \sum_{k \neq 0, j} \frac{m_k}{m_0} \cdot \frac{q_k - q_j}{\|q_k - q_j\|^3} \right) \quad (j = 1, \dots, n). \quad (1)$$

Dans le Système solaire, les rapports de masses m_k/m_0 ($k = 1, \dots, n$) sont petits, au plus de 1/1000 pour Jupiter. Si on suppose qu'il sont tous inférieurs à un paramètre $\epsilon > 0$, les termes qui rendent compte de l'attraction du Soleil sont donc prédominants et, sur un intervalle de temps assez petit en fonction de ϵ le mouvement est bien décrit par l'approximation képlérienne, donnée par l'ordre zéro en ϵ . Mais sur un intervalle de temps plus long il n'est pas évident que le mouvement des planètes se répète immuablement, sans collisions ($r_j - r_k \rightarrow 0$) ni éjections ($r_j - r_k \rightarrow \infty$) ; des expériences numériques indiquent même le contraire pour les planètes telluriques [L].

En 1954, Kolmogorov annonça un résultat fondamental, premier de la théorie attribuée à Kolmogorov, Arnold et Moser (KAM), qui affirme que

Quand on passe de $\epsilon = 0$ à $\epsilon > 0$ assez petit dans des systèmes conservatifs analogues à (1) mais non dégénérés (voir ci-dessous), il persiste un grand nombre de mouvements quasipériodiques, donc stables, sans collision ni éjection, définis pour tout temps.

Kolmogorov suggéra que l'équation pertinente pour trouver ces mouvements pouvait être résolue par approximations successives à l'aide de l'algorithme de Newton en dimension infinie à condition de chercher les perturbations uniquement des mouvements quasipériodiques dont le vecteur fréquence ω satisfait à une condition "diophantienne", du type

$$|k \cdot \omega| \geq \frac{\gamma}{(k_1^2 + \dots + k_n^2)^\tau} \quad (\text{pour tout multi-entier } k \in \mathbf{Z}^n \setminus \{0\}), \quad (2)$$

avec $\gamma > 0$ et $\tau > 0$. Une décennie plus tard, Arnold détailla la démonstration de la convergence de l'algorithme.

Les conditions diophantiennes s'expliquent heuristiquement : si la fréquence ω d'un mouvement non perturbé viole de telles conditions, il existe un multi-entier k non nul tel que le réel $k \cdot \omega$ est petit (en fonction de n'importe quelle puissance de $\|k\|$), les planètes se retrouvent régulièrement dans la même position relative et, au fil des révolutions, leurs petites perturbations mutuelles, au lieu de s'annuler en moyenne, s'accumulent. À cause du fait que tout nombre réel peut être approché par des nombres rationnels avec une précision arbitraire, l'ensemble des vecteurs fréquences diophantiens dans \mathbf{R}^n est très découpé (techniquement, sa trace sur la sphère est un ensemble de Cantor). En revanche, un calcul élémentaire montre que curieusement la mesure (généralisation

du volume n -dimensionnel pour les ensembles pouvant être beaucoup plus compliqués que les parallélépipèdes) de l'ensemble des vecteurs diophantiens dans \mathbf{R}^n est totale. La condition de non-dégénérescence requise dans le théorème de Kolmogorov-Arnold :

(K) Il existe une correspondance biunivoque entre les actions et les fréquences,

assure donc que l'ensemble des actions correspondant à un vecteur fréquence diophantien est lui-même de mesure positive.

Malheureusement, l'approximation képlérienne du problème planétaire est dégénérée à plusieurs titres, ce qui empêche d'appliquer le théorème de Kolmogorov-Arnold directement. Mentionnons simplement la plus importante des sources de dégénérescence. Comme l'affirme la première loi de Kepler, chaque planète décrit une ellipse, qui, en particulier, est une orbite fermée. Ce phénomène est exceptionnel : le théorème de Bertrand montre qu'il se produit, parmi les potentiels radiaux, pour les seuls potentiels newtonien en $1/r$ et élastique en r^2 . Plus précisément, avec un potentiel quelconque chaque planète serait animée d'un double mouvement de révolution et de précession, et il se trouve que la fréquence de précession s'annule justement pour les potentiels newtonien et élastique. Cette annulation rend l'approximation képlérienne trop simple pour persister par perturbations et fait du problème planétaire un difficile problème de perturbation singulière, puisque c'est la perturbation elle-même qui lève la dégénérescence et dicte le nombre de fréquences des solutions perturbées.

Dans un article long et difficile [A], Arnold s'attaqua au problème planétaire et énonça le résultat remarquable suivant (sous une forme plus précise) :

Si les rapports de masses m_j/m_0 , $j = 1, \dots, n$, sont suffisamment petits, les équations (1) admettent, dans l'espace des phases au voisinage des mouvements képlériens circulaires et coplanaires, un ensemble de mesure strictement positive de conditions initiales conduisant à des mouvements quasipériodiques à $3n$ fréquences.

La conclusion implique que pour un ensemble non négligeable de conditions initiales l'écart entre les orbites perturbées des planètes et les ellipses képlériennes est borné. Donc ce théorème apporte une réponse, partielle parce qu'elle ne concerne pas localement toutes les conditions initiales, mais positive, au problème de la stabilité sur un intervalle de temps infini du mouvement des quelques vingt planètes d'un système solaire où les planètes auraient été remplacées par des points matériels de masses suffisamment faibles.

La démonstration d'Arnold passe la preuve d'un théorème KAM abstrait suffisamment puissant pour s'appliquer aux problèmes de perturbation singulière, puis par la preuve que l'application fréquence du problème planétaire, à l'ordre un d'approximation en les petites masses des planètes, n'est pas dégénérée. Pour cette seconde étape, l'argument d'Arnold est complet dans le cas où trois corps se meuvent dans le plan (les mouvements quasipériodiques trouvés ont alors 4 fréquences). Mais la non-dégénérescence de l'application fréquence du problème à $1 + n$ corps ne se déduit pas de façon évidente du cas $n = 2$. En outre, contrairement à ce qu'Arnold affirme le problème spatial n'est pas une perturbation, quand les inclinaisons sont petites, du problème plan [Ro] : le problème plan est un sous-problème invariant qui est malheureusement dans une variété critique du moment cinétique et après la réduction du problème spatial par la symétrie de rotation il n'y a plus d'inclinaison ! (Le problème spatial réduit ressemble à une sorte de problème plan dans un repère tournant.) En tout cas, la non-dégénérescence de l'application fréquence du problème spatial n'est pas une conséquence triviale de celle du problème plan.

Herman [H,F] a repris et amélioré chacune des deux étapes. Il a d'abord prouvé un théorème KAM abstrait qui généralise et simplifie l'énoncé d'Arnold, et dans lequel la condition de non-dégénérescence (K) est remplacée par la condition de Rüssmann suivante :

(R) L'application qui, à une action, associe son vecteur fréquence, est gauche, au sens que son image n'est pas localement contenu dans un hyperplan vectoriel.

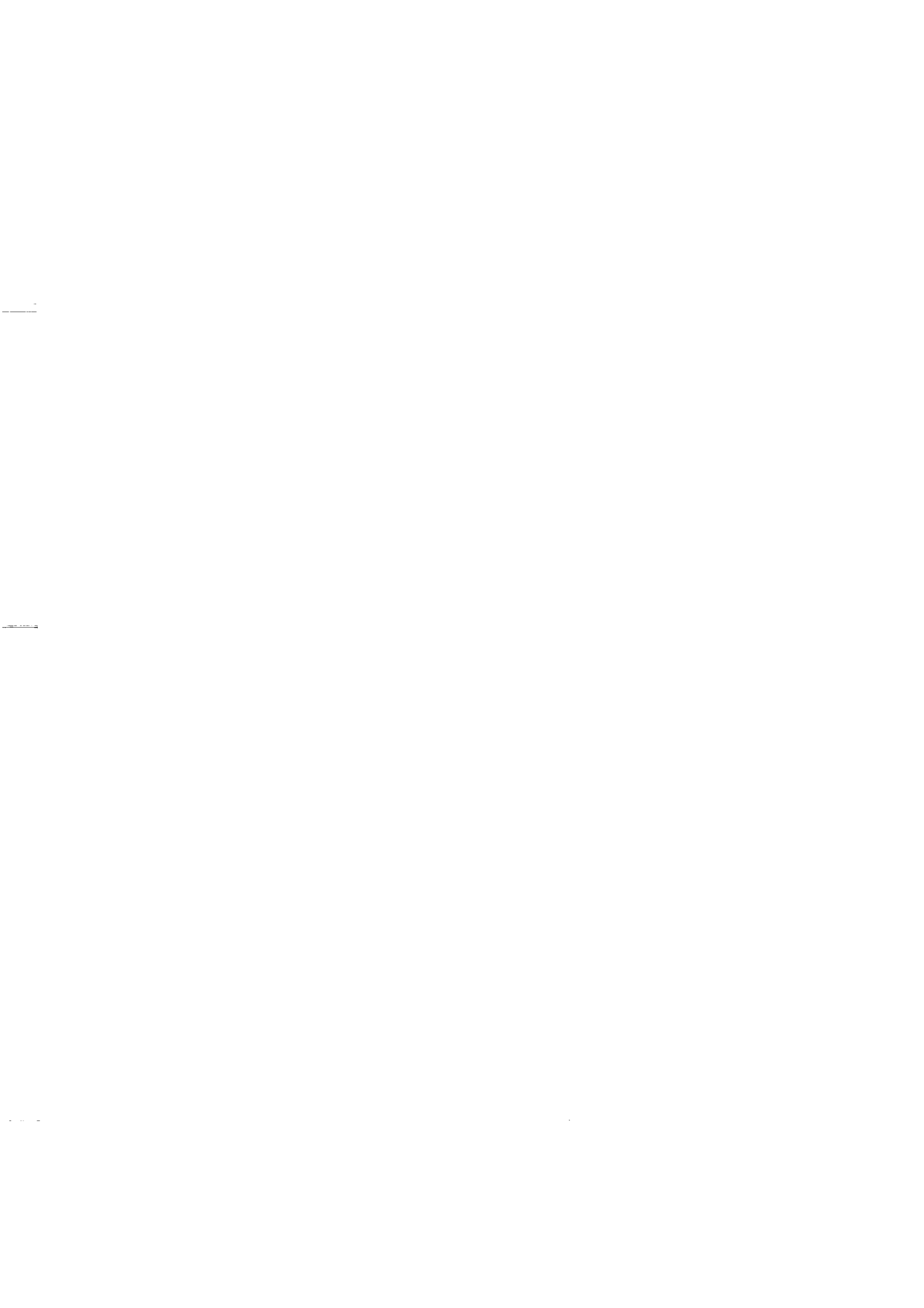
Cette condition est beaucoup plus faible que la condition (K), et donc plus facilement vérifiée que (K), puisqu'elle autorise par exemple que l'ensemble des fréquences atteintes en faisant varier toutes les actions (telles que par exemple les n demi grands axes) soit contenu dans une courbe de \mathbf{R}^n , pourvu que cette courbe soit gauche. L'idée qui montre que cette condition est suffisante est due à

Pyartli et a été exploitée pour la première fois dans ce contexte par Rüssmann [Rü] : si une courbe dans \mathbf{R}^n est gauche, elle passe forcément par des vecteurs diophantiens, en mesure (généralisation de la longueur pour des ensembles éventuellement beaucoup plus compliqués que les intervalles) strictement positive.

Puis Herman a vérifié par récurrence que l'application fréquence du problème planétaire à n planètes dans l'espace (modifié convenablement pour se débarrasser de résonnances apparentes) satisfait la condition (R). Cette vérification est considérablement plus simple que celle de la condition (K).

Bibliographie

- [A] V.I. Arnold, Small denominators and problems of stability of motion in classical and celestial mechanics (en russe), *Uspehi Mat. Nauk.*, **18** (1963), 91–192 ; trad. anglaise, *Russ. Math. Surv.*, **18** (1963), 85–193.
- [F] J. Féjoz, Démonstration d'Herman du théorème d'Arnold sur la stabilité du système planétaire, prépublication.
- [H] R.S. Hamilton, The inverse function theorem of Nash and Moser, prépublication, Cornell University, 1974.
- [H] M.R. Herman, Démonstration d'un théorème de V.I. Arnold, *Séminaire de Systèmes Dynamiques* et manuscrits, 1998.
- [L] J. Laskar, Chaos à grande échelle dans le système solaire et implications planétologiques, *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. **32**, série IIa (1996), 163–180.
- [Ro] P. Robutel, Stability of the planetary three-body problem. II. KAM Theory and existence of quasiperiodic motions, *Celestial Mech. Dynam. Astronom.*, **62** (1995), 219–261.
- [Rü] H. Rüssmann, Nondegeneracy in the perturbation theory of integrable dynamical systems, *Stochastics, algebra and analysis in classical and quantum dynamics (Marseilles, 1988)*, 211–223, Math. Appl., 59, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1990.



Éphémérides, observations et réductions dans les systèmes galiléens et saturniens

A. Vienne, V. Lainey

1. Introduction

La dynamique des satellites de Jupiter et Saturne connaît un regain d'intérêt ces dernières années, suite aux résultats récents fournis par la sonde Galileo et à l'arrivée prochaine de la sonde Cassini (2004). En plus d'une activité planétologique riche (présence d'eau liquide sous la couche de glace d'Europe et Ganymède, atmosphère dense sur Titan, etc.), ces satellites sont sujets à une dynamique complexe, caractérisée par la présence de nombreuses résonances. L'élaboration d'éphémérides de haute précision valides sur plus d'un siècle d'observations nécessite aujourd'hui de prendre en compte un grand nombre de perturbations et tire profit des outils numériques. La présentation qui est faite ici est mise sous la forme d'inter-relation entre observations et théories dynamiques correspondantes.

2. Les quatre satellites galiléens de Jupiter

Il y a encore quelques années les éphémérides des quatre satellites galiléens étaient issues du modèle de Sampson-Lieske (Lieske [1998]) et avaient une précision devenue insuffisante d'une part face à l'étendue des observations (plus d'un siècle pour les observations astrométriques), et d'autre part en regard des campagnes d'observations de phénomènes mutuels dites PHEMU (quelques dizaines de kilomètres de précision) commencées en 1973. De plus, cette théorie n'avait pas pleinement été construite de manière dynamiquement cohérente, empêchant de bien déterminer les paramètres physiques du système de Jupiter et gênant la compréhension fine de la dynamique de ces satellites, notamment celle liée à l'origine de la résonance laplacienne. Le but de notre travail a donc été d'aboutir à des éphémérides de haute qualité valide sur plus d'un siècle et conservant une part d'analyticité dans la solution des mouvements.

Nous avons mis en évidence de nouvelles forces habituellement négligées dans beaucoup de problèmes dynamiques et qui sont pourtant indispensables à considérer dans le cas des quatre satellites galiléens de Jupiter (Lainey *et al.* [2001]). Parmi ces forces, citons celle issue de l'aplatissement des satellites, tirant profit en cela des valeurs délivrées par la sonde Galileo, et permettant d'introduire les résonances spin-orbite.

La représentation des solutions a été obtenue par des intégrations numériques des équations du mouvement, suivies d'analyses en fréquences. Le modèle a d'abord été ajusté sur l'ancienne théorie de Sampson-Lieske (Lieske [1998]), trouvant des différences de plusieurs centaines de kilomètres sur un siècle, prouvant la nécessité qu'il y avait d'élaborer une nouvelle théorie du mouvement des satellites galiléens. Un ajustement a aussi été fait entre la solution nominale et une solution obtenue de la même manière mais sans les perturbations généralement négligées dans la modélisation de ce système. L'influence des nouvelles forces a ainsi été mise en évidence. Cette influence s'est avérée négligeable sur la solution elle-même puisqu'après ajustement d'une solution sur l'autre les résidus n'excèdent pas quelques kilomètres. En revanche, ces forces influent sur la détermination des paramètres physiques notamment sur les coefficients J_2 et J_4 de l'aplatissement de Jupiter : les différences sur ces paramètres sont environ 5 fois supérieures aux barres d'erreur habituellement admises. Cela illustre un phénomène connu mais quelquefois sous-estimé : une théorie incomplète ou mal formulée peut s'accorder relativement bien aux observations. Notre but va au-delà puisque nous nous attachons à obtenir une représentation dynamiquement cohérente.

Enfin la solution a été ajustée à plusieurs types d'observations (photographiques, CCD et PHEMU) entre 1891 et 2001 (Lainey [2002]). Les résidus obtenus sont inférieurs à 0."1. Pour les observations issues des phénomènes mutuels les écarts sont de l'ordre de quelques dizaines de mas (voir la figure 1).

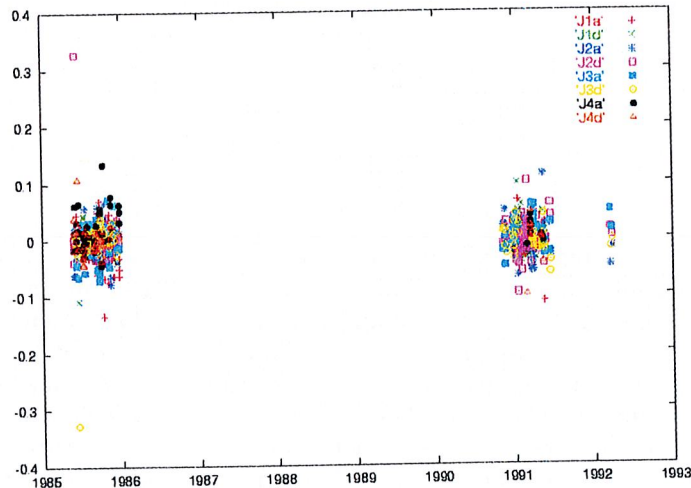


Figure 1 : (O-C) sur les campagnes PHEMU 85 et 91

Les observations issues de la campagne PHEMU03 sont en cours de réduction. Une fois celles-ci analysées, nous disposerons de 30 ans d'observations de phénomènes mutuels, allant de 1973 à 2003. On sera alors en mesure de détecter l'influence des marées au sein de ce système et donc de remonter aux caractéristiques physiques internes de ces corps.

3. Le système de Saturne

Dans ce système, les relations entre les observations et les études dynamiques ont été initiées par TASS (Vienne & Duriez [1995]), Duriez & Vienne [1997]). Rappelons que le modèle a été construit de manière complètement analytique par rapport aux paramètres physiques (masses des satellites, coefficients d'aplatissement de Saturne J_2 , J_4 et J_6) et aux constantes d'intégration. La précision "interne" des représentations des éléments orbitaux construits est de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres sur 100 ans, sauf pour Hypérion et Japet où ces écarts maximaux peuvent encore atteindre 200 km. Les variations au premier ordre de cette solution par rapport à chaque paramètre physique et à chaque condition initiale ont été obtenues en intégrant de la même manière les équations aux variations.

Disposant d'une compilation de plus de 50 000 observations faites depuis 110 ans environ, tous les paramètres de TASS ont été ajustés. L'ajustement obtenu a permis une bonne détermination des masses des satellites ainsi que les coefficients d'aplatissement de Saturne. Cette détermination est en accord avec celle basée sur les mesures faites par les sondes Pioneer et Voyager. Les écarts entre les positions calculées par la théorie et celles mesurées ont ainsi été réduits, avec une moyenne quadratique globale de 0."15. Mais surtout, contrairement aux anciennes représentations, celle issue de TASS garde sa capacité prédictive sur un temps plus long, c'est-à-dire qu'elle ne dérive pratiquement pas (voir par exemple Rapaport *et al.* [2002]). Cela illustre la notion de cohérence dynamique qui est à la fois la capacité à prédire des positions, et aussi la capacité de la théorie à déterminer les paramètres.

L'analyticité de la représentation du mouvement permet d'accéder à une connaissance plus fine de la dynamique du système, notamment dans le cas du système Mimas-Téthys. On a mis en évidence

des perturbations importantes à très longues périodes dans la longitude moyenne de Mimas, qui résultent de résonances séculaires (Champenois & Vienne [1999]). Le fait de considérer pour Téthys une orbite non circulaire (même faiblement elliptique) change complètement la vision que l'on avait jusqu'à présent de l'évolution récente du système Mimas-Téthys. Nous avons montré que le système a pu dans le passé traverser une zone chaotique importante. Il a pu également être capturé dans l'une des résonances secondaires induites par les nouveaux termes pris en considération. Ainsi l'inclinaison de Mimas a pu avoir, avant capture, une valeur plus élevée (0.7°) ou plus faible (0.03°) que celle trouvée auparavant. Cela change également le calcul de la probabilité de capture, qui doit maintenant tenir compte du chaos et du fait que plusieurs captures et échappements peuvent se produire successivement dans des résonances secondaires. Cette probabilité apparaît bien plus grande (jusqu'à 1) que celle (0.04) admise jusqu'alors. Ces résultats révèlent la richesse insoupçonnée de la dynamique du système résonnant Mimas-Téthys, et résolvent un problème demeuré longtemps sans solution satisfaisante.

Les satellites de Saturne ont beaucoup été observés depuis 1985, mais paradoxalement les séries d'observations s'arrêtent à cette date. Mises à part les observations des phénomènes mutuels de 1995 (Thuillot *et al.* [2001]), les observations depuis 1990 sont principalement du type CCD. Souvent, les observations CCD sont publiées en pixels et il n'y a pas d'astrométrie qui soit réellement faite sur ces positions. Le problème est que ces images ont un champ relativement réduit qui empêche d'avoir des étoiles de référence qui auraient permis de faire une réduction astrométrique. Afin d'estimer la qualité de leurs observations, les observateurs utilisent la position des satellites eux-mêmes pour faire une réduction. Ils donnent une valeur indicative du facteur d'échelle et de l'angle d'orientation de chaque image. Ces valeurs sont difficiles à interpréter. De plus, on a montré qu'elles sont affectées par quelques erreurs ou effets négligés.

Table 1 : Comparaison entre les réductions des observations CCD

Auteurs	nb d'observations		précision	
	S1 à S8	Mimas (S1)	S3 à S6	Mimas
Beurle, Harper <i>et al.</i> 1993	249	16	0."101	-
Harper, Murray <i>et al.</i> 1997	1206	73	0."080	-
Harper, Beurle <i>et al.</i> 1999	1514	15	0."090	-
Qiao, Shen <i>et al.</i> 1999	381	15	0."080	0."141
Vienne, Thuillot <i>et al.</i> 2001	6006	216	0."068	0."081
Peng, Vienne <i>et al.</i> 2002	913	54	0."039	0."052

Une réduction astrométrique pour le cas de mesures inter-satellites (récepteurs CCD) sans étoile de référence a été mise au point. Les corrections astrométriques sur les positions n'ont donc qu'un effet différentiel. Quelques-unes de ces corrections sont souvent négligées, mais on a montré qu'elles ne pouvaient l'être. Cette réduction permet de donner des coordonnées à un facteur d'échelle et à une rotation près. Mais toutes les corrections astrométriques au niveau du millième de seconde de degré ont été effectuées. Ainsi, ces positions sont réellement astrométriques dans le sens où aucune considération astrométrique n'est nécessaire pour les utiliser, même si l'on désire retoucher la calibration.

La réduction a été appliquée très récemment aux observations brésiliennes de 1995 (Vienne *et al.* [2001]), et aussi aux observations chinoises de 1996-2000 (Peng *et al.* [2002]). Les observations du Laboratório Nacional de Astrofísica à Itajubá au Brésil ont donné 6006 positions différentielles dont la dispersion est de 0."07, et celles de l'Observatoire de Yunnan 913 positions différentielles dont la dispersion est de 0."04. A titre d'exemple, pour Mimas les résidus sont respectivement de 0."081 et 0."052 (pour 216 et 54 positions).

Pour comparaison, Shen *et al.* ([2001]) ont analysé les observations CCD pour la période 1990-1997. De leur analyse, ils concluent que TASS est significativement plus précise (0."015) que les autres représentations (0."05). Pour Mimas, ils donnent un résidu de 0."21 correspondant à 57 positions. On voit ainsi que ces observations du Brésil de 1995-1996 couvrent une grande partie des observations modernes, et ont une bonne précision. Afin de se rendre compte du poids de ces

observations, on résume dans le Tableau 1 la dispersion de ces observations avec celles des autres réductions d'observations CCD de satellites de Saturne.

La présence sur les images des observations brésiliennes de 1995 d'Hélène, Télésto et Calypso a permis d'avoir, en se servant des gros satellites comme référence, de très bonnes positions de ces petits satellites. Cela a donné l'opportunité de revoir et d'améliorer la théorie de leur mouvement ajustée sur près de vingt ans d'observations (Oberti & Vienne [2003]). Les résidus obtenus sur cette période sont de l'ordre de 0."9, 0."6 et 1."3 pour respectivement Hélène, Télésto et Calypso (295 positions). Sur la période 1995-1996 ces résidus sont réduits à 0."2, 0."6 et 0."4 (78 positions).

4. Conclusion

Pour obtenir des éphémérides des satellites galiléens et saturniens valables sur plus d'un siècle, nous avons construit des représentations dynamiquement cohérentes en incluant un grand nombre de perturbations dans une théorie globale, puis en ajustant celle-ci par comparaison aux observations. Ces études nécessitent des allers et retours entre observations et théories. Par exemple, la représentation TASS a permis d'utiliser les principaux satellites de Saturne comme références dans les images contenant Hélène, Télésto et Calypso, déterminant ainsi les positions de ces petits satellites. En retour, ces observations ont permis de mettre à jour la théorie de ces satellites lagrangiens de Téthys et Dioné. De la même manière une représentation cohérente du mouvement permet, en réduisant des observations très précises comme celles issues des phénomènes mutuels, de déterminer les effets de marées dans le mouvement des satellites. Ces déterminations permettent ensuite de contraindre les modèles de structure interne des satellites, ainsi que l'évolution à long terme de systèmes comme ceux de Mimas-Téthys ou des trois satellites de Jupiter capturés dans la résonance laplacienne.

Références

- [1999] Champenois S., Vienne A. : 1999, "The Role of Secondary Resonances in the Evolution of the Mimas Tethys System", *Icarus*, **140**, 106-121.
- [1997] Duriez L., Vienne A. : 1997, "Theory of motion and ephemerides of Hyperion." *A&A*, **324**, 366-380.
- [2001] Lainey V., Vienne A. and Duriez L. : 2001, "New estimation of usually neglected forces acting on Galilean system", *Celes. Mech. & Dyn. Astr.*, **81**, 115-122.
- [2002] Lainey V. : 2002, "Théorie dynamique des satellites galiléens.", Thèse, Observatoire de Paris.
- [1998] Lieske J.H. : 1998, "Galilean satellite ephemerides E5", *A&ASup*, **129**, 205-217.
- [2003] Oberti P., Vienne A. : 2003, "An upgraded theory for Helene, Telesto, and Calypso", *A&A*, **397**, 353-359.
- [2002] Peng Q., Vienne A. and Shen K. X. : 2002, "Positional Measuring Procedure and CCD Observations for Saturnian Satellites", *A&A*, **383**, 296-301.
- [2002] Rapaport M., Teixeira R., Le Campion J.F. *et al.* : 2002, "Astrometry of Pluto and Saturn with de CCD meridian instruments of Bordeaux and Valinhos", *A&A*, **383**, 1054-1061.
- [2001] Shen K.X., Dourneau G., Qiao R.C. and Liu J.R. : 2001, "An analysis of satellite calibration methods for CCD astrometry of Saturn's satellites" *A&A*, **367**, 1061-1069.
- [2001] Thuillot W., Arlot J.-E., Ruatti C. *et al.* : 2001, "The PHESAT95 catalogue of observations of the mutuals events of the Saturnian satellites", *A&A*, **371**, 343-349.
- [1995] Vienne A., Duriez L. : 1995, "TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites", *A&A*, **297**, 588-605.
- [2001] Vienne A., Thuillot W., Veiga C.H. *et al.* : 2001, "Saturnian satellites observations made in Brazil during the 1995 opposition with an astrometric analysis", *A&A*, **380**, 727-733.

Méthode de réduction astrométrique d'observations de phénomènes mutuels des satellites naturels

N. Emelianov

L'objectif de ce travail est d'ajuster les paramètres orbitaux de satellites naturels sur des observations photométriques de phénomènes mutuels. Ces paramètres sont nécessaires pour faire des éphémérides.

Une méthode de réduction astrométrique d'observations de phénomènes mutuels des satellites naturels été élaborée il y a trois ans (Emelianov *et al.* 2000). Maintenant nous sommes en train de la développer.

Nous utilisons un système de coordonnées rectangulaires relatives. L'origine est située au centre du satellite occulté ou du satellite éclipsé. L'axe z est dirigé dans la direction opposée à celle de l'observateur dans le cas d'une occultation mutuelle et opposée à celle du centre du Soleil dans le cas d'une éclipse mutuelle. L'axe y est toujours dirigé vers le nord. Pour les coordonnées $X(t), Y(t)$ d'un satellite occultant ou éclipsant dans ce système on fait une différence entre les coordonnées projetées et les coordonnées rectangulaires. Les positions de deux satellites sont calculées à deux instants différents qui ne coïncident pas avec l'instant d'observation en raison du temps de lumière.

Le lien entre la photométrie et l'astrométrie est défini par la relation suivante :

$$E(t) = K \cdot S(X(t), Y(t)) + P$$

où $E(t)$ est la réaction de photomètre à l'instant t . La fonction $S(X(t), Y(t))$ définit une quantité de la lumière qui est émise depuis un satellite en cours de phénomène vers un observateur. Cette fonction est normalisée à l'unité hors du phénomène. C'est-à-dire $S = 1$ à tout instant avant une occultation ou une éclipse mutuelle. On peut supposer que K et P sont constants pendant un phénomène mais dans certains cas il est nécessaire d'appliquer une relation plus exacte

$$E(t) = [K + Q \cdot (t - t_b)] \cdot S(X(t), Y(t)) + P + L \cdot (t - t_b)$$

où K, P, Q, L sont des paramètres constants indéterminés et t_b est un moment arbitraire fixé à l'avance. Les paramètres P, L sont responsables du fond du ciel et de la lumière diffusée dans le télescope. L'expression $Q \cdot (t - t_b)$ peut décrire le changement de la transparence d'atmosphère en cours de phénomène.

La fonction $S(X(t), Y(t))$ représente un modèle photométrique de phénomène mutuel des satellites naturels.

Nous considérerons que nous avons déjà une théorie du mouvement des satellites. Dans ce cas les valeurs des coordonnées $X(t), Y(t)$ peuvent être calculées. Soit ces valeurs d'après la théorie sont $X^{th}(t), Y^{th}(t)$. La théorie peut être approximative tandis que les valeurs exactes $X(t), Y(t)$ qui correspondent à des observations sont exprimées de la manière suivante :

$$X(t) = X^{th}(t) + D_x(t) \quad , \quad Y(t) = Y^{th}(t) + D_y(t) \quad ,$$

où $D_x(t), D_y(t)$ sont des corrections. D'après notre analyse sur la période d'un phénomène, avec une certaine précision, les fonctions $D_x(t), D_y(t)$ peuvent être remplacées par des constantes ou par des fonctions linéaires. C'est-à-dire qu'on peut envisager

$$X(t) = X^{th}(t) + \bar{D}_x \quad , \quad Y(t) = Y^{th}(t) + \bar{D}_y \quad (1)$$

ou

$$X(t) = X^{th}(t) + \bar{D}_x + D'_x(t - t_m) \quad , \quad Y(t) = Y^{th}(t) + \bar{D}_y + D'_y(t - t_m) \quad , \quad (2)$$

où $\overline{D}_x, \overline{D}_y, D'_x, D'_y$ sont des paramètres constants indéterminés et t_m est un instant fixé d'avance.

Pour évaluer les écarts

$$D_x(t) - \overline{D}_x, \quad D_y(t) - \overline{D}_y, \\ D_x(t) - [\overline{D}_x + D'_x(t - t_m)], \quad D_y(t) - [\overline{D}_y + D'_y(t - t_m)]$$

qui apporteront des erreurs en cours de réduction nous avons fait une comparaison, entre la théorie de J.H. Lieske (JPL) et la théorie de V. Lainey (IMCCE, Paris) du mouvement des satellites galiléens, des valeurs de ces écarts en supposant une théorie comme exacte et l'autre approximative. Comme la durée de la plupart (88 %) des phénomènes ne dépasse pas 20 minutes, les évaluations étaient faites sur les périodes de 20 minutes proches des phénomènes mutuels en 1997. En effet la valeur maximale de 3.7 km des écarts $D_x(t) - \overline{D}_x, D_y(t) - \overline{D}_y$ était obtenue parmi tous les quatre satellites galiléens. Les valeurs des écarts $D_x(t) - [\overline{D}_x + D'_x(t - t_m)], D_y(t) - [\overline{D}_y + D'_y(t - t_m)]$ ne dépassent pas 0.025 km. Il est clair que pour les observations récemment faites et pour les théories récemment développées les suppositions (1) et d'autant plus les suppositions (2) sont admissibles. Donc pour la plupart des situations on peut appliquer la relation

$$E(t) = K \cdot S(X^{th}(t) + \overline{D}_x, Y^{th}(t) + \overline{D}_y) + P.$$

Dans certains cas il faut supposer

$$E(t) = [K + Q \cdot (t - t_b)] S(X^{th}(t) + \overline{D}_x + D'_x(t - t_m), Y^{th}(t) + \overline{D}_y + D'_y(t - t_m)) + \\ + P + L \cdot (t - t_b)$$

Une fois des observations photométriques d'un phénomène faites, on a une série de valeurs

$$t_i, E(t_i), \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Avec ces données les équations de condition par rapport de $K, P, \overline{D}_x, \overline{D}_y$ peuvent être composées :

$$E(t_i) = K \cdot S(X^{th}(t_i) + \overline{D}_x, Y^{th}(t_i) + \overline{D}_y) + P \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Une fois qu'elles sont résolues (par la méthode des moindres carrés, par exemple) on a le résultat astrométrique :

$$X(t^*) = X^{th}(t^*) + \overline{D}_x, \quad Y(t^*) = Y^{th}(t^*) + \overline{D}_y,$$

où t^* est un instant arbitraire. Il est raisonnable de choisir t^* comme l'instant de minimum de la distance apparente entre les deux satellites qui peut être trouvé après la résolution. Les valeurs $X(t^*), Y(t^*)$ ainsi trouvées correspondent à toutes les observations d'un phénomène. Ces valeurs ne contiennent pas des erreurs accidentelles des observations mais elles contiennent d'erreurs systématiques.

Cette réduction peut être efficace à condition que la fonction $S(X(t), Y(t))$ soit numériquement complète et que cette fonction soit bien adéquate au processus réel de la diffusion ou la réflexion de la lumière du soleil par des satellites occultant et occulté ou par le satellite éclipsé. Nous appelons cette réalisation comme le modèle photométrique du phénomène mutuel.

La fonction $S(X(t), Y(t))$ est donné par l'expression

$$S = \frac{G_b^{(a)} + G_b^{(p)}}{G_b^{(a)} + G_b^{(p)}}$$

en cas d'occultation et par l'expression

$$S = \frac{G_b^{(p)}}{G_b^{(p)}}$$

en cas d'éclipse où $G_b^{(p)}$ - l'énergie intégrale de la lumière venue du satellite passif (occulté ou éclipsé) et $G_b^{(a)}$ - l'énergie intégrale de la lumière venue du satellite actif (occultant ou éclipsant).

Hors du phénomène : $G_b^{(p)} = G_b^{(p)}(t_{beg}), \quad G_b^{(a)} = G_b^{(a)}(t_{beg})$ où t_{beg} est un instant avant le début du phénomène.

En cas d'occultation $G^{(p)}$ et $G^{(a)}$ se calculent par les expressions

$$G^{(p)} = \int_{S_2} \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \Phi(\Lambda) F(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda) d\Lambda dS_2 ,$$

$$G^{(a)} = \int_{S_1} \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \Phi(\Lambda) F(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda) d\Lambda dS_1 .$$

Dans ces expressions S_1 représente la surface du satellite occultant limitée à la fois par le terminateur et le limbe et projetée sur le plan perpendiculaire à la direction d'un observateur, S_2 représente la surface du satellite occulté limité de plus par le disque du satellite occultant. Les fonctions sous les intégrales dépendent de la longueur d'onde de la lumière Λ . La fonction $F(\Lambda)$ est l'énergie de la lumière intégrale du disque de soleil et $\Phi(\Lambda)$ détermine la sensibilité du récepteur. Les fonctions $f_1(\dots)$ et $f_2(\dots)$ décrivent les conditions de diffusion de la lumière pour un point du satellite et φ, λ sont les coordonnées satellitographiques de ce point. L'énergie de la lumière qui passe vers un observateur dépend de l'angle d'incidence i , de l'angle de réflexion e et de l'angle de phase α . Les limites Λ_1, Λ_2 déterminent la bande de sensibilité du récepteur.

En cas d'éclipse mutuelle $G^{(p)}$ est donné par l'expression

$$G^{(p)} = \int_{S_2} \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \Phi(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda) \int_{S_0} I(r, \Lambda) dS_0 d\Lambda dS_2$$

où S_0 représente la partie du disque de soleil visible d'un point (φ, λ) de satellite éclipsé et qui n'est pas occulté par le satellite éclipsant pour un observateur imaginaire placé au point (φ, λ) . La fonction $I(r, \Lambda)$ décrit l'assombrissement vers le bord du soleil à la distance r du centre du disque et cet effet dépend de plus de la longueur d'onde de la lumière Λ . L'intégration s'accomplit sur la surface S_2 du satellite éclipsé limitée à la fois par le terminateur et le limbe et projetée sur le plan perpendiculaire à la direction d'un observateur.

Quant à la fonction $f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda)$ nous n'avons pas d'information exacte. Il paraît que pour aujourd'hui elle est trop généralisatrice. Donc on est forcé d'adopter certaines simplifications.

Supposons que cette fonction puisse être remplacée par une série des multiplicateurs

$$f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda) = R(i(\varphi, \lambda), e(\varphi, \lambda), \alpha) \cdot A(\varphi, \lambda) \cdot A_\Lambda(\Lambda) ,$$

où $R(i(\varphi, \lambda), e(\varphi, \lambda), \alpha)$ représente la loi de diffusion indépendante de la longueur d'onde. La dépendance d'albédo moyen d'un satellite pour la longueur d'onde Λ est donnée par le multiplicateur $A_\Lambda(\Lambda)$. Le multiplicateur $A(\varphi, \lambda)$ décrit des variations d'albédo sur la surface d'un satellite. Allant plus loin, on peut remplacer $A(\varphi, \lambda)$ par une fonction $A_\theta(\theta)$ où θ est l'angle de rotation de satellite. La loi de diffusion peut être envisagée sous une forme plus simple

$$R(i(\varphi, \lambda), e(\varphi, \lambda), \alpha) = R(i(\varphi, \lambda), e(\varphi, \lambda)) \cdot A_\alpha(\alpha) ,$$

où la fonction $A_\alpha(\alpha)$ détermine l'effet de phase.

Pour ces fonctions nous avons trouvé certaines informations. Quant à la loi de diffusion une revue des méthodes se trouve dans (Descamps, 1992). Comme variante, nous utilisons la loi de Lommel-Seeliger. Pour la fonction $A_\Lambda(\Lambda)$ on trouve des données dans (Johnson et McCord, 1970). La fonction $A_\theta(\theta)$ est donnée dans (Planetary satellites, Burns J.A. ed.) et la fonction $A_\alpha(\alpha)$ dans (Morrison *et al.* 1974). Nous utilisons les fonction $F(\Lambda)$ et $I(r, \Lambda)$ données dans (Makarova *et al.* 1998).

Toute cette méthode est implantée dans le programme (en langage C) de réduction des observations photométriques des phénomènes mutuels des satellites naturels. La méthode générale a été publiée dans (Emelianov *et al.* 2000). Les formules et algorithmes de la méthode sont donnés en détail dans (Emelianov N., 2003). Á quelques détails près, ce programme a été utilisé pour la réduction des observations de la campagne PHEMU97. Les résultats sont publiés dans (Emelianov *et al.* 2000).

Avec cette méthode des effets particuliers ont été évalués par des simulations d'observations artificielles. Les résultats suivants sont obtenus.

Pour le phénomène 1997.07.15 1o3 (Occultation de Ganymède par Io) on a créé des observations artificielles avec l'albédo : Io - 0.61, Ganymède - 0.39. Puis l'albédo de Ganymède a été modifié et chaque fois on a ajusté les paramètres $\overline{D}_x, \overline{D}_y$. La table 1 contient les résultats. On voit qu'une erreur d'albedo de 0.08 correspond à une erreur de 102 km des coordonnées de satellite.

Table 1. Ajustement des corrections $\overline{D}_x, \overline{D}_y$ avec l'albedo varié.

Albedo Io	Albedo Ganymède	\overline{D}_x , km	\overline{D}_y , km
0.61	0.39	0.0	0.0
0.61	0.41	9.9	-27.9
0.61	0.43	19.7	-55.7
0.61	0.47	36.1	-102.3

Pour le phénomène 1997.09.14 3e1 (Éclipse de Io par Ganymède) les simulations ont été faites en tenant compte de l'assombrissement vers le bord du soleil. L'ajustement a été réalisé sans cet effet. Les erreurs sont de 22.6 km pour \overline{D}_x et de 60.0 km pour \overline{D}_y . Pour le même phénomène on a fait varier l'effet d'assombrissement vers le bord du soleil, avec et sans dépendance avec la longueur d'onde. Les erreurs dans les coordonnées de satellite sont de l'ordre de 10 km.

Références

- Burns J.A. editor with 33 collaborating authors. Planetary satellites. The University of Arisona Press. Tucson, Arizona.
- Descamps, P. : 1992, Etude des effets de surface sur la réduction astrométrique des observations de phénomènes des satellites galiléens de Jupiter, *Thèse*, observatoire de Paris.
- Emelianov, N.V., Berejnoi A.A., Vashkovjak S.N., Glushkova E.A., Gorda S.Yu., Delets A., Dorokhova T.N., Dorokhov N.I., Esipov V.F., Izmailov I.S., Irmambetova T.R., Kiselev A.A., Kiseleva T.P., Kornilov V.G., Kucherov V., Ledovskaya I., Mukhamednazarov S., Raskhozhev V.N., Tejfel V.G. and Charitonova G.A. : 2000, Mutual positions of the galilean satellites of Jupiter from photometric observations during their mutual occultations and eclipses in 1997. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **141**, 433-447.
- Emelianov, N. : 2003, A method for reducing photometric observations of mutual occultations and eclipses of planetary satellites. *Solar system research*, **37**, 314-325.
- Johnson, T.V. and McCord T.B. : 1970, Galilean Satellites. The Spectral Reflectivity 0.30-1.10 Micron. *Icarus*, **13**, 37.
- Makarova, E.A., Kharitonov A.V., Kazachevskaya T.V., Roshchina E.M., and Sarychev A.P. : 1998, Observable characteristics of solar radiation (revised tables). *Baltic Astronomy*, **7**, 467-494.
- Morrison, D., Morrison N.D. and Lazarewicz A.R. : 1974, Four-color photometry of the Galilean satellites. *Icarus*, **23**, 399-416.

Observation et exploitation de phénomènes mutuels

B. Noyelles

1. Introduction

Tous les 15 ans, la Terre et le Soleil traversent le plan des orbites des satellites de Saturne, ce qui permet l'apparition de phénomènes mutuels. La campagne PHESAT95 (cf. [9]) a permis l'acquisition de 65 courbes de lumière représentant 41 phénomènes observés en 17 sites un peu partout dans le monde, impliquant les satellites Mimas, Encelade, Téthys, Dioné, Rhéa et Titan. La précision de ces observations les rend intéressantes pour affiner les éphémérides notamment en vue de la mission CASSINI, c'est pourquoi je me suis intéressé à faire une réduction astrométrique de cette campagne.

2. Modélisation des phénomènes

Les 2 aspects importants de la modélisation de phénomènes mutuels sont d'une part la modélisation géométrique de l'éclipse ou de l'occultation, et d'autre part la modélisation de la diffusion de la lumière par la surface du ou des satellites impliqués.

Pour la modélisation géométrique du phénomène, j'ai utilisé l'interpolation en polynômes de Tchebychev SLP96 de la théorie VSOP87 [2] pour les mouvements du Soleil, de la Terre et de Saturne, et TASS1.7 [10] pour les mouvements des satellites de Saturne. J'ai considéré que le mouvement relatif des satellites était rectiligne uniforme, comme si, dans le cas d'une occultation, le satellite occulteur (respectivement éclipsé) se déplaçait à vitesse constante sur un rail pendant que l'autre reste immobile (cf. figure 2). Cette modélisation permet d'introduire 2 quantités géométriques : l'instant du minimum de distance et le paramètre d'impact (la distance entre les deux satellites, projetée sur la sphère céleste, au minimum de distance).

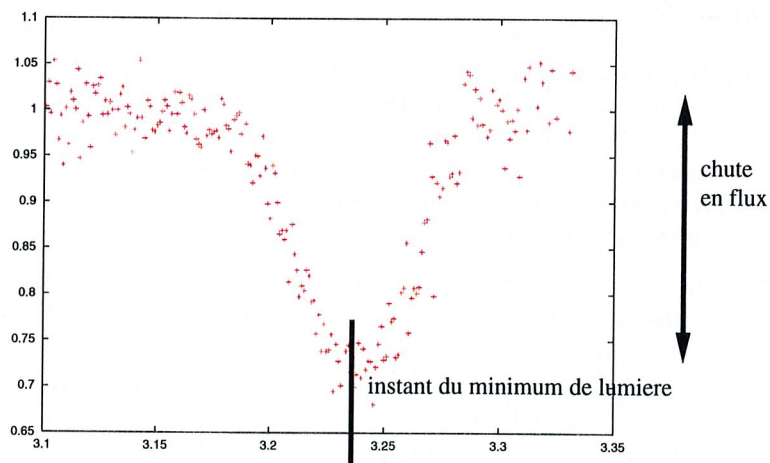


Figure 1 : Exemple de courbe de lumière

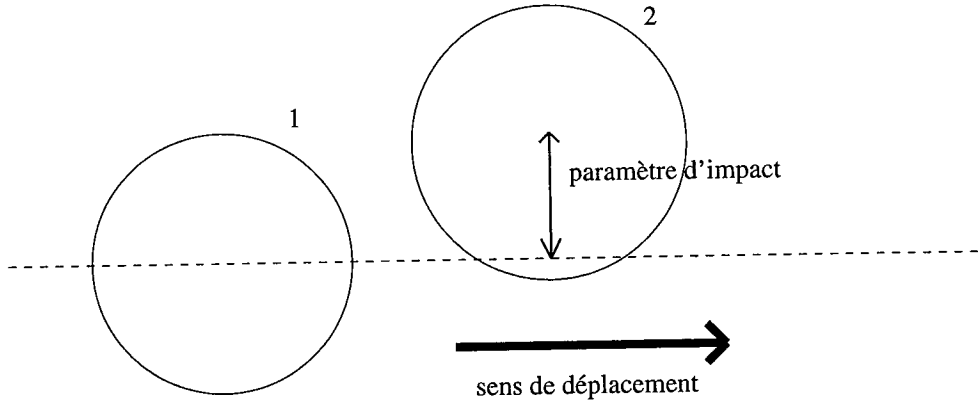


Figure 2 : Représentation du mouvement relatif des 2 satellites lors d'un phénomène mutuel

La photométrie des satellites de Saturne étant moins bien connue que celle des galiléens, le choix de la loi de diffusion à utiliser est restreint si on ne veut pas avoir à ajuster les paramètres photométriques. Le choix d'une loi de Lambert pour Titan s'est imposé car cette loi est connue pour convenir aux corps à atmosphère ; j'ai utilisé une loi de type Buratti-Verka pour représenter la diffusion de la lumière par les autres satellites, les paramètres associés à cette loi étant connus depuis les sondes Voyager pour les satellites S-1 à S-5 (cf. [3] et équation 1) ; une réduction astrométrique de phénomènes mutuels concernant ces satellites avait d'ailleurs déjà effectuée par Devyatkin & Miroshnichenko [4] à l'aide de cette formule.

$$\frac{I}{F} = A \frac{\cos(i)}{\cos(i) + \cos(e)} (f_0 + B\alpha + C\alpha^2) + (1 - A) \cos(i) \quad (1)$$

avec :

{	I	flux réfléchi
{	πF	flux solaire incident
{	i	angle d'incidence de la lumière sur la surface du satellite
{	e	angle d'émergence
{	α	angle de phase
{	A, B, C, f_0	constantes photométriques

J'ai également tenu compte de l'assombrissement de limbe du Soleil en utilisant une loi empirique de Hestroffer & Magnan [6].

3. Ajustement du modèle

Cette modélisation m'a permis d'obtenir une courbe de lumière théorique d'aspect similaire aux meilleures courbes effectivement observées, sur lesquelles on peut noter 3 quantités : l'instant du minimum de distance, la chute en flux et la durée du phénomène, quantités que l'on peut plus ou moins rattacher à l'instant du minimum de distance, au paramètre d'impact et à la vitesse relative des 2 satellites. D'autre part, des paramètres photométriques interviennent dans le modèle. Le problème est : quels paramètres ajuster ?

La nécessité d'ajuster l'instant du minimum de distance et le paramètre d'impact vient du fait que ce sont ces 2 quantités qui sont des résultats astrométriques. L'ajustement d'autres quantités peut servir à améliorer la similitude entre l'observation et le modèle.

J'ai choisi de ne pas ajuster les paramètres photométriques. Ces paramètres peuvent dépendre de l'angle de phase, c'est par exemple clairement le cas du paramètre d'assombrissement de limbe de la loi de Minnaert. Néanmoins, dans le cas de la loi de Buratti-Verka, la phase apparaît explicitement dans l'expression du flux lumineux réfléchi, ce qui nous a permis de tenir compte de l'angle de phase sans ajuster les paramètres photométriques.

Faut-il ajuster la vitesse ? Dans notre modèle, la vitesse est décorrélée des 2 autres paramètres que nous ajustons, pour les bonnes courbes le bruit la corrèle au maximum à 5%, néanmoins nous avons quelques cas, impliquant Mimas et/ou Encelade, où le halo de Saturne laisse une trace parabolique sur la courbe de lumière (cf. figure 3) ; un ajustement de la vitesse sur une telle courbe assimilerait le problème du halo au phénomène mutuel et ainsi fausserait le résultat. Comme une théorie dynamique même approximative est assez fiable pour la vitesse, j'ai choisi de ne pas ajuster ce paramètre.

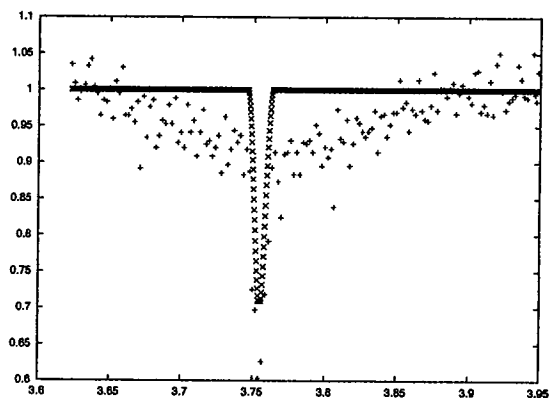


Figure 3 : Occultation de Mimas par Encelade observée à l'OHP le 16 août 1995.
 Cette courbe est un bon exemple où un ajustement de la vitesse peut ajuster autre chose que le phénomène.

4. Résultats et critiques

À partir de 65 ajustements, j'ai classé les résultats en 3 groupes, il y a 16 résultats jugés très fiables, 32 jugés utilisables, les autres étant rejetés ; cette classification résulte d'une comparaison visuelle entre l'ajustement et la courbe observée. Les résidus obtenus sont de l'ordre de 25 mas pour les résultats jugés les plus fiables ; ces résultats impliquent essentiellement Téthys, Dioné et Rhéa. Mimas et Encelade sont plus délicats à observer du fait du halo, quant à Titan, le fait qu'il soit bien plus brillant que les autres rend les chutes en flux assez faibles, augmentant ainsi l'influence du bruit.

Une comparaison de ces résultats avec ceux d'Emelianov [5] et d'Aksnes [1] (sur des courbes obtenues par Soma en 1980, cf. [8]) met en lumière une source d'erreur pouvant se chiffrer à 200 mas : lorsque le paramètre d'impact théorique lors d'un phénomène est faible, les écarts entre les différentes théories peuvent conduire à un écart de 180° sur l'angle de position. Si l'observation indique un paramètre d'impact plus important, l'écart obtenu entre 2 ajustements sera de l'ordre du double de ce paramètre d'impact si on utilise des angles de position différents venant de théories différentes. Par conséquent, l'utilisation de théories différentes peut dans certains cas entraîner une erreur de 200 mas, alors que l'on s'attend à des observations précises à moins de 30 mas.

5. Conclusion

Cette étude est à considérer comme une étape dans l'élaboration d'une méthode de réduction astrométrique des phénomènes mutuels des satellites saturniens. Actuellement je participe à la campagne PHEMU03 essentiellement à Lille avec une lunette de 32.5cm de diamètre et de 6m de focale. Le site de Lille n'a malheureusement pas été utilisable dès le début de la campagne pour des raisons techniques, néanmoins une douzaine de phénomènes y ont été observés.

La précision astrométrique des phénomènes mutuels ouvre des perspectives quant à leur utilisation, on peut par exemple espérer les utiliser pour détecter une accélération séculaire de la longitude des satellites, et ainsi une estimation des effets de marée.

Références

- [1] Aksnes K. *et al.*, 1984, *AJ*, **89**, 280.
- [2] Bretagnon P. & Francou G., 1988, *A&A*, **202**, 309.
- [3] Buratti B. & Veverka J., 1984, *Icarus*, **58**, 254.
- [4] Devyatkin A.V. & Miroshnichenko A.S., 2001, *Astron. Lett.*, **27**, 193.
- [5] Emelianov N.V., Irsmbabetova T.R. & Tejfel V.G., 1997, *Sol. Syst. Res.*, **31**, 436.
- [6] Hestroffer D. & Magnan C., 1998, *A&A*, **333**, 338.
- [7] Noyelles B., Vienne A. & Descamps P., 2003, *A&A*, **401**, 1159.
- [8] Soma M. & Nakamura T., 1982, *Tokyo Astron. Bull. Second Ser.*, **267**, 3039.
- [9] Thuillot W. *et al.*, 2001, *A&A*, **371**, 343.
- [10] Vienne A. & Duriez L., 1995, *A&A*, **297**, 588.

**Les satellites naturels des planètes à l'IMCCE :
campagnes d'observation, éphémérides, bases de données**

J.-E. Arlot, V. Lainey, Ch. Ruatti, N. Baron, N. Emelianov

Introduction

L'étude des satellites naturels des planètes comportent de nombreux aspects à l'IMCCE : les observations et les bases de données, la construction de modèles théoriques et d'éphémérides. D'autre part, il existe plusieurs familles de satellites nécessitant des approches différentes. Bien que tous les aspects et toutes les familles de satellites soient abordés à l'IMCCE, nous nous limiterons ici aux satellites galiléens de Jupiter et aux satellites lointains de Jupiter et Saturne en fournissant les derniers résultats obtenus.

1. Satellites galiléens de Jupiter : campagne PHEMU03

Il est inutile d'expliquer à nouveau ce que sont les phénomènes mutuels : il s'agit d'observation de phénomènes (occultations et éclipses) de type photométrique dont le but est d'obtenir des positions astrométriques non entachées par les problèmes de diffraction. La nature photométrique de ces observations nous oblige à modéliser les effets de surface et l'effet de phase. On ne tient habituellement pas compte de ces effets lors d'observations astrométriques directes car on ne connaît pas le déplacement photocentre/centre de masse. L'observation des phénomènes mutuels en tient compte et fournit les éléments qui permettront de faire évoluer vers plus de précision les observations astrométriques directes.

1.1. Le réseau d'observateurs de 2003

L'évolution des systèmes d'acquisition de données (CCD rapides) rend beaucoup plus faciles les observations, d'autant qu'un petit télescope (à partir de 15cm d'ouverture!) est suffisant. Des observations ont été réalisées depuis de nombreux sites en France (Meudon, OHP, Pic du Midi, Bordeaux, Strasbourg) et à l'étranger (Italie, Canaries, Bulgarie, Roumanie, Russie, Ukraine, Kazakhstan, Inde, Chine, Japon, USA). On trouvera ci-après un bilan des observations reçues et réduites à ce jour.

La masse de données déjà récoltées permet de disposer dès maintenant de mesures astrométriques précises (60km, soit 0.02'') réparties sur une durée de plus de 30 ans. Nous procédons actuellement à une amélioration des techniques de réduction grâce à une prise en compte plus poussée des caractéristiques des récepteurs (plus de précision sur la chute de flux) et à une modélisation des observations réalisées à l'IMCCE (Paris), en collaboration avec le SAI (Moscou) et l'IAA (Bangalore).

Pays	Ville	Nb d'observations
France	Antony	2
	Châteaugiron	4
	Dax	1
	Gières	2
	Lille	4
	Meudon	8
	OHP	7
	Mundolsheim	15
Allemagne	Chemnitz	2
Roumanie	Bucarest	3
Italie	Massa	1
	Lumezzane	7
	Brescia	6
Portugal	Lisbonne	1
Bulgarie	Rohzen	5
Kazakhstan	Alma-Ata	7
Chine	Yunnan	3

1.2. Les prochaines étapes

Les éphémérides disponibles actuellement sont G-5 fondées sur les travaux de Sampson (1921), Lieske (1977) et Arlot (1982). Un nouveau modèle L2 (Lainey 2003) permet d'obtenir une précision externe meilleure que 50km. Il deviendra alors possible grâce à l'analyse des phénomènes mutuels de mettre en place une fonction photocentre/centre de masse qui nous autorisera une nouvelle exploitation des observations anciennes. Le nouveau modèle ne tient pas compte des effets de dissipation d'énergie à l'intérieur des satellites et nous envisageons d'utiliser nos observations pour détecter une accélération dans le mouvement des satellites, signature des effets de marée et de la dissipation d'énergie.

2. Les satellites lointains de Jupiter et de Saturne

Les satellites lointains de Jupiter sont des corps peu connus qui ne seront pas des cibles pour les sondes spatiales et qu'il convient d'étudier à partir des observations au sol. La découverte de nouveaux -et nombreux- satellites de ce type de faible magnitude par les grands télescopes ou par les télescopes automatiques, exige des choix dans les cibles pour améliorer les modèles dynamiques de certains de ces satellites. En particulier, pour obtenir des éphémérides fiables, plusieurs années d'observations sont nécessaires, bien réparties dans le temps pour bien modéliser la précession des orbites (la période de ces satellites est de l'ordre de 1 à 2 ans).

2.1. Le point sur la situation actuelle

Depuis 1998, des observations sont réalisées annuellement pour J-6 à J-17 au T120 de l'OHP. Les satellites lointains de Jupiter et Saturne sont de faible magnitude (15 à 18 pour J-6 à J-10 et 18 à 24 pour J-11 à J-27) fortement variable. On trouvera ci-dessous la liste de ces satellites à jour au 15 mai 2003.

2.2. Tables des satellites lointains de Jupiter et Saturne

satellites directs de Jupiter (famille d'Himalia)

satellites	a in km	P in days	eccentricity	inclination	d in km	m_v	ap
S/2000 J1 - Themisto - J 18	7 450 000	130	0.20	46	8	21	0.72
S/2003 J6	10 943 414	234	0.7593650	22.41299	3	22.5	1.04
S/2003 J1	10 999 886	236	0.7915189	35.16912	3	22.5	1.05
Leda - J 13	11 150 000	240.5	0.116 to 0.210	1.5 to 50.6	10	20	1.08
Himalia - J 6	11 443 000	250.1	0.112 to 0.207	4.5 to 51.9	170	14.8	1.11
Lysithea - J 10	11 700 000	258.5	0.081 to 0.155	23.2 to 51.4	24	18.4	1.13
Elara - J 7	11 716 000	259.1	0.155 to 0.272	1.4 to 46.7	80	16.8	1.13
S/2000 J11	12 623 008	288.5	0.2152076	28.55170	4	22.4	1.22

a = semi-major axis; P = period of revolution; d = diameter; m_v = visual magnitude at opposition; ap = apparent semi major axis at opposition

inclination on celestial equator (variation in the interval 1900 to 2050) for J-6 to J-13

inclination on ecliptic for the other satellites

elements and inclination on ecliptic at epoch 2002 for S/2001 and S/2002

elements and inclination on ecliptic at epoch 2003, June 10 for S/2003

note that S/2000 J1 = S/1975 J1

rappel : Callisto : a= 1 883 000 km

satellites rétrogrades de Jupiter (famille de Pasiphaé)

satellites	a in km	P in days	eccentricity	inclination	d in km	m_v	ap
S/2003 J3	18 290 718	505	0.2414308	143.72940	1	23.6	1.74
S/2003 J12	18 951 537	533.0	0.3759365	145.75566	1.3	23.8	1.82
S/2001 J10	19 509 118	555.2	0.1013045	146.36697	2.5	23.0	1.89
S/2000 J10 - Chaldene - J 21	20 299 459	591.7	0.1553197	165.62039	3.8	22.3	1.96
S/2000 J3 - Iocaste - J 24	20 642 860	606.3	0.2686209	149.90562	5.2	21.8	2.00
S/2001 J2	20 769 899	610.0	0.2832751	148.28637	3	22.1	2.01
S/2001 J9	20 849 889	613.6	0.2862675	140.90225	2	23.1	2.02
S/2000 J5 - Harpalyke - J 22	20 917 717	617.3	0.2002700	149.28845	4.3	22.2	2.02
S/2001 J7	20 983 136	620.9	0.1427372	146.02964	2.5	23.3	2.03
S/2000 J7 - Praxidike - J 27	21 098 102	624.6	0.1458198	146.35342	6.8	21.2	2.04
Ananke - J 12	21 048 000	624.1	0.083 to 0.452	122.2 to 172.9	20	18.9	2.04
S/2001 J3	21 047 986	624.6	0.2479097	149.78466	4	21.8	2.04
S/2000 J9 - Taygete - J 20	21 671 854	650.1	0.2460425	163.54516	5	21.9	2.10
S/2000 J4 - Erinome - J 25	21 867 753	661.1	0.3464728	160.90878	3.2	22.4	2.12
S/2001 J6	21 960 145	664.7	0.2643925	164.57520	1.8	23.0	2.12
S/2001 J11	22 274 405	679.3	0.3112272	164.34322	3	23.2	2.15
S/2001 J8	22 300 644	679.4	0.3250225	164.79435	2	22.5	2.16
S/2003 J11	22 335 351	681.94	0.2233774	163.86678	1	23.4	2.16
S/2003 J9	22 381 517	684.0	0.2687371	164.45956	1.3	23.6	2.16
S/2001 J5	22 548 244	690.3	0.5188893	155.21973	2	23.0	2.18
S/2000 J6 - Isonoe - J 26	22 804 699	704.9	0.2809114	165.03895	3.8	22.5	2.21
S/2003 J8 S/2003 J4	23 195 569	722	0.2044198	144.86276	2	22.7	2.24
Carme - J 11	23 280 000	726.3	0.132 to 0.414	140.6 to 172.4	30	18.0	2.25
S/2000 J8 - Megaclite - J 19	23 439 084	734.1	0.5277172	151.69961	5.4	21.5	2.27
Pasiphae - J 8	23 658 000	744.2	0.184 to 0.668	119.1 to 174.2	36	17.0	2.29
S/2003 J7	23 743 830	747	0.4050509	159.40791	?	22.4	2.29

satellites rétrogrades de Jupiter (famille de Pasiphaé) (suite)

satellites	a in km	P in days	eccentricity	inclination	d in km	m_v	ap
S/2002 J1	23 765 118	748.7	0.2236835	163.25372	3.5	23.0	2.30
S/2001 J4	23 830 940	752.4	0.3255418	150.42990	2.5	22.6	2.31
Sinope - J 9	23 848 000	753.2	0.108 to 0.425	132.3 to 179.4	28	18.3	2.31
S/2003 J5	24 019 614	761	0.2095471	165.00518	3.5	22.0	2.32
S/2000 J2 - Kalyke - J 23	24 135 612	767	0.3177403	165.79188	5	21.5	2.33
S/2003 J10	24 184 590	768.4	0.2137608	164.09424	1.8	23.6	2.33
S/2001 J1	24 413 086	778.0	0.4586342	152.05566	4	22.0	2.36
S/1999 J1 - Callirhoe - J 17	24 596 240	736	0.206	143	8	20.5	2.38
S/2003 J2	28 493 817	983	0.3797206	151.82729	2	23.2	2.71

a=semi-major axis ; P= period of revolution ; d=diameter ; m_v = visual magnitude at opposition ;
 ap= apparent semi major axis at opposition
 inclination on celestial equator (variation in the interval 1900 to 2050) for J-6 to J-13
 inclination on ecliptic for the other satellites
 elements and inclination on ecliptic at epoch 2001 April 1 for S/2000
 elements and inclination on ecliptic at epoch 2002 for S/2001 and S/2002
 elements and inclination on ecliptic at epoch 2003, June 10 for S/2003 and S/2001 J8

satellites directs de Saturne

satellites	a in km	P in years	eccentricity	inclination on ecliptic	d in km	m_v	ap
S/2000 S5	11 319 009	1.23	0.1658184	48.39259	14	22.1	0.54
S/2000 S6	11 359 250	1.24	0.3592355	49.17794	10	23.0	0.54
S/2000 S2	14 985 054	1.88	0.4618653	45.86246	18	21.6	0.71
S/2000 S11	16 495 933	2.17	0.4515501	37.40368	21	20.3	0.78
S/2000 S4	17 977 236	2.46	0.6125237	34.90118	12	22.2	0.86
S/2000 S10	17 807 712	2.43	0.6093181	34.47206	8	23.2	0.85
S/2000 S3	18 201 438	2.51	0.3804753	48.50265	35	20.0	0.87

a=semi-major axis ; P= period of revolution ; d=diameter ; m_v = visual magnitude at opposition ;
 ap= apparent semi major axis at opposition
 elements at epoch 2001 for S/2000

satellites rétrogrades de Saturne (famille de Phoébé)

satellites	a in km	P in years	eccentricity	inclination on ecliptic	d in km	m_v	ap
Phoebe - S 9	12 893 240	1.496	0.17563	173.73	230 x 220 x 210	16.5	0.61
S/2000 S8	15 471 935	1.97	0.2117209	148.71370	6	24.0	0.74
S/2000 S9	18 412 670	2.55	0.2123419	169.79520	5	23.8	0.88
S/2000 S12	19 185 702	2.72	0.1445464	174.65113	6	23.8	0.91
S/2000 S7	19 957 538	2.88	0.5653018	174.91079	6	23.5	0.95
S/2000 S1	23 305 867	3.64	0.3746580	172.74556	15	22.3	1.11

a=semi-major axis ; P= period of revolution ; d=diameter ; m_v = visual magnitude at opposition ;
 ap= apparent semi major axis at opposition
 elements at epoch 2001 for S/2000

3. Les éphémérides

Actuellement, nous disposons des modèles suivants :

J-6 à J-13 : intégration numérique

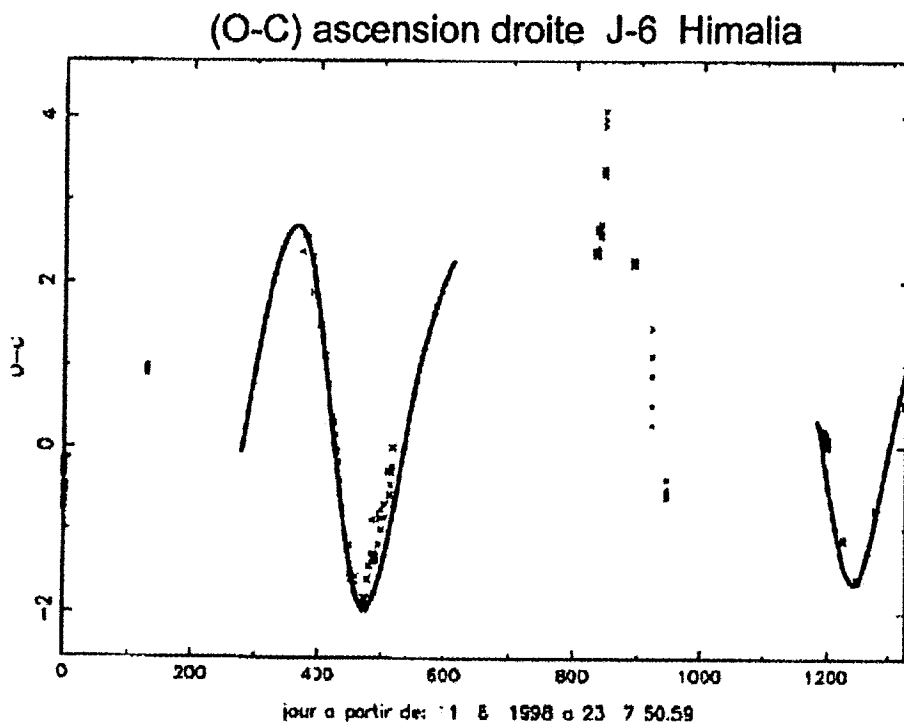
J-17 à J-27, S/XXX JX : ellipse précessante utilisant les derniers éléments publiés

S-9 : intégration numérique

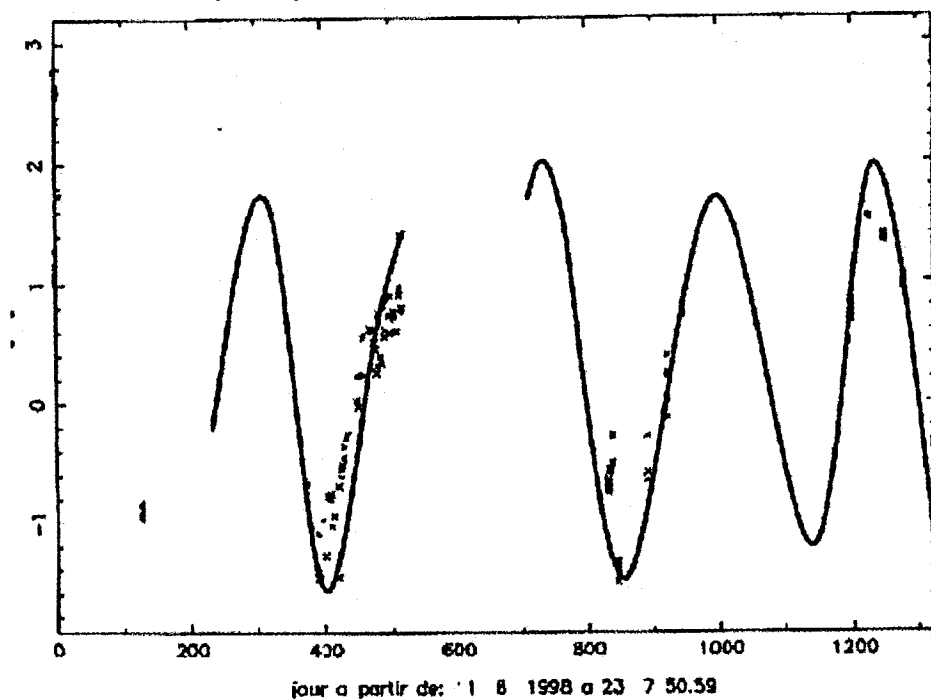
S/XXX SX : ellipse précessante

Il est nécessaire d'automatiser désormais la production d'éphémérides pour tenir compte des nouveaux satellites découverts et des observations réalisées en permanence.

On trouvera ci-dessous les (O-C) bruts concernant le satellite J-6. On voit très facilement que la périodicité des résidus vient d'une mauvaise valeur des conditions initiales de l'intégration numérique qui seront aisées à corriger grâce à ces observations.



(O-C) déclinaison J-6 Himalia



Conclusion

Satellites galiléens :

- les campagnes Phemu portent leurs fruits : grâce à l'accumulation des observations sur un intervalle de temps suffisant et grâce à la nouvelle théorie L2, des avancées sont attendues en ce qui concerne la quantification de l'accélération des galiléens.

Satellites lointains :

- l'accumulation d'observations astrométriques précises permet d'améliorer la dynamique des satellites lointains
- la photométrie des satellites lointains -totalement inconnue- nécessite un télescope automatique
- la mise en place de nouveaux modèles dynamiques nécessitent une automatisation du fait de l'augmentation du nombre de satellites

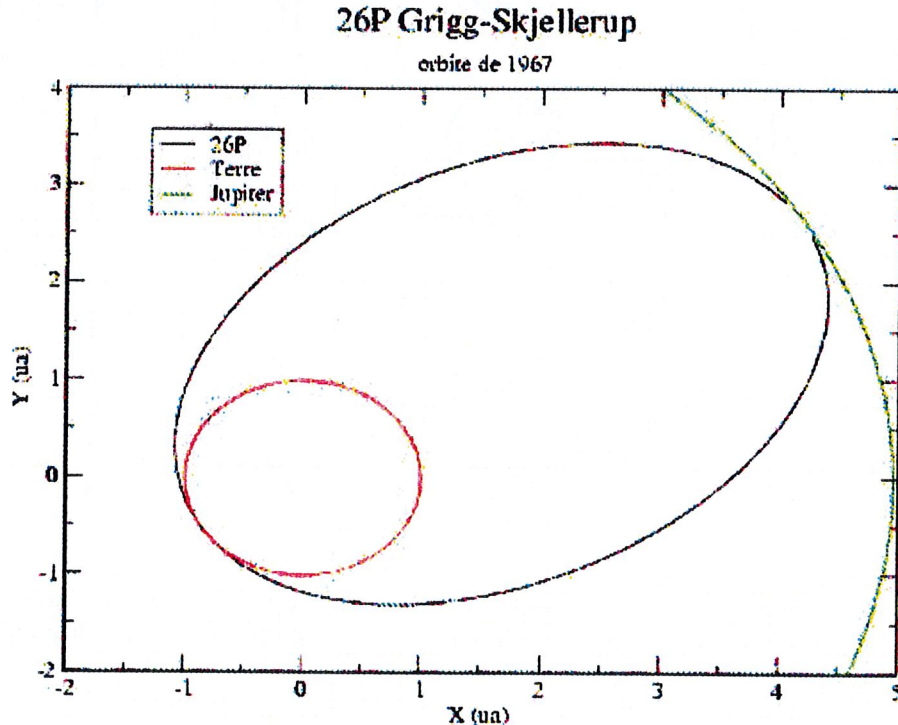
Évolution d'un essaim météoritique à courte période

Jérémie VAUBAILLON

1. Introduction

Les essaims météoritiques sont des nuages de poussières laissés par les comètes lors de leur passage à moins de 3 ua du Soleil (début de la sublimation de la glace). La multiplication des passages d'une seule et même comète engendre un courant (streams). Les météoroïdes ainsi délaissés peuvent s'observer directement par leur émission infrarouge, mais cette détection reste marginale. Leur trace la plus évidente et courante reste les météores lorsque la Terre traverse de telles structures.

Jusqu'ici notre travail de thèse s'est concentré sur les Léonides, dont le corps parent possède un période d'environ 33 ans, que nous qualifierons de "longue", en comparaison de l'objet de cette présentation. Nous nous sommes intéressés ici en effet aux Pi-Puppides (abréviation : PPU), dont le corps parent est la comète 26P/Grigg-Skjellerup, visitée par la sonde Giotto. La figure 1 montre l'orbite de 26P, en coordonnées écliptiques à J2000.0 (unités astronomiques). Il est remarquable de noter que le périhélie se situe à proximité de l'orbite terrestre (autorisant ainsi les pluies météoritiques), et l'aphélie proche de l'orbite de Jupiter, favorisant les rencontres proches. La période de cette comète étant d'environ 5 ans, nous la qualifierons de "courte".



Les Pi-Puppides sont des météores de l'hémisphère sud (coordonnées du radiant : $\alpha=110^{\text{h}}20^{\text{m}}$, $\delta=-45^{\circ}$), avec une vitesse d'entrée dans l'atmosphère très faible (18 km/s).

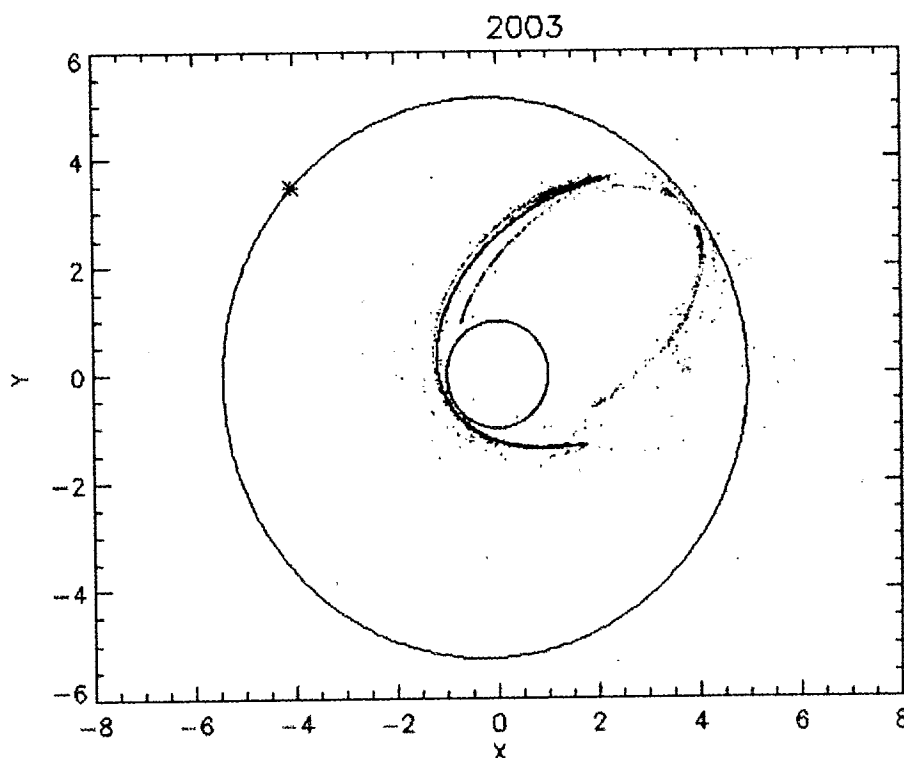
2. Approche

Notre étude a été initialisée par une discussion avec J. Duprat (CSNSM), suite à la parution d'un article de Messenger (2002) prévoyant une rencontre entre la Terre et deux nuages éjectés entre 1967 et 1992. L'approche de Messenger (2002) étant simpliste (orbites képlériennes), nous avons appliqué notre méthode à cette comète (Vaubaillon, 2002, Vaubaillon & Colas, 2002). Celle-ci tient compte des perturbations gravitationnelles et des forces non-gravitationnelles s'exerçant sur les particules. La motivation de cette étude est aussi de voir si des collectes de poussières sont possibles à partir de pluies de météores.

Les simulations conduites prennent en compte six intervalles de tailles, comprises entre 50 microns et 10 mm. Chaque intervalle comprend 10000 particules. Chaque passage au périhélie est pris en compte, de 1997 à 1848 (l'orbite du corps parent nous étant fourni par P. Rocher). Le programme a été exécuté au CINES (Montpellier) sur plusieurs dizaines de processeurs.

3. Résultats sur l'évolution des courants

La figure 2 montre l'état du courant de météoroïdes éjectés en 1873, tel qu'il apparaît en 2003.



On peut voir que le courant s'étend sur plusieurs unités astronomiques, et boucle même l'orbite du corps parent. On distingue aussi des sous-courants, résultant de rencontres proches avec la planète géante. Des variations de densité de particules le long de l'orbite parente sont visibles à divers endroits. La conséquence principale est qu'une pluie de météores peut survenir alors que le corps parent se trouve à l'aphélie. De même, on peut avoir plusieurs pluies à partir d'un seul et même essaim, provenant d'un seul passage au périhélie. Le retard entre la tête et la queue du courant ne permet plus de distinguer l'un de l'autre à plus long terme.

4. Pi-Puppides de 2003 et conclusion

À l'instar de Messenger (2002) nous avons aussi effectué des prévisions pour l'année 2003. Les tailles de particules sont de l'ordre de 50 à 100 microns. Nos résultats montrent une rencontre entre deux nuages et la Terre dans la journée du 23 avril. Mais contrairement à Messenger (2002), les courants pris en compte ici sont ceux éjectés en 1957 et 1961. On voit donc que les perturbations gravitationnelles des planètes sont loin d'être négligeables. Suite à ce résultat, une annonce a été faite pour qu'il y ait un maximum d'observateurs et d'observations. Malheureusement, les tailles des particules étant très réduites, les météores n'étaient visibles qu'en radio. Les observateurs de l'hémisphère nord bien équipés n'avaient pas une élévation du radiant suffisante pour mener à bien leurs observations. Les observateurs de l'hémisphère Sud n'étaient pas équipés en matériel radio pour pouvoir détecter les météores. Notons que la vitesse de rentrée dans l'atmosphère ajoutait au caractère non observable de cette pluie. D'un autre côté, puisqu'aucune observation positive n'a été mise en évidence, il est impossible de savoir si nos prévisions étaient correctes ou non. Or aucune autre pluie de radio-Pi-Puppides n'est prévue dans un futur proche (les dix années à venir).

Bibliographie

- Messenger, 2002, Opportunities for the stratospheric collection of dust from short-period comets, *Meteoritics and Planetary Science*, **37**, 1491-1506
- Vaubailon, J. 2002, Activity level prediction for the 2002 Leonids, WGN, *Journal of the International Meteor Organization*, **30**, 144-148.
- Vaubailon J. Colas F., 2002, Evolution of a meteor stream and Leonids 2002 forecastings, *Proceedings of Asteroids, Comets, Meteors - ACM 2002*. International Conference, 29 July - 2 August 2002, Berlin, Germany. Ed. Barbara Warmbein. ESA SP-500. Noordwijk, Netherlands : ESA Publications Division, ISBN 92-9092-810-7, 181-184.



Navigation interplanétaire : implication de l'IMCCE

J. Berthier

1. Introduction

Depuis le début des années 1980, l'IMCCE est impliqué dans la préparation et l'exploitation de projets spatiaux à caractère scientifique, tel que :

- Hipparcos
- Mission Phobos
- Projet Vesta
- Exploration Jupiter
- Exploration Lune (Clémentine)
- ISO
- BeppoSax
- Rosetta
- Exploration Mars (MSR, Premier)
- GAIA

La majeure partie de ces travaux est faite dans le cadre d'actions de Recherche et Technologie pour le compte d'agences spatiales telles que le CNES ou l'ESA. Actuellement, plusieurs projets impliquent fortement l'IMCCE :

- ⇒ la navigation interplanétaire autonome embarquée, en vue de l'exploration du système solaire (contrat Astrium, 2002-2003) ou en vue de l'exploration martienne (dossier exploratoire interplanétaire CNES, 2002-2004),
- ⇒ les projets NEIGE et TIPO pour l'exploration martienne (étude préparatoire, CNES/ESA, 2002-2010),
- ⇒ le projet GAIA de cartographie 3D de notre galaxie (études préparatoires, 1999-2010).

2. La navigation optique

2.1. Enjeux et intérêts

L'enjeu actuel de la navigation interplanétaire optique est la maîtrise de cette technique par les agences spatiales européennes alors que les États-Unis la testent d'ores et déjà sur la sonde Deep Space 1 en plus d'autres nouveautés technologiques (propulsion ionique, télécommunications, micro-électronique, instrumentation, etc.). L'intérêt de cette technique, à terme, est de permettre une détermination plus fiable de l'orbite du véhicule interplanétaire en multipliant les sources d'information. De plus, cette technique permettra de disposer d'un système de navigation autonome embarqué qui doit permettre au véhicule de prendre des décisions (relatives à la navigation) par lui-même et d'offrir, entre autres, une plus grande autonomie au véhicule, une plus grande souplesse dans la mission et une réduction des coûts de fonctionnement au niveau des centres de contrôles terrestres. En outre, la navigation optique fait partie du futur de l'exploration interplanétaire tant elle est rendue nécessaire face au déploiement d'un nombre toujours plus grand de petits véhicules scientifiques.

2.2. Objectifs et contraintes

Le système de navigation d'un véhicule interplanétaire doit être conçu de tel sorte que la séquence des manœuvres doit permettre des manœuvres stochastiques (dispersion due aux moteurs, correction des erreurs de navigation) et déterministes (petites corrections).

La contrainte la plus forte sur la navigation d'un véhicule interplanétaire est que les corrections apportées sur la trajectoire doivent être faites pour un coût minimum en terme de variation de vitesse (ΔV). Cette logique doit être présente à chaque phase de développement de la technique de navigation optique comme c'est le cas depuis toujours dans l'analyse des missions spatiales. En outre cela doit permettre de définir la précision astrométrique à laquelle on doit tendre pour optimiser la fréquence et l'importance des corrections de trajectoire.

Une deuxième contrainte provient de l'introduction de la propulsion électrique dans les véhicules interplanétaires. Son implication sur la navigation doit être étudiée car dans ce cas les trajectoires ne sont plus tout à fait balistiques comme c'est le cas dans la navigation gravitationnelle suite à l'existence d'une accélération faible mais continue dans le temps. En outre, cette propulsion s'effectue tangentiellement à la trajectoire de sorte que les paramètres orbitaux du véhicule deviennent difficilement estimables par le seul biais du suivi radar (données radiales). Il est donc impératif, pour une navigation utilisant un mode de propulsion électrique, d'obtenir des observations dans le plan de l'orbite. C'est ce que permet de faire la navigation optique.

Une contrainte importante pour la navigation autonome provient du fait que les opérations doivent être réalisées à bord du véhicule. Cela implique d'optimiser les temps de calcul, de valider à l'extrême les codes informatiques et de prévoir l'interaction avec les autres modes de navigation.

2.3. Principes

On appelle navigation optique ou navigation aux étoiles la détermination de la position et de la vitesse d'un véhicule dans le système solaire à partir de sa position relative à un corps du système solaire mesurée par rapport à des étoiles de référence. C'est à partir d'une série de mesures de cette nature et d'éphémérides des corps célestes que, par triangulation, le véhicule détermine sa trajectoire. Cette technique sous-entend la notion de navigation autonome (embarquée) car, réalisée au sein même du véhicule, elle lui apporte les moyens de déterminer sa trajectoire dans le système solaire.

La navigation optique s'applique, différemment, selon le cas de figure. Dans le cas d'une phase d'approche, la détermination de la trajectoire du véhicule est faite relativement au système planétaire ou au petit corps visité. L'attitude du véhicule est alors obtenu dans un référentiel relatif au corps. Dans ce cas, la cible astrométrique est un satellite naturel ou le petit corps lui-même. Lorsque le véhicule se retrouve proche de ce dernier, la navigation peut être réalisée ou complétée par des observations topographiques de détails à la surface du corps ou par d'autres moyens classiques (radar par exemple). Dans le cas d'une phase de croisière, l'attitude du véhicule est obtenu dans un référentiel absolue (inertiel). Dans ce cas, la cible astrométrique est un ensemble d'astéroïdes sélectionnés sur des critères d'observabilité (la magnitude de la cible est accessible au détecteur) et d'implication sur la navigation (par exemple, dans la direction du cap et dans une direction perpendiculaire comme en navigation aérienne).

À titre d'exemple, la navigation réalisée par la sonde Near-Shoemaker lors de son approche de l'astéroïde 433 Eros a débuté 3 jours avant la rencontre et s'est terminée 0.5 jours avant. La séquence d'observation a consisté en la prise de 4 images toutes les 4 heures avec une précision de 40 μ rad (soit 8.25 arcsec). L'impact sur la trajectoire de la sonde est présenté dans le tableau 1.

	<i>Ellipse d'incertitude dans le B-plane</i>	<i>Incertitude le long de la trajectoire</i>
Sans nav. optique	189 / 94 km	142 km
Avec nav. optique	21 / 19 km	89 km

Tableau 1 : Impact de la navigation optique sur la trajectoire de la sonde Near-Shoemaker en phase d'approche de sa cible

Autre exemple, le système de navigation de la sonde Deep Space 1 consistait en un système optique d'un diamètre de 100 mm et d'une focale de 670 mm. Un détecteur CCD de 1024x1024 pixels d'une taille de 9 μm assurait la prise d'images. En une seconde de pose, la magnitude observée était 13 et la résolution angulaire du système était de 13.4 $\mu\text{rad}/\text{px}$, soit 2.76 arcsec/px. En phase de croisière, après une analyse faite sur 28 jours d'observation, la précision sur la position de la sonde dans le référentiel inertiel était de 2000 à 4000 km si la triangulation était faite sur des objets situés entre 1 et 2 UA du véhicule.

3. Implication de l'IMCCE

L'expérience et les compétences que peut apporter l'IMCCE dans le développement de la navigation interplanétaire optique couvre les domaines suivants :

- **Extrapolateur d'orbites** : calcul d'éphémérides des petits corps du système solaire et des véhicules interplanétaires (objet du marché 772/CNES/99/7747/00)
- **Restitution d'orbites** : ajustement des paramètres de l'orbite du véhicule à partir des mesures astrométriques. L'IMCCE maîtrise cette technique dans le cadre de mesures radar ou VLBI
- **Éphémérides des corps célestes** : systèmes de référence spatiaux-temporel, théories planétaires, dynamique orbitale
- **Aspect physique et dynamique des corps du système solaire** : manipulation de bases de données relatives à ces corps et calcul d'éphémérides pour l'observation physique (objet du marché 871/96/CNES/0724)
- **Réduction astrométrique** : détermination de la position angulaire du véhicule
- **Imagerie CCD à but astrométrique** : prise d'images, analyse photométrique (reconnaissance de champ, mesure de photocentre)

À ce titre, depuis 2003, l'IMCCE collabore aux Centres de Compétence Technique du CNES (CCT Mécanique Orbitale). Ils ont été mis en place par le CNES dans le but de fédérer une communauté technique assurant la diffusion de l'information technique et la dissémination des compétences.

4. Références

- J. Berthier. Élaboration d'un outil d'extrapolation des orbites interplanétaires. *Technical report*, marché 772/CNES/99/7747/00, Institut de mécanique céleste, 2000.
- S. Bhaskarn, S.D. Desai, P.J. Dumont, B.M. Kennedy, G.W. Null, W. Mr. Owen, J.E. Riedel, S.P. Synott, and R.A. Werner. Orbit determination performance evaluation of the Deep Space 1 autonomous navigation system. In *Proc. Of the AAS/AIAA Space Flight Mechanics meeting*, Monterey, CA, 1998.
- S. Bhaskarn, J.E. Riedel, S.P. Synott. Autonomous optical navigation for interplanetary missions. In *Proc. Of the conf. Space sciencecraft control and tracking in the new millenium*, Denver, CO, Aug. 6-8, 1996.

S. Champenois. Rapport sur la faisabilité concernant la sonde Mars Sample Return. *Technical report*, Institut de mécanique céleste, 1999.

Deep Space 1 Launch - press kit. *Technical report*, NASA, 1998.

ESTEC. Autonomous and advanced navigation techniques. *Technical report*, Doc. AANT-GMV-TN-3140 Issue 2, 1996.

ESTEC. Autonomous onboard navigation for interplanetary missions - Statement of work. *Technical report*, CRD-FA-SOW-1-99 Issue 2.8, 2000.

A. Fienga et J. Berthier. Les différents systèmes de référence utilisés en analyse de mission : de l'EME2000 à DE405. *Notes scientifiques et techniques* SO71, Institut de mécanique céleste, 2000.

cinquième année martienne d'intégration. L'épaisseur de glace est exprimée en millimètre.

Plus de 100 mm de glace se sont accumulés autour de Pavonis et Olympus Montes provoquant la formation probable de glaciers équatoriaux massifs. Ces zones apparaissent corrélées avec certaines observations géologiques de paléo-glaciers (moraines, glaciers rocheux) sur les flancs ouest de ces quatre sommets (Head et Marchant, 2003). A cause de l'augmentation sensible de l'insolation estivale, la perte annuelle de la calotte polaire augmente fortement avec l'obliquité. Elle croît de 6.5 mm/an à près de 60 mm/an de 35 à 45° d'obliquité. Contrairement à Mischna *et al.* (2003), aucune accumulation d'eau stable n'a été trouvée dans les hautes latitudes de l'hémisphère Nord pour des obliquités proches de 35°.

La figure 2 indique que durant l'intervalle 5-10 Ma, l'obliquité passe la majorité du temps au dessus de l'obliquité critique, conduisant à la formation probable d'un réservoir prédominant de glace équatoriale. Avec les taux de transfert précédemment estimés, une calotte de 3 km d'épaisseur disparaîtrait entièrement en seulement quelques cycles d'obliquité. Toutefois, lorsque la sublimation de la calotte Nord s'intensifie, la formation progressive d'une couche de poussière protectrice limitant la communication entre la calotte et l'atmosphère, pourrait limiter la quantité de vapeur transportée vers l'équateur, nécessaire à la création du réservoir équatorial. Celle-ci est peu sensible à la position de la source initiale de glace à la surface de Mars. Une source placée au pôle Sud ou dans les hautes latitudes finirait irrémédiablement sa course dans les zones tropicales précédentes à haute obliquité.

La transition vers des obliquités plus basses durant les 5 derniers Ma provoque une instabilité du réservoir équatorial précédemment formé au profit des zones polaires. Dans une seconde série de simulations, nous avons étudié l'évolution d'une source équatoriale pour des obliquités inférieures à l'obliquité critique. Une source initiale d'eau en surface a été placée sur les sommets Arsia et Pavonis Montes. Pour des obliquités basses variant de 15° à 25°, la calotte équatoriale se sublime rapidement au profit des deux zones polaires et de la glace s'accumule de façon stable au delà de 60° de latitude dans les deux hémisphères. La figure 4 montre la quantité annuelle minimale d'eau à la surface de Mars pour l'obliquité 15° durant la 11^{ème} année martienne, très proche de la plus basse obliquité atteinte durant les 5 derniers Ma.

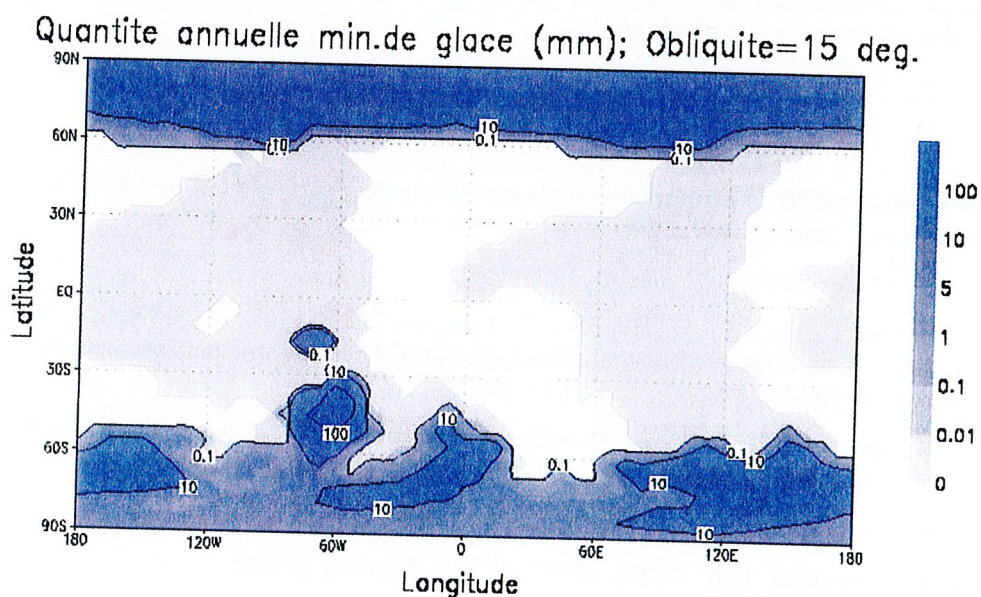


Fig. 4 : Évolution de l'obliquité martienne sur les 10 derniers Ma (Laskar *et al.*, 2002).

Elle illustre l'importante extension latitudinale des zones de stabilité de la glace au delà de 60° de latitude et la similitude notable avec les observations de GRS (Figure 1), en particulier pour l'hémisphère Nord où la déposition de glace croît avec la latitude. Plus de 10 mm de glace s'est accumulée dans la zones polaire nord en 10 ans, donnant un taux d'accumulation supérieur à 1 mm/an. Une dizaine de mètres de glace pourrait ainsi se former sur une fraction (10 000 ans) d'un

cycle d'obliquité. Un point important est que ces résultats sont peu sensibles à la position initiale de la calotte équatoriale. Nous avons obtenu les mêmes résultats en partant de l'état final d'une simulation à 35° d'obliquité après 15 années d'intégration et en réduisant brusquement l'obliquité vers des valeurs plus basses.

Nous suggérons ainsi que tant qu'un réservoir équatorial existe, la sublimation de ce réservoir provoque un gradient de vapeur important entre l'équateur et les zones polaires forçant une diffusion et un transport d'eau vers les zones de hautes latitudes des deux hémisphères. Lorsque ces zones redeviennent instables, la formation progressive d'une couche de poussière isolante pourrait permettre la conservation d'une fraction importante de la glace accumulée. Ce mécanisme permet d'interpréter simplement la formation de l'ensemble des dépôts sédimentaires en couches observés dans les hautes latitudes des deux hémisphères et dans les calottes polaires. En outre, cela apparaît compatible avec l'observation de certaines morphologies périglaciaires (polygones de dessiccation) observés uniquement dans les hautes latitudes des deux hémisphères (Mangold, N., communication personnelle). Après la disparition du réservoir équatorial dans le régime de basse obliquité, les variations d'obliquité provoqueraient alors un échange cyclique d'eau entre les réservoirs présents dans les hautes latitudes des deux hémisphères. La plus basse altitude de l'hémisphère Nord pourrait alors le favoriser au profit de l'hémisphère Sud.

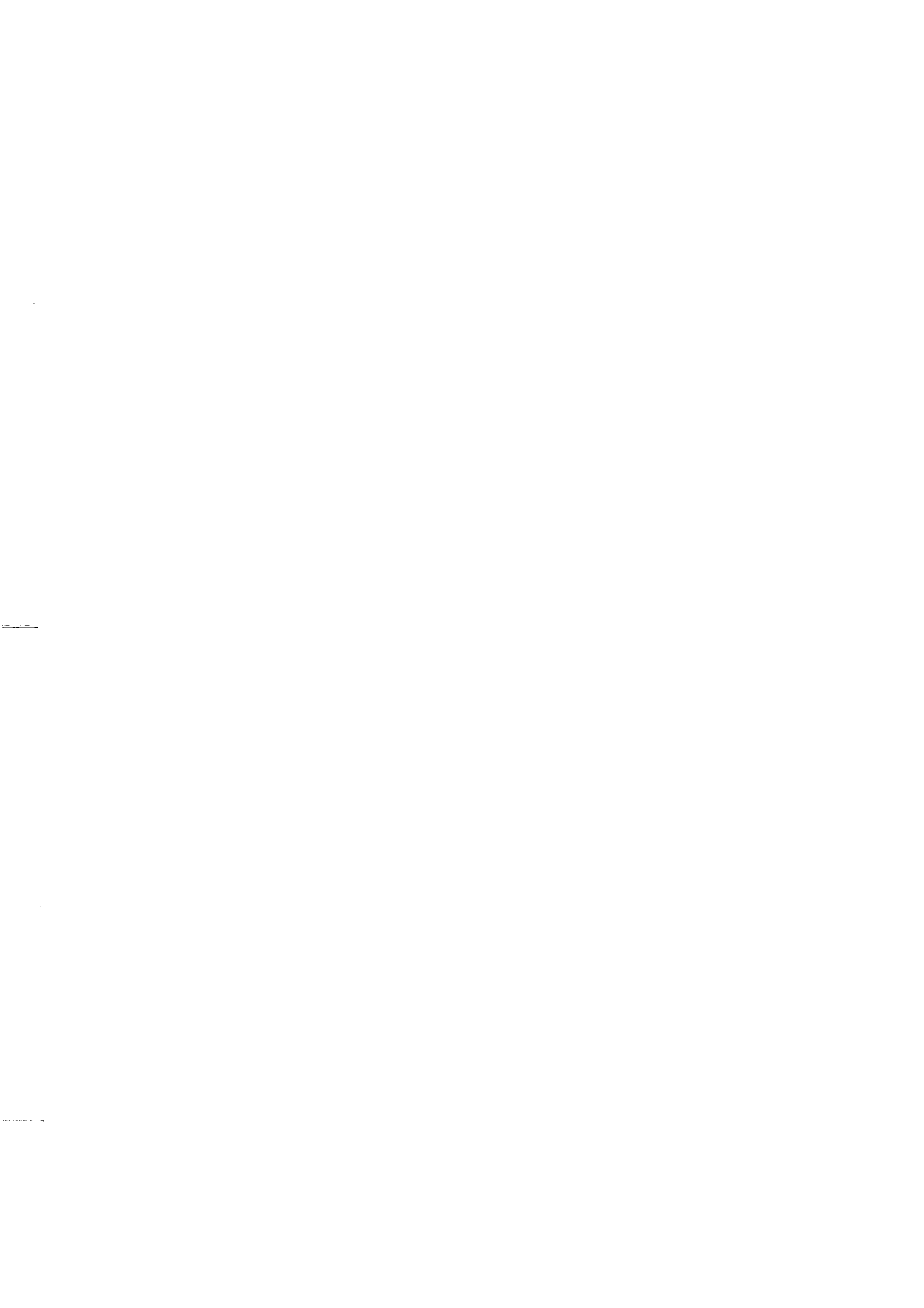
4. Conclusion

Les modèles climatiques de Circulation Générale martien suggèrent que la glace d'eau observée en subsurface proche par GRS illustrent les variations récentes des zones de stabilité de la glace d'eau avec les changements des paramètres orbitaux et axiaux de la planète. Contrairement à Mischna *et al.* (2003), nous proposons que la présence d'eau dans les hautes latitudes des deux hémisphères provient de l'instabilité et la redistribution récente à basse obliquité d'un réservoir de glace équatorial formé durant le passage à haute obliquité (5-10 Ma). La co-déposition et la sédimentation de poussière atmosphérique permet de retarder la sublimation de glace instable, permettant la préservation des dépôts et la formation périodique à grande échelle de couches sédimentaires durant chaque cycle d'obliquité.

Références

- [1] Boyton, W.V. *et al.* : 2002, Distribution of hydrogen in the near surface of Mars : Evidence for subsurface ice deposits, *Science*, **297**, 81-85.
- [2] Feldman, W.C. *et al.* : 2003, *JGR Planets*, submitted.
- [3] Forget, F., Hourdin, F., Fournier, R., Hourdin, C., Talagrand, O., Collins, L., Lewis, S.R., Read, P.L. and Huot, J.P. : 1999, Improved General Circulation Models of the Martian atmosphere from the surface to above 80 km, *J. Geophys. Res.*, **104**, 24 155-24 176.
- [4] Jakosky, B.M. and Carr, M.H. : 1985, Possible precipitation of ice at low latitudes of Mars during periods of high obliquity, *Nature*, **315**, 559-561.
- [5] Haberle, R.M. *et al.* : 2000, *LPSC XXXI*, Abstract #1509.
- [6] Head, J.W. and Marchant, D.R. : 2003, *LPSC XXXIV*, Abstract # 1247.
- [7] Hourdin, F. : 1992, Etude et simulation numérique de la circulation générale des atmosphères planétaires, *Thèse de Doctorat*, Université Paris VII.
- [8] Laskar, J. and Robutel, P. : 1993, The chaotic obliquity of the planets, *Nature*, **361**, 608-612.
- [9] Laskar, J., Levrard, B., and Mustard, J.F. : 2002, Orbital forcing of the martian polar layered deposits, *Nature*, **419**, 375-377.
- [10] Mellon, M.T. and Jakosky, B.M. : 1995, The distribution and behavior of Martian ground ice during past and present epochs, *J. Geophys. Res.*, **100**, 11781-11800.

- [11] Mischna, M. A. ; Richardson, M. I. ; Wilson, R. J. ; McCleese, D. J. : 2003, On the orbital forcing of Martian water and CO₂ cycles : A general circulation model study with simplified volatile schemes, *J. Geophys. Res.*, **108 (E6)**, doi :10.1029/2003JE002051.
- [12] Mitrofanov, I. *et al.* : 2002, Maps of subsurface hydrogen from the High Energy Neutron Detector, Mars Odyssey, *Science*, **297**, 78-81.
- [13] Montmessin, F. : 2003, Aspects microphysiques de l'atmosphère martienne : de la poussière aux nuages de glace d'eau, *Thèse de Doctorat*, Université de Paris VI.
- [14] Richardson, M.I. and Wilson, R.J. : 2002, Investigation of the nature and stability of the Martian seasonal water cycle with a general circulation model, *J. Geophys. Res.*, **107(E5)**, doi :10.1029/2001JE001536.



Outils numériques de TRIP

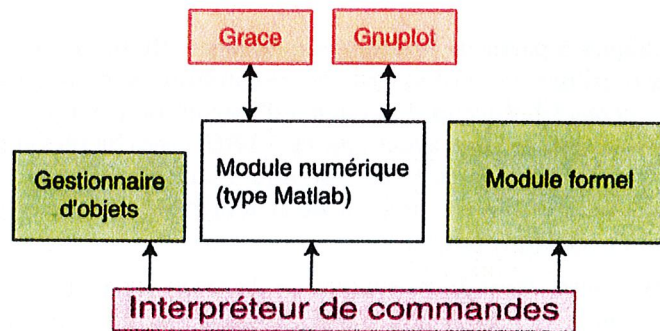
Mickaël Gastineau, Jacques Laskar

Introduction

Lors de l'exploitation de données, issues par exemple d'intégrations numériques, plusieurs outils numériques sont nécessaires pour effectuer les études : tracé rapide de graphiques, analyse en fréquence, etc. Ces différents outils requièrent que les données soient dans un certain format pour être échangeable entre les outils. L'intégration de ces différents outils au sein d'une même interface a été envisagée dès 1998. Plusieurs environnements de traitements numériques existaient : Matlab, Octave notamment. Ces logiciels présentaient des contraintes : disponibilité sur certains systèmes d'exploitation seulement, sources non disponibles. L'intégration d'un module numérique à TRIP a été retenue : cela permettait de bénéficier d'un interpréteur de commandes déjà écrit et de compléter le module formel de fonctions numériques. Par ailleurs, la simplicité d'utilisation, tant pour la lecture de données que les autres traitements, a été un critère important.

Fonctionnalités du module numérique de TRIP

L'intégration du module numérique dans l'architecture de TRIP est présentée dans le schéma suivant.



Vecteurs numériques

TRIP manipule un niveau type d'objet : les vecteurs numériques. Le module numérique de TRIP fonctionne uniquement avec ces objets. Ces vecteurs numériques peuvent être réels ou complexes. La déclaration de ces objets est implicite sauf pour la lecture où une déclaration explicite est préalablement nécessaire. La taille des vecteurs est seulement limitée par le système d'exploitation. Toutes les opérations usuelles sont applicables sur ces vecteurs auxquelles s'ajoutent le tri, la sélection d'éléments, les conditions ternaires. L'affectation ou l'extraction d'une partie d'un vecteur numérique est également possible en une seule instruction.

Entrée/Sortie de données

Les différents traitements de données nécessitent la lecture et l'écriture de fichiers de données. Ces fichiers de données sont des fichiers textes contenant des colonnes de nombres.

La lecture de ces données, assurée par la commande `read`, est très souple. Dans un fichier, seules une ou plusieurs colonnes peuvent être lues. La lecture est réalisée par défaut sur toutes les lignes du fichier mais il est possible de lire seulement un certain nombre de lignes. L'exemple suivant démontre les multiples possibilités offertes par la lecture.

```
/* Lecture des 5 colonnes */
vnumR t, k, h, q, p ;
read("ORB0.ASC",t, k, h, q, p) ;

/* lecture des colonnes 4 et 5 */
vnumR q2, p2 ;
read("ORB0.ASC", (q2,4), p2) ;

/*Lecture d'une ligne sur dix */
read("ORB0.ASC",[: :10], t, k, h, q, p) ;

/*Lecture de la ligne 10 a la ligne 50 */
read("ORB0.ASC",[10 :50], t, k, h, q, p) ;
```

L'écriture de ces vecteurs numériques est également disponible à l'aide des commandes `write/writes`.

Tracé de graphiques

Le tracé rapide de graphiques à partir de vecteurs numériques a été inclus pour interpréter les résultats obtenus. Le choix d'utiliser un outil externe de visualisation a été pris car la gestion de tracé (interface utilisateur) dépend beaucoup du système d'exploitation et nécessite de très gros développements. A la manière d'Octave, nous avons interfacé TRIP avec Gnuplot et Grace. Gnuplot est disponible sur toutes les plate-formes et Grace est limité aux interfaces X11 actuellement. L'utilisation de ces logiciels permet d'avoir accès à de nombreuses options et de disposer de différents formats de sorties : `postscript`, `pdf`,

L'intérêt d'utiliser TRIP comme frontale de gnuplot ou de grace est de disposer d'un langage de commandes complet. En effet, gnuplot et grace ne dispose pas de toutes les commandes d'un langage moderne : par exemple, les boucles (`for`, `while`,...) sont absentes.

L'utilisateur peut choisir son outil de visualisation en utilisant la variable globale `_graph`. L'utilisateur trace ses courbes en 2D et 3D avec les commandes `plot/replot`. L'utilisateur a accès à l'interpréteur de commandes de Gnuplot et Grace en utilisant la commande `gnuplot` ou `grace`. Il peut dès lors saisir des commandes `gnuplot` ou `grace`. La fin de la session `gnuplot` se termine par la commande `end`. Une sortie `postscript` des graphiques est assurée par les commandes `plotps` et `plotps_end`.

L'exemple suivant démontre la simplicité d'utilisation pour réaliser des graphiques à partir d'un fichier de données contenant deux colonnes.

```

_graph = gnuplot ;

/* envoi de commandes a gnuplot */
gnuplot ;
set data style lines
end ;

/*lecture des donnees */
vnumR t, k, h, q, p ;
read("ORB0.ASC",t, k, h, q, p) ;

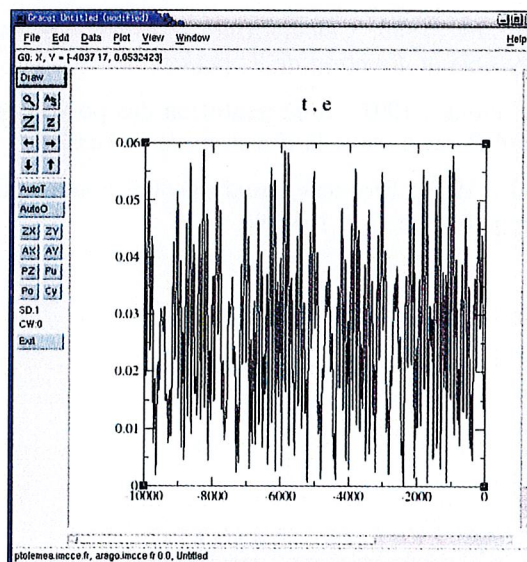
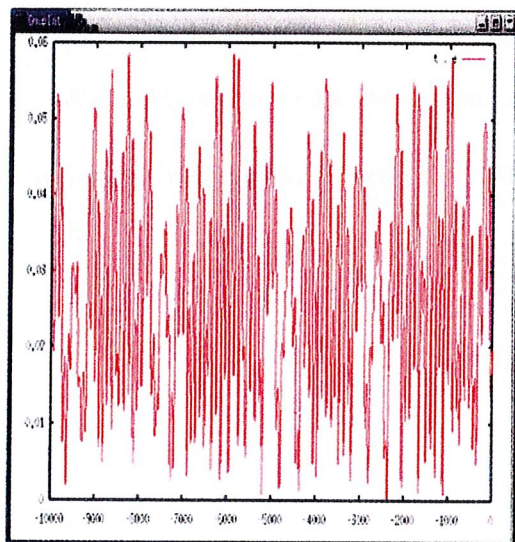
/*calcul et extraction */
ppi = atan2(k,h) ;
e = sqrt(k**2+h**2) ;
e = e[ :10000] ;
t = t[ :10000] ;
/* selection des temps ou e > 0.05 */
temax = select(e>0.05,t) ;

/*affichage */
plot(t,e) ;

/* ecriture du postscript */
plotps fig.ps ;
replot ;
plotps_end ;

```

Le graphique suivant de gauche est le résultat obtenu avec l'exemple précédent et celui de droite est obtenu par Grace en changeant uniquement la première ligne de cet exemple.



Traitement numérique

Différents traitements peuvent être appliqués aux vecteurs numériques : Analyse en fréquence, FFT, interpolation, reconstruction de séries, évaluation de séries, ...

L'analyse en fréquence a été complètement intégrée dans TRIP. Un ensemble de variables globales permettent de contrôler les différents paramètres de l'analyse en fréquence. Les amplitudes et fréquences ainsi déterminées sont stockées dans des vecteurs numériques. Les résidus sont également accessibles. L'exemple suivant réalise l'analyse en fréquence sur deux vecteurs numériques k et h et stocke respectivement les amplitudes et les fréquences dans les vecteurs numériques zamp et fre.

```
.naf_icplx=1 ;  
.naf_dtour=360*3600 ; /* en " */  
pas = t[2]-t[1] ; /* en an */  
t0 = t[1] ;  
nterm = 10 ;  
naftab(k,h,zamp,fre, size(h),pas,t0,nterm) ;
```

L'intérêt d'avoir intégré un module numérique dans TRIP est de pouvoir reconstruire des séries à partir des amplitudes et fréquences fournies par l'analyse en fréquence. De même, l'évaluation numérique d'une série en un grand nombre de points est aussi disponible en utilisant les vecteurs numériques.

Bibliographie

- Acheroff, A. : 1991, 'Construction d'un système de calcul formel adapté à la Mécanique Céleste : analyse syntaxique et langage'. *Stage DEA, Université Paris 6, sous la direction de J. Laskar.*
- Laskar, J. : 1990, 'Systèmes de variables et éléments', in D. Benest, C. Froeschlé (eds.). *Les méthodes modernes de la Mécanique Céleste* (Goutelas 1989).
- Gastineau, M. : 1996, 'Calcul formel et stabilité des systèmes planétaires'. *Stage DEA, Observatoire de Paris, sous la direction de J. Laskar.*
- To My Phuong : 1991, 'Représentation des polynômes et séries en blocs homogènes'. *Stage DEA, Université Paris 6, sous la direction de J. Laskar.*
- Laskar, J. : 1993, 'Frequency analysis of a dynamical system'. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, **56**, no. 1-2, 191-196.

Représentation analytique du mouvement de Pluton

J.-L. Simon

Résumé. La construction d'une théorie analytique du mouvement de Pluton est délicate à cause de la résonance $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$, de période environ 20 000 ans. Nous avons construit une telle théorie en calculant les perturbations sous forme de séries de Poisson d'une seule variable angulaire, en appliquant la méthode utilisée pour construire notre théorie TOP des quatre grosses planètes. Notre argument angulaire, très voisin de celui utilisé pour TOP permet de développer par rapport au temps, sans aucune difficulté, les perturbations correspondant à la résonance. Les perturbations apportées par les planètes intérieures ont été calculées au deuxième ordre des masses. Notre théorie du mouvement de Pluton a une précision de l'ordre de $0.003''$ sur [1890, 2110] et de $0.2''$ sur [1000, 3000]. Elle va être intégrée dans les solutions TOP.

1. Les solutions TOP

La méthode mise au point pour construire les solutions TOP (Theory of Outer Planets) est décrite dans Simon (2000). Les caractéristiques de ces solutions sont les suivantes :

- Elles représentent le mouvement des planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune (indiquées de 5 à 8).
- Elles utilisent les variables elliptiques classiques : $a, \lambda, k(e \cos \varpi), h(e \sin \varpi), \gamma(\sin \frac{i}{2}), \Omega$. Nous notons $\bar{\lambda}$ la longitude moyenne : $\bar{\lambda} = \lambda^0 + Nt$ où N est le moyen mouvement moyen.
- Les équations du mouvement sont les équations de Lagrange.
- Les solutions sont développées sous forme de séries de Poisson d'une seule variable angulaire :

$$x = x_0 + x_1 t + \dots + x_j t^j + S_0 + t S_1 + \dots + t^j S_j \quad (1)$$

où $S_q = \sum_r \{A_r \cos r\mu + B_r \sin r\mu\}$, l'argument angulaire μ étant une fonction linéaire du temps

- Les équations sont intégrées par une méthode itérative basée sur l'analyse harmonique.

2. Choix de l'argument

μ est donné par :

$$\mu = (N_5 - N_6)t/880 = 0.3595 t \text{ où } t \text{ est en milliers d'années.} \quad (2)$$

C'est un argument de période 17 485 ans. Il assure une meilleure convergence pour le couple Jupiter-Saturne que dans les représentations classiques, sans détériorer pour autant les perturbations correspondant aux autres couples (Simon et al., 1992). Il permet ainsi de construire une théorie valable sur un intervalle de temps de l'ordre de plusieurs milliers d'années.

Les longitudes moyennes moyennes sont reliées à μ par : $\bar{\lambda}_i - \lambda_i^0 = N_i t = q_i \mu + \varepsilon_i t$, où les quatre entiers q_i ($i = 5, \dots, 8$) sont fixés et choisis de façon à ce que les ε_i soient petits devant les moyens mouvements moyens des quatre grosses planètes.

Un argument d'une théorie classique, combinaison linéaire des longitudes moyennes moyennes devient un multiple $p\mu$ de μ :

$$r_5 \bar{\lambda}_5 + r_6 \bar{\lambda}_6 + r_7 \bar{\lambda}_7 + r_8 \bar{\lambda}_8 \implies p\mu \text{ avec } p = q_5 r_5 + q_6 r_6 + q_7 r_7 + q_8 r_8.$$

3. Perturbations de Pluton sur les grosses planètes

Pour construire une théorie précise des grosses planètes, il est nécessaire de tenir compte des perturbations apportées par Pluton sur Uranus et Neptune et donc de disposer d'une théorie analytique, au moins sommaire, de Pluton.

Il existe entre Neptune et Pluton une résonance très serrée correspondant à l'argument $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$, de période environ 20 000 ans ($\bar{\lambda}_9$ étant la longitude moyenne de Pluton). Un calcul des perturbations mutuelles Neptune-Pluton au premier ordre des masses conduit, par suite de la double intégration du demi-grand axe, à des perturbations de 4.5 radians dans la longitude moyenne de Pluton. De plus la série converge très lentement et, par exemple, les perturbations correspondant à l'argument $32\bar{\lambda}_8 - 48\bar{\lambda}_9$ sont de l'ordre de 0.001 radian (Chapront, 1984). Construire une théorie analytique de Pluton sous la forme classique de séries de Poisson des longitudes moyennes moyennes des planètes, est donc pratiquement impossible.

Dans notre représentation utilisant l'argument (2) on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} N_8 t &= q_8 \mu + 0.022 t = 106 \mu + 0.022 t \\ N_9 t &= 25.351 t = 71 \mu - 0.176 t \end{aligned} \quad (3)$$

où les coefficients du temps sont en radians par milliers d'années. La valeur du moyen mouvement de Pluton est celle obtenue à partir des intégrations numériques du JPL par Chapront (1999). La résonance $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$ correspond donc à l'argument μ et on a exactement les mêmes difficultés qu'avec la représentation classique.

4. Construction d'une théorie au premier ordre des masses de Pluton en utilisant un nouvel argument

4.1. Choix d'un nouvel argument

Une idée simple est de trouver un argument ν tel que $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$ soit représenté par l'argument 0ν de façon à développer les perturbations correspondant à la résonance en polynômes du temps. Il suffit de prendre :

$$\nu = N_8 t / 105 = 0.3632 t \text{ où } t \text{ est en milliers d'années.} \quad (4)$$

Cet argument, très voisin de l'argument (2) conduit à la relation : $N_9 t = 70\nu - 0.0715 t$ et on voit, en utilisant la première des relations (3) que la résonance est bien l'argument 0ν

4.2. Calcul des perturbations mutuelles Neptune-Pluton

Les perturbations au premier ordre des masses perturbatrices du couple Neptune-Pluton se représentent sans difficulté en séries de Poisson de ce nouvel argument. Ainsi, pour la longitude moyenne de Pluton, l'amplitude du plus gros terme périodique est de $30''$, il y a 44 termes périodiques supérieurs à $0.00001''$ et 20 termes de Poisson donnant des contributions supérieures à $0.00001''$ sur 1000 ans. La résonance donne des termes séculaires très importants sur 1000 ans mais qui restent raisonnables sur 100 ans (le terme en t^2 de la longitude moyenne de Pluton, par exemple, atteint $3792''$ sur 1000 ans, soit $37.92''$ sur 100 ans).

4.3. Théorie au premier ordre des masses de Pluton

Nous avons également calculé les perturbations mutuelles Jupiter-Pluton, Saturne-Pluton et Uranus-Pluton en séries de Poisson de ν . L'ajout des perturbations au premier ordre apportées par Pluton sur les grosses planètes permet de diviser par 5 les écarts entre notre solution du mouvement de Neptune et l'intégration numérique du JPL DE405 (Standish et al., 1998), sur 100 ans (et par 1.5 les écarts correspondant pour Uranus).

À ce stade, nous disposons également d'une théorie au premier ordre des masses de Pluton. Comme le montre la figure 1, les écarts entre notre théorie et DE405 sont, sur l'intervalle de temps [1880, 2000] inférieurs à $25''$ pour la longitude moyenne et à $6''$ pour la longitude vraie.

Comparaison du premier ordre de Pluton à DE405

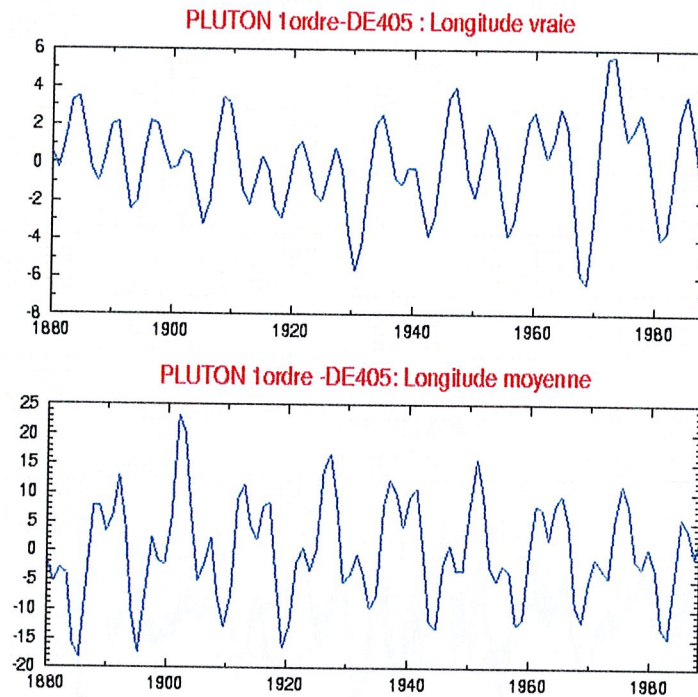


Fig. 1 : Différences entre une théorie au premier ordre des masses de Pluton et DE405 pour les longitudes vraies et moyennes, sur [1880, 2200]. L'unité est la seconde de degré.

5. Construction d'une théorie de Pluton

5.1. La méthode

Nous avons appliqué la méthode utilisée pour construire nos solutions TOP aux cinq planètes Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton avec ce nouvel argument ν .

Nous avons donc converti les séries issues de TOP pour les grosses planètes en séries de Poisson de ν . Les constantes de départ pour Pluton étaient issues de Chapront (1999). Nous les avons ensuite améliorées au fur et à mesure des itérations, par comparaison à DE405.

Nous avons résolu simultanément le système d'équations correspondant aux cinq planètes et le système correspondant aux quatre grosses planètes. En effet, les séries correspondant aux grosses planètes se représentent moins bien avec ce nouvel argument et il est nécessaire de calculer les différences entre les solutions de ces deux systèmes pour obtenir les perturbations de Pluton sur les grosses planètes avec la précision désirée.

5.2. Problèmes rencontrés

- Perturbations par les planètes intérieures.

Les perturbations apportées par les planètes intérieures ne sont pas négligeables. Elles atteignent $5''$ au premier ordre des masses et $0.02''$ au deuxième ordre. Nous les avons calculées, jusqu'à l'ordre deux des masses en utilisant les résultats récents de P. Bretagnon (2002).

Table 1. Termes séculaires de la longitude moyenne de Pluton, en " par milliers d'années

t^2	t^3	t^4	t^5	t^6	t^7	t^8	t^9
3770	397	20	7	0.7	0.1	0.03	0.0005

- La résonance $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$ (0μ).

Les termes séculaires correspondant à la résonance se comportent parfaitement et décroissent très bien en puissance du temps sur un intervalle de temps de 1000 ans. La table 1 donne la valeur des termes séculaires de la longitude moyenne de Pluton en " par milliers d'années.

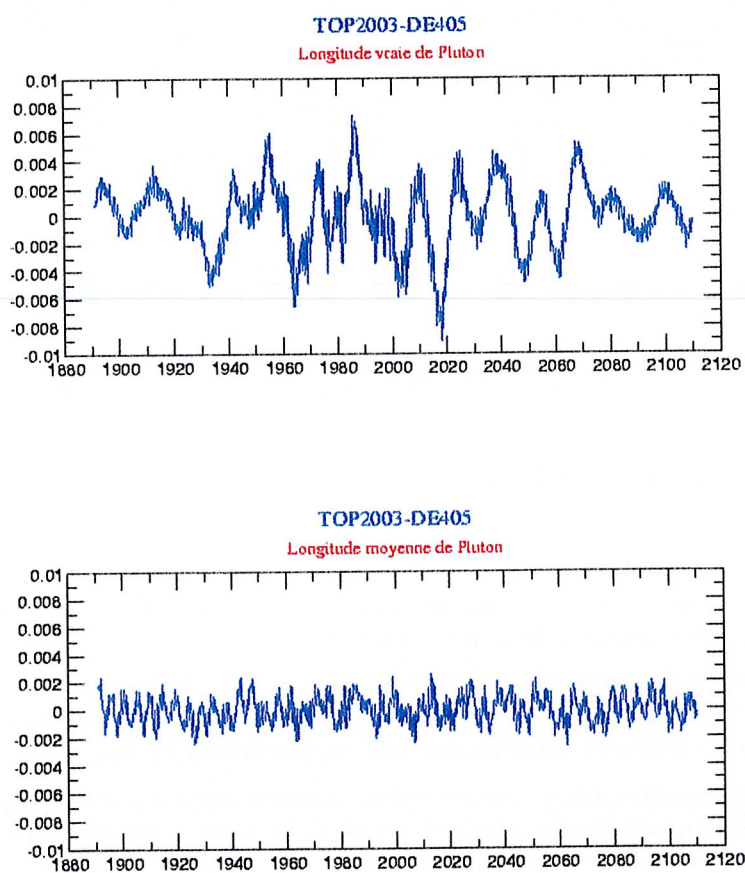


Fig. 2 : Différences entre notre théorie de Pluton et DE405 sur [1890, 2110] pour les longitudes vraies et moyennes. L'unité est la seconde de degré.

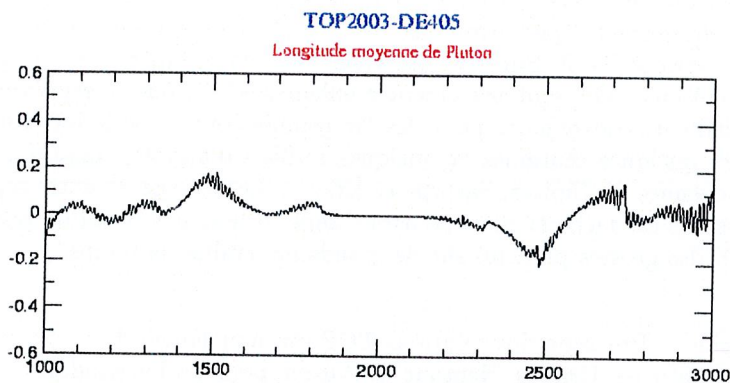
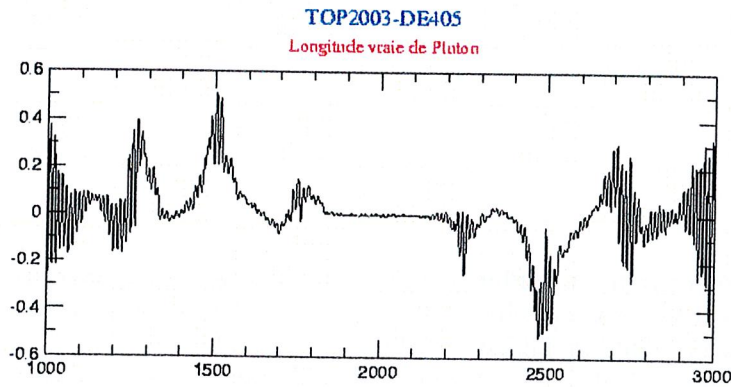


Fig. 3 : Différences entre notre théorie de Pluton et DE405 sur [1000, 3000] pour les longitudes vraies et moyennes. L'unité est la seconde de degré.

- Perturbations correspondant à l'argument $\bar{\lambda}_7 - 3\bar{\lambda}_9$. L'argument $\bar{\lambda}_7 - 3\bar{\lambda}_9$ est un argument de période 4000 ans qui correspond à l'argument 4ν , tout comme la grande inégalité Uranus-Neptune $\bar{\lambda}_7 - 2\bar{\lambda}_8$. Les perturbations correspondant à cet argument convergent mal. Elles sont de l'ordre de $700''$ pour la longitude moyenne de Pluton et ne sont déterminées qu'à quelques % près. Il en résulte une erreur sur la détermination des constantes d'intégration dont les conséquences seront discutées plus loin.

5.3. Précision de la théorie sur [1890, 2110]

La figure 2 donne les écarts entre notre théorie du mouvement de Pluton et DE405, sur l'intervalle [1890, 2110], pour la longitude vraie et la longitude moyenne. Ces écarts sont petits, inférieurs à $0.003''$ pour la longitude moyenne et à $0.008''$ pour la longitude vraie. Ils sont environ deux fois plus gros que ceux que nous avons pour notre théorie de Saturne, ce qui est excellent. On notera que ces écarts sont à courte période alors que les courtes périodes sont parfaitement déterminés dans notre théorie. Ils peuvent être dus à des perturbations au troisième ordre des masses apportées par les planètes intérieures mais aussi provenir d'erreurs sur les courtes périodes induites par les erreurs sur les constantes d'intégration causées par la mauvaise convergence des perturbations correspondant à l'argument $\bar{\lambda}_7 - 3\bar{\lambda}_9$.

5.4. Précision de la théorie sur [1000, 3000]

La figure 3 donne les écarts, sur l'intervalle [1000, 3000], entre notre théorie du mouvement de Pluton et l'intégration numérique du JPL DE406 qui est un prolongement de DE405 sur l'intervalle de temps [-3000, 3000]. Ils atteignent $0.2''$ pour la longitude moyenne et $0.5''$ pour la longitude vraie. Ils sont environ dix fois plus gros que ceux obtenus pour notre théorie de Saturne, ce qui reste

tout à fait satisfaisant. Sur des intervalles de temps plus longs, la précision de la théorie se dégrade assez rapidement mais il faut noter que la résonance Neptune-Pluton correspond, en réalité, à une libration et que représenter les perturbations de Pluton en séries de Poisson sur plusieurs milliers d'années n'a guère de sens.

6. Conclusion

La théorie analytique du mouvement de Pluton que nous avons construite est la première du genre. Sa précision est nettement supérieure à celle des observations sur 200 ans et reste très satisfaisante sur 2000 ans. Elle va maintenant être intégrée dans les solutions TOP.

La précision des solutions TOP pour les cinq planètes Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton est illustrée par la table 2 qui donne, pour les longitudes moyennes, les précisions de nos solutions sur divers intervalles de temps.

Notons que, sur un intervalle de temps de 100 ans, les solutions VSOP200X (Bretagnon, 2002) sont environ cinq fois meilleures pour Jupiter et Saturne (*cf.* Fienga et Simon, 2003). Ceci est dû au fait que la modélisation des perturbations par les planètes intérieures est évidemment moins bonne dans les solutions TOP. Sur des intervalles de temps supérieurs ou égaux à 1000 ans, en revanche, les solutions TOP sont nettement meilleures. C'est que la représentation à un argument assure une meilleure convergence pour des "moyennes courtes périodes" (arguments de périodes comprises entre quelques centaines et quelques milliers d'années), faisant intervenir les longitudes moyennes moyennes de Jupiter, Saturne et Uranus. Le passage de notre représentation à la représentation classique est facile et nous pourrions donc utiliser nos résultats pour améliorer les solutions VSOP200X des grosses planètes sur de grands intervalles de temps.

Table 2. Précision des solutions TOP du mouvement de Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton, pour les longitudes moyennes, sur différents intervalles de temps

	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
[1880, 2000]	0''0015	0''003	0''002	0''0015	0''003
en km \Rightarrow	5.6	20	28	33	87
[1000, 3000]	0''008	0''018	0''006	0''008	0''2
en km \Rightarrow	30	124	83	174	5800
[-4000, + 8000]	0''5	0''8	1''	0''6	
en km \Rightarrow	1885	5512	14000	13000	
[-8000, + 12 000]	15''	45''	30''	20''	

Références

- Bretagnon, P. : 2002, *Communication privée*.
- Chapront, J. : 1984, Approximation methods in celestial mechanics. Application to Pluto's motion. *Celest. Mech.*, **34**, 165.
- Chapront, J. : 1999, *Communication privée*.
- Fienga, A., Simon, J.-L. : 2003, Théories planétaires de l'IMCCE. Bilan et perspectives, 59.
- Simon, J.-L. : 2000, La solution analytique TOP2000 pour le mouvement des grosses planètes. *Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes S076*, 77.
- Simon, J.-L., Joutel, F., Bretagnon, P., 1992, Calcul des perturbations mutuelles des quatre grosses planètes en fonction d'une seule variable angulaire, *Astron. Astrophys.*, **265**, 308.
- Standish, E.M., Newhall, XX, Williams, J.G., Folkner, W.F. : 1998, JPL planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405, JPLIOM.

Les solutions planétaires de l'IMCCE Bilan et perspectives (*)

A. Fienga, J.-L. Simon

1. Introduction

Deux solutions planétaires sont construites à l'IMCCE. Les solutions TOP du mouvement des quatre grosses planètes et de Pluton décrites par ailleurs (Simon, 2003) et les solutions VSOP de l'ensemble des planètes principales. Ce sont ces solutions VSOP dont la construction a été conduite par P. Bretagnon que nous allons décrire ici. Après un rappel des caractéristiques principales des solutions VSOP, nous discuterons la précision des solutions récentes VSOP200X que P. Bretagnon nous a laissées et indiquerons quelques améliorations possibles. Nous évaluerons les limitations intrinsèques à une solution analytique du mouvement des planètes et les comparerons aux précisions des observations spatiales récentes. Nous verrons que pour répondre aux besoins de grande précision des missions futures, il est nécessaire de développer une solution numérique ajustée aux observations. Nous présenterons la solution numérique en cours de développement à l'IMCCE par J. Laskar, Ph. Robutel et A. Fienga.

2. Les solutions VSOP

Les solutions VSOP sont des solutions du mouvement des planètes principales de Mercure à Neptune. Elles ont pour but de donner des éphémérides de grande précision sur des intervalles de temps de l'ordre de plusieurs milliers d'années pour les planètes intérieures, de l'ordre de 1000 ans pour les grosses planètes. Les perturbations ont la forme classique de séries de Poisson des longitudes moyennes moyennes $\bar{\lambda} = \lambda^0 + Nt$ où N est le moyen mouvement moyen.

Les principales versions des solutions VSOP sont :

- VSOP82 (Bretagnon, 1982) ajustées à l'intégration numérique du JPL, DE200 (Standish *et al.*, 1981) et exprimées en variables elliptiques.
- VSOP87 (Bretagnon, Francou, 1988), construites à partir de VSOP82, en variables rectangulaires et sphériques et exprimées dans divers systèmes de référence.
- Plus récemment les solutions VSOP200X (Moisson, 2000, Moisson et Bretagnon, 2001, Bretagnon, 2002).

3. Les solutions VSOP200X

Les caractéristiques des solutions VSOP200X sont les suivantes :

- Elles sont construites dans un cadre relativiste.
- Elles prennent en compte les perturbations dues à Cérés, Pallas, Vesta, Iris et Bamberga.
- Elles sont ajustées à DE403 (Standish *et al.*, 1995) sur l'intervalle de temps [1890, 2000].
- Elles doivent conduire à des solutions de très grande précision, au moins dix fois meilleures que les solutions VSOP82/87 sur un intervalle de temps de l'ordre de quelques dizaines d'années.

(*) En hommage à Pierre Bretagnon

4. Précision actuelle des solutions VSOP200X

Nous allons, dans ce paragraphe, discuter la précision des derniers résultats de P. Bretagnon.

4.1. Précision des théories de Mercure, Vénus et la Terre sur 100 ans

La figure 1 donne les écarts entre la dernière itération de P. Bretagnon et DE403, sur l'intervalle de temps [1890, 2000] pour les longitudes moyennes de Mercure, Vénus et la Terre. Ils vont de 14 mètres pour Mercure, à 75 mètres pour la Terre. Ceci représente un gain d'un facteur 40 environ par rapport à VSOP82 et 5 par rapport à Moisson (2000). Cette précision pourrait encore être améliorée d'un facteur 5 au moins, en faisant l'ajustement seulement sur l'intervalle de temps [1970-2000] correspondant aux meilleures observations (comme l'est DE403).

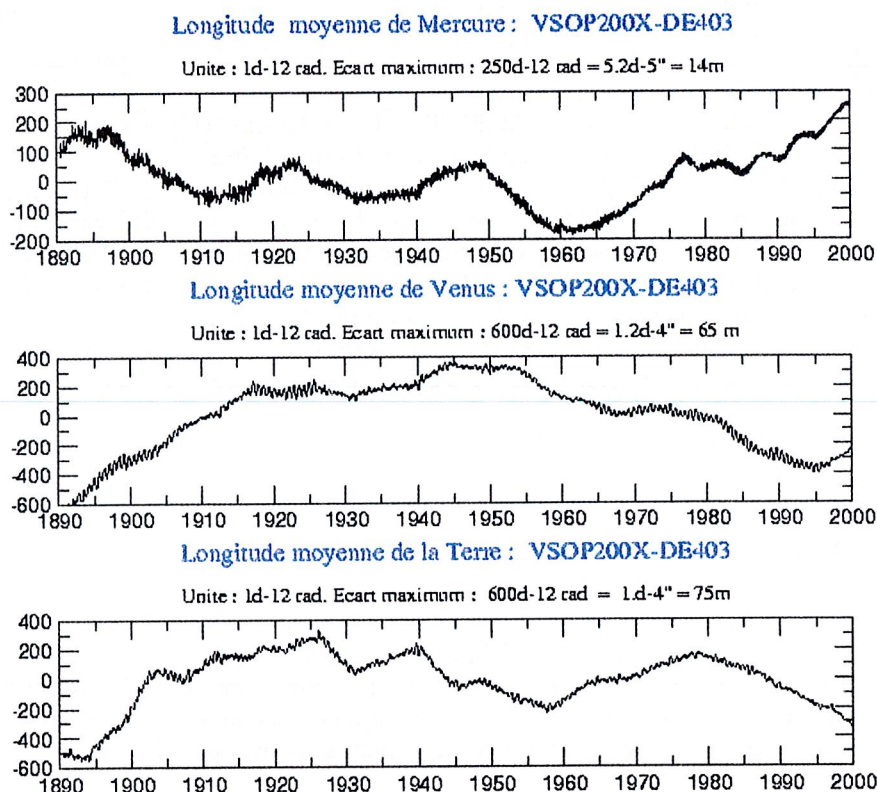


Fig. 1 : Différences, sur [1890, 2000], entre VSOP200X et DE403 pour les longitudes moyennes de Mercure, Vénus et la Terre

4.2. Précision des théories des grosses planètes sur 100 ans

Sur [1890, 2000], les écarts, entre VSOP200X et DE403 sont inférieurs à 780 m pour Jupiter et 3.5 km pour Saturne. Ceci représente un gain en précision d'un facteur 40 par rapport à VSOP82 et d'un facteur 3 par rapport à Moisson (2000). Pour Uranus ces écarts atteignent 42 km et pour Neptune, 180 km. C'est sensiblement moins bien que pour Moisson (2000) ou que pour les solutions TOP (Simon, 2000). Ceci est dû au fait que les perturbations par Pluton ne sont pas prises en compte.

4.3. Précision des solutions VSOP200X sur 6000 ans

Sur l'intervalle de temps [-4000, +2000], les écarts entre VSOP200X et une intégration numérique interne sont de l'ordre de 0.25" pour Mercure, Vénus et la Terre et 2.5" pour Mars, ce qui représente 60 km pour Mercure, 130 km pour Vénus, 180 km pour la Terre et 2700 km pour Mars. Là encore le gain en précision est compris entre 10 et 100, suivant la planète, par rapport à VSOP82.

Pour les grosses planètes, les écarts sont importants, de l'ordre de quelques dizaines de secondes d'arc. Ceci est dû au fait que les perturbations correspondant à un certain nombre de "moyennes courtes périodes", comprises entre quelques centaines et quelques milliers d'années convergent mal en séries de Poisson des longitudes moyennes moyennes. Il sera facile de les améliorer en utilisant les résultats des solutions TOP (cf. Simon, 2003).

4.4. Théorie de Mars

Pour Mars, les écarts entre VSOP200X et DE403 sont de l'ordre de 3.7 km sur [1890, 2000]. Ce gros écart provient du fait que DE403 calcule les perturbations apportées par 292 astéroïdes supplémentaires qui ne sont pas pris en compte dans VSOP200X. Mignot (2001) a calculé les perturbations par ces astéroïdes en séries de Fourier des longitudes moyennes moyennes et ramené ces écarts à 2.5 km ce qui reste important. Nous proposons de calculer ces perturbations en séries de Poisson de l'argument angulaire des solutions TOP Simon (2003). Pour chaque élément de Mars, les perturbations par l'ensemble des astéroïdes seraient ainsi représentées par une seule série de Poisson. Les essais faits avec l'astéroïde Hygiea semblent encourageants.

Néanmoins il ne faut pas, semble-t-il, s'attendre à une très grande précision pour la théorie de Mars. La figure 2 montre les écarts, pour la longitude moyenne de Mars, entre la dernière itération de P. Bretagnon et une intégration numérique, réalisée avec le programme de Le Guyader (1993) qui ne prend pas en compte les 292 astéroïdes supplémentaires. On voit que ces écarts sont de l'ordre de 230 m et, qu'en ajustant sur 1970-2000, on ne pourrait avoir guère mieux que 50 m ce qui est nettement plus mauvais que la précision des observations comme nous allons le discuter au paragraphe 6.

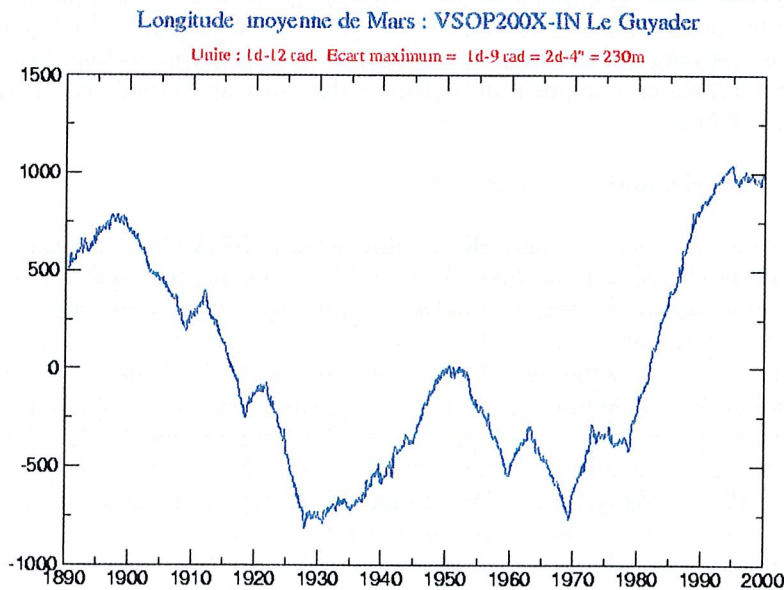


Fig. 2 : Différences, sur [1890, 2000], entre VSOP200X et une intégration numérique ne prenant pas en compte les astéroïdes supplémentaires de DE403, pour la longitude moyenne de Mars

5. Construction des solutions VSOP2003

Nous allons faire des itérations supplémentaires en apportant les améliorations suivantes :

- ajout des perturbations apportées par Pluton présentées dans Simon (2003) qui permettra d'améliorer la précision des théories d'Uranus et Neptune ;

- introduction des développements de Poisson correspondant à quelques “moyennes courtes périodes” issus de Simon (2000) qui permettront d’améliorer considérablement la précision des théories des grosses planètes sur des intervalles de temps de plusieurs milliers d’années ;
- ajout des perturbations par les astéroïdes en séries de Poisson d’un seul argument angulaire ;
- ajustement de la solution sur DE403 sur l’intervalle de temps [1970, 2000].

Nous espérons achever la construction des solutions VSOP2003 pour la fin 2003.

6. Construction d’une solution numérique de haute précision

6.1 Limitations des solutions analytiques, observations et perspectives

Les solutions analytiques sont des développements en séries de Fourier et de Poisson des éléments képlériens des orbites planétaires perturbées par le Soleil, par elles-mêmes et par les astéroïdes de la ceinture principale. Ces développements bien que très poussés induisent une erreur, assimilable à une erreur de troncature, sur l’estimation des positions et des vitesses héliocentriques des planètes. Ainsi, il a été estimé que la limitation de la solution VSOP200X sur l’orbite héliocentrique de Mars était de 50 mètres sur une période de 30 ans et de quelques centaines de mètres sur 100 ans. Or, à l’heure actuelle, nous disposons de 34 ans d’observations radio de suivi de sondes en orbite autour de Mars dont la précision moyenne sur la mesure de la distance Terre-Mars est inférieure à 25 mètres (voir par exemple Standish 1998 ou Standish et Fienga 2002). Il apparaît donc que les solutions analytiques seront insuffisantes. En accord avec P. Bretagnon, nous avons décidé de continuer le développement des solutions analytiques de l’IMCCE mais aussi de mettre en place en parallèle une théorie numérique très précise et ajustable aux observations. Un ajustement de la solution analytique sur la solution numérique développée à l’IMCCE permettra d’assurer l’indépendance des théories planétaires publiées par l’IMCCE vis à vis des solutions américaines, de maintenir les théories analytiques si spécifiques aux travaux scientifiques du laboratoire et de fournir aux missions spatiales européennes (Mars Express, Venus Express, Bepi Colombo) les éphémérides planétaires de très grande précision indispensables aux analyses de ces missions et à leurs exploitations scientifiques.

6.2 Construction d’une nouvelle solution numérique

Deux intégrateurs numériques sont en cours de développement à l’IMCCE : l’un se base sur l’intégrateur numérique développé par Moshier (Moshier, 1992) et qui représente avec une très grande précision la solution numérique DE200, l’autre est un intégrateur symplectique basé sur les travaux de J. Laskar et Ph. Robutel (2001). Nous parlerons dans cette présentation du premier développement en cours, la solution numérique Moshier 403. Le travail de Moshier, (1992) a permis sur la base d’un intégrateur de type Adams-Moulton d’ordre 10 de fournir à la communauté un outil intégrant complètement le problème physique présenté dans DE118 (Newhall et al, 1983), c’est-à-dire les 9 planètes du système solaire et la Lune intégrées ensemble, incluant les perturbations de 5 astéroïdes (Cérès, Pallas, Vesta, Iris et Bamberga) et en supposant la Lune rigide. Nous souhaitons adapter ce travail aux versions ultérieures DE403 et DE405. Pour cela, les masses utilisées par Moshier ont été changées et les conditions initiales ont été ré-ajustées. L’ajout des perturbations induites par les 292 autres astéroïdes modélisés dans DE403 est en cours ainsi que la complexification du modèle de libration pour une lune non-rigide et des effets de marées (Manche, 2003).

Les figures 3, 4 et 5 présentent les résultats préliminaires obtenus avec une première version de Moshier 403 pour lequel le modèle physique intégré est similaire au modèle physique représenté dans VSOP200X, mais dont les conditions initiales ont été ajustées à DE403. Les résultats présentés sont les différences en longitudes moyennes entre la version préliminaire de Moshier 403 et DE403. La figure 3 montre que pour Mercure, Vénus et le barycentre Terre-Lune les différences obtenues entre DE403 et Moshier 403, et DE403 et VSOP200X sont concordantes, avec une légère amélioration de Moshier 403 par rapport à VSOP200X. La figure 4 montre l’amélioration apportée par Moshier 403 dans la modélisation des orbites de Saturne, Uranus et Neptune, particulièrement importante pour Uranus et Neptune, compte tenu du fait que les perturbations par Pluton ne sont pas, pour le moment, prises en compte dans VSOP200X.

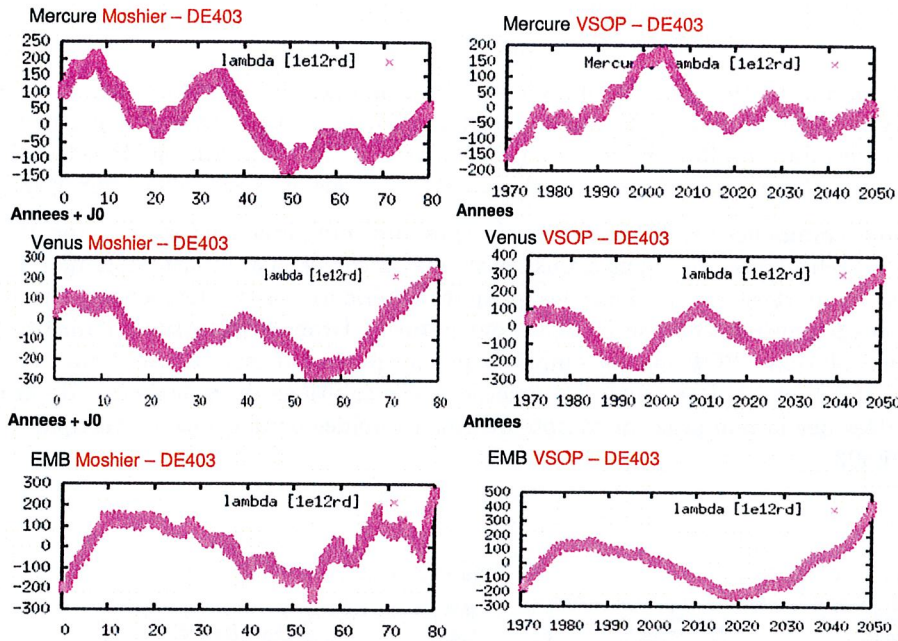


Fig. 3 : Différences, sur [1970, 2050], pour les longitudes moyennes de Mercure, Vénus et la Terre, entre VSOP200X et DE403, à droite, et Moshier 403 et DE403, à gauche. L'unité est 1d-12 rad

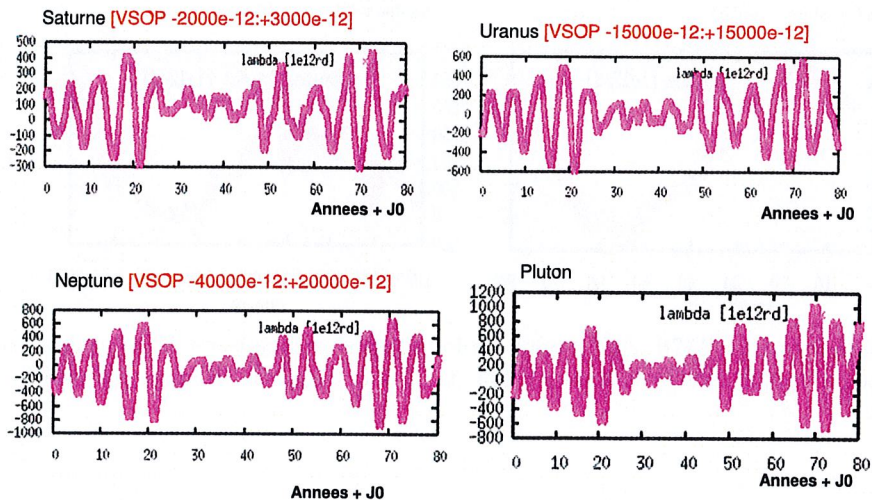


Fig. 4 : Différences, sur [1970, 2050], pour les longitudes moyennes de Saturne, Uranus, Neptune et Pluton entre Moshier 403 et DE403. Nous donnons entre crochets les variations des différences en longitudes moyennes entre VSOP200X et DE403 pour la même période de temps. L'unité est 1d-12 rad.

Le modèle physique intégré ici est comme nous l'avons dit précédemment différent de celui intégré dans DE403. En effet, ne sont introduites dans la version préliminaire de Moshier 403 que les perturbations des 5 plus gros astéroïdes de la ceinture principale. C'est pour cela, que dans la figure 5, nous notons d'importantes différences entre Moshier 403 et DE403, pour Mars et Jupiter. Le fait que VSOP200X présente des différences plus faibles avec DE403 sur cette période de temps semble être accidentelle. En effet, si ces solutions devaient être extrapolées sur des périodes plus importantes, nous verrions apparaître entre VSOP200X et DE403 les mêmes effets à longues périodes et d'amplitudes importantes ($16\,000 \cdot 10^{-12}$ radians) que celles observées entre Moshier 403 et DE403.

7. Conclusion

La théorie VSOP200X construite par P. Bretagnon est notablement plus précise que les derniers travaux de Moisson (2000) et nous pourrions encore l'améliorer en introduisant les perturbations dues à Pluton et certains résultats de Simon (2000). Néanmoins, la précision de cette théorie analytique restera insuffisante par rapport à celle des observations, en particulier pour Mars.

Nous avons donc commencé l'élaboration d'un intégrateur numérique basé sur celui de Moshier (1992). La version préliminaire que nous avons construite, Moshier 403, montre déjà de sensibles améliorations par rapport à VSOP. Pour les planètes intérieures, nous retrouvons des profils similaires voire plus proches de ceux de DE403. Pour Saturne, Uranus et Neptune, l'amélioration, par rapport à une solution VSOP même complétée par les perturbations dues à Pluton est d'un facteur compris entre 5 et 10. Par contre les précisions des solutions du mouvement de Mars et Jupiter sont limitées par la non prise en compte de 292 astéroïdes de la ceinture principale qui se trouvent dans DE403.

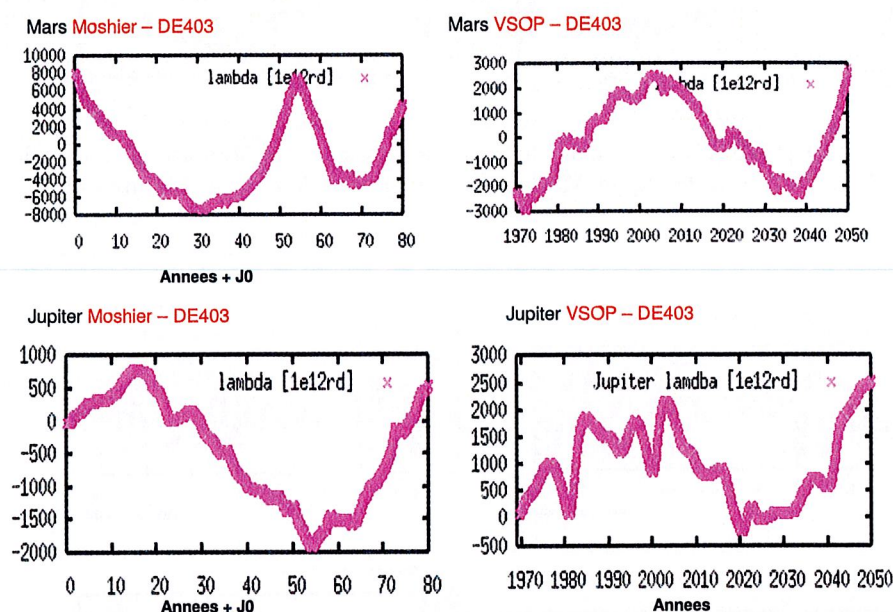


Fig. 5 : Différences, sur [1970, 2050], pour les longitudes moyennes de Mars et Jupiter VSOP200X et DE403, à droite, et Moshier 403 et DE403, à gauche. L'unité est 1d-12 rad.

Références

- Bretagnon, P. : 2002, *Communication privée*.
- Laskar, J., Robutel, Ph. : 2001, High order symplectic integrators for perturbed Hamiltonian systems, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **80**, 205.
- Le Guyader, Cl. : 1993, Solution of the N-body problem expanded into Taylor series of high orders. Applications to the solar system over large time range, *Astron. Astrophys.*, **272**, 687.
- Moisson, X. : 2003, *Stage de DEA de l'observatoire de Paris*.
- Moisson, X. : 2000, Intégration du mouvement des planètes dans le cadre de la relativité générale, *Thèse de doctorat de l'observatoire de Paris*.
- Moisson, X., Bretagnon, P. : 2001, Analytical solution VSOP2000, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **80**, 205.
- Moshier, S.L. : 1992, Comparison of a 7000-year lunar ephemeris with analytical theory, *Astr. Ast.* **262**, 613.

- Newhall, XX., Standish, E.M., Williams, J.G. : 1983, DE 102 - A numerically integrated ephemeris of the moon and planets spanning forty-four centuries, *Astr. Ast.* **125**, 150.
- Simon, J.-L. : 2000, La solution analytique TOP2000 pour le mouvement des grosses planètes. *Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes S076*, 77.
- Standish, E.M., Williams, J.G., Newhall, XX : 1981, Intégration numérique DE200/LE200.
- Standish, E.M., Newhall, XX, Williams, J.G., Folkner, W.F. : 1995, JPL planetary and lunar ephemerides, DE403/LE403, *JPLIOM* **314**, 10.
- Standish, E.M. : 1998, JPL planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405, *JPLIOM* **312**, 98.
- Standish, E.M., Fienga, A. : 2002, Accuracy limit of modern ephemerides imposed by the uncertainties in asteroid masses, *Astr. Ast.* **384**, 322.



Le portail Internet de l'IMCCE

Pascal Descamps, Jérôme Berthier, Michael Couren, Alain Montintin

1. Motivations et évolutions principales

La décision de renouveler complètement l'actuel serveur Web de l'IMCCE a été prise il y a deux ans. Elle a été motivée par le fait que le serveur actuel, dans sa forme, dans sa structure locale n'était plus adapté vis-à-vis de la croissance considérable de la quantité d'information mise à disposition du public. La recherche de l'information adéquate sur le serveur Web est la motivation principale de l'évolution du serveur WEB.

Pour cela une vaste réflexion a été entreprise au sein du groupe serveur de l'IMCCE sur les moyens techniques et visuels à mettre en oeuvre pour obtenir un serveur mieux structuré qui soit en mesure de restituer l'information souhaitée de manière très simple et très rapide. Parmi les solutions retenues, citons la mise en place d'un moteur de recherche qui nécessitera l'indexation de l'ensemble du serveur, la restructuration des rubriques, le remaniement complet de l'arborescence du serveur et l'adoption d'une véritable charte graphique. La figure 1 donne un aperçu de l'aspect visuel général des pages du portail de l'IMCCE.

D'autre part afin de soulager la machine hôte du serveur de toutes les tâches liées au développement de nouveaux services ou à l'écriture de nouvelles pages, un serveur intranet, copie conforme du serveur, sera mis en place et sera dédié uniquement aux activités de développement.

Enfin, la maintenance technique du serveur, l'installation appropriée des pages seront effectuées par un groupe restreint, le staff technique de coordination (STC). Toutefois certaines rubriques particulières telles que les nouvelles astronomiques, les pages intérieures d'équipe pourront être accessibles à ceux en charge de ces pages.

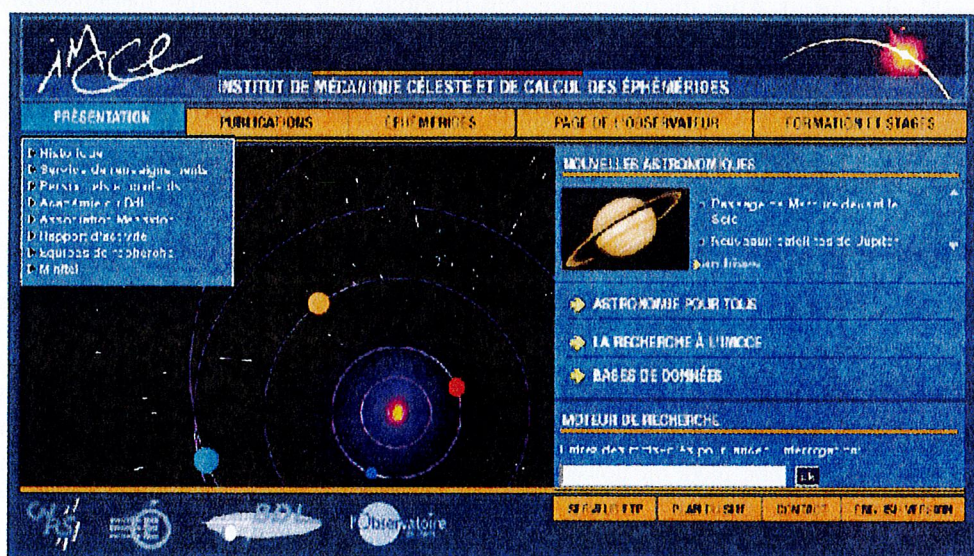


Figure 1 : Page d'entrée du portail de l'IMCCE

2. Plan général du nouveau site

Le nouveau site WEB comprendra 5 rubriques au lieu des 8 rubriques du serveur actuel.

De nouvelles rubriques ont été créées en regroupant des informations actuellement dispersées sur le serveur. C'est le cas de la rubrique *Publications* et de la rubrique *Page de l'observateur*. La rubrique *Publications* donnera ainsi accès à tout type de publications provenant de l'IMCCE en partant des publications annuelles officielles jusqu'aux thèses, notes scientifiques et articles. La rubrique *Page de l'observateur* consacre une activité devenue majeure au sein de l'IMCCE dans la dernière décennie. On y trouve les observations effectuées par les stations de planétologie des Pyrénées (S2P) et d'astrométrie des Alpes de Haute Provence (S2A), les campagnes d'observation, les supports observationnels et les bases de données d'observation.

Sous la rubrique *Présentation*, on y trouvera un descriptif complet des activités de l'IMCCE mais aussi des liens vers de nouvelles pages comme la page du *Service de renseignements* et une page consacrée à *la recherche à l'IMCCE*. Enfin la rubrique *Éphémérides* est restructurée et complétée par de nouveaux services interactifs tels que le *générateur de formes des corps du système solaire* et *l'activité des Léonides*.

3. Charte graphique

La présentation de l'information joue un rôle très important dans notre société de l'image. C'est pourquoi l'IMCCE a décidé de consacrer 100Kf pour la création d'une charte graphique et d'un support technique par une société spécialisée (Churchill).

La définition finale de la charte graphique porte sur une palette de couleurs, un choix de fontes (par référence à des classes de style à l'intérieur des fichiers html), une gamme d'icônes et des bandeaux animés. La figure 1 donne un aperçu de l'aspect visuel d'une page du serveur, en l'occurrence il s'agit de la page d'entrée sur le portail.

Les bandeaux animés sont constitués de petites animations, légères, de la rotation d'objets du système solaire. Ils peuvent être utilisés pour une rubrique donnée ou pour un thème particulier.

La charte graphique comporte également un mode de navigation à l'intérieur du serveur permettant de passer d'une rubrique à l'autre ou d'une rubrique à une sous-rubrique de la rubrique. L'utilisation de codes Javascript et du langage php permet de gérer de manière dynamique et simple l'ensemble du portail. Ainsi un intitulé de sous-rubrique peut être modifié instantanément sur l'ensemble des pages du serveur. Une grande souplesse et une grande efficacité sont donc introduites dans la gestion du serveur.

La mise en oeuvre de cette charte graphique se fait à l'aide de gabarits généraux, faciles d'utilisation.

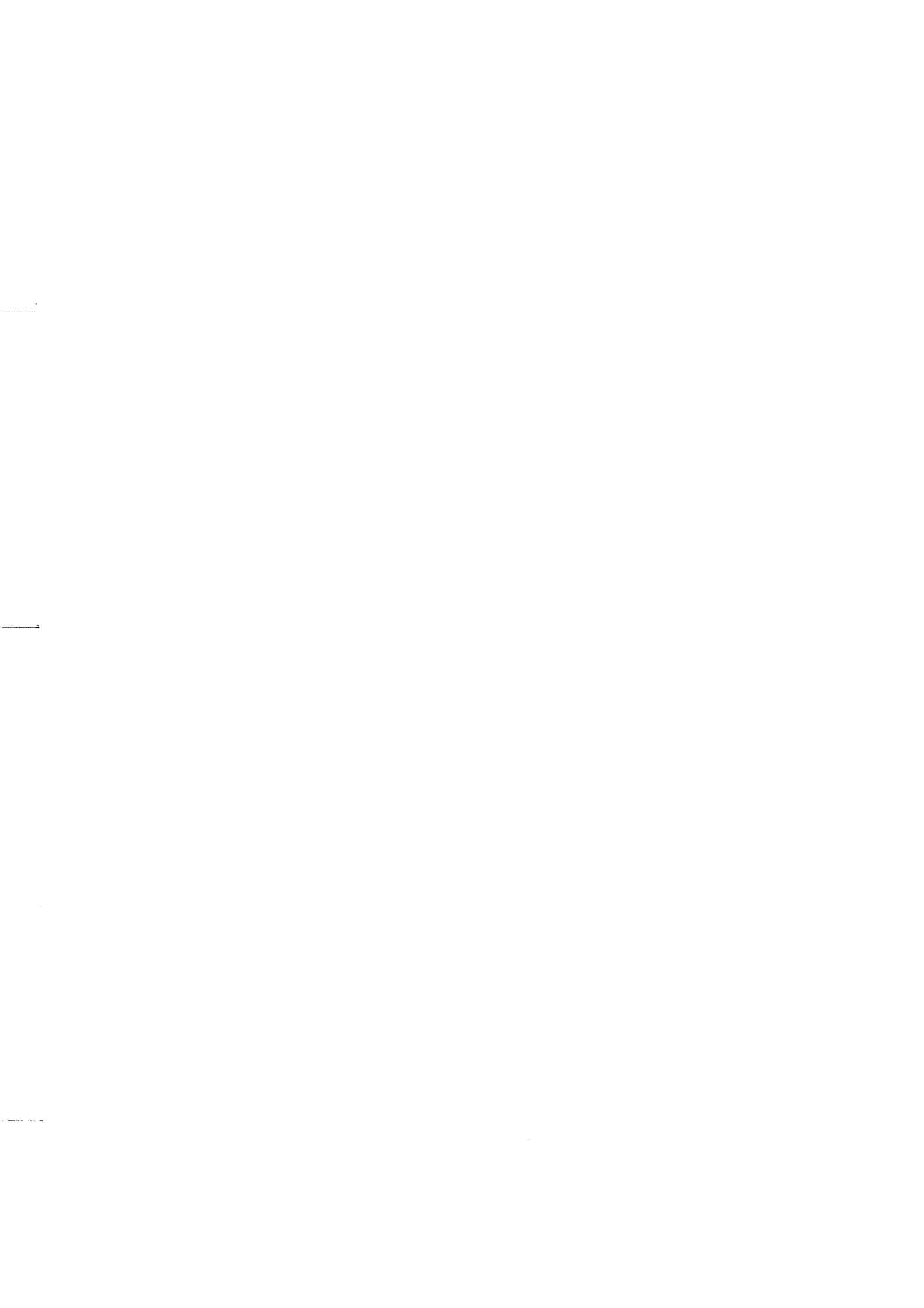
4. Rôle et fonctionnement du groupe serveur

Le groupe serveur est un véritable comité de rédaction en charge de la politique éditoriale du portail internet. Toute ouverture d'une nouvelle page fera l'objet d'une discussion et d'une validation au sein du groupe serveur où l'ensemble des équipes est représenté. Pour cela il est prévu l'organisation de réunions sur une base mensuelle. Au sein de ce groupe, le staff technique de coordination (STC) a la responsabilité technique. Il veillera au respect de la charte graphique et procédera à l'installation de toute nouvelle page ou nouveau service dans l'arborescence du serveur afin que le portail conserve son unité graphique et sa facilité de gestion. Toutefois des accès privilégiés et localisés seront autorisés dans certaines zones du serveur nécessitant une intervention rapide ou ne concernant pas directement l'activité générale de l'IMCCE (pages des nouvelles astronomiques, pages d'équipe, ...).

5. Ouverture du portail de l'IMCCE

Avant l'ouverture du portail de l'IMCCE, il est nécessaire de passer toutes les pages du serveur actuel sous les gabarits appropriés. Ce travail est long et fastidieux. Une fois ce travail effectué, il faudra alors procéder à l'indexation de l'ensemble du serveur à l'aide du logiciel libre *htdig*. Des outils de gestion et de maintenance de version du portail utilisant *CVS* devront être également installés. L'ensemble des bases de données actuelles devra être converti en utilisant *php/mysql*. Enfin les services interactifs devront non seulement être réécrits à l'aide des gabarits mais également validés. Pour cela il faudra nécessairement mettre en oeuvre des moyens importants et spécifiques pour cette tâche. Le recours à des experts extérieurs sera sans doute une voie à suivre.

L'ouverture espérée du portail WEB de l'IMCCE est fin 2003.



Bases de données : interrogation et administration via Internet

Michaël Couren

Le but de cette note est de présenter une méthode d'administration de bases de données via Internet. L'intérêt de cette solution est de fournir un service complexe via une interface utilisateur simple, accessible sur internet et sécurisée. L'application utilise exclusivement des logiciels libres et est d'une grande portabilité.

1. Logiciels utilisés

1.1. Choix

Mes critères de choix étaient de trouver des logiciels libres de droits (licences GNU) puissants et fiables. Ils devaient être très utilisés et en développement continu afin de pouvoir échanger des conseils avec une vaste communauté d'utilisateurs et d'experts, et bénéficier de mises à jours régulières. Ils devaient pouvoir être installés sur presque tous les systèmes existants (Unix, Linux, Windows, etc.).

1.2. Le triptyque Apache-PHP-MySQL

Un choix s'est rapidement imposé : il s'agit d'un ensemble de logiciels libres modernes et parfaitement intégrés.

Apache est le serveur web le plus utilisé mondialement. La version 2 peut être installée sur presque tout système et présente des optimisations spécifiques à chacun d'eux.

Site web : www.apache.org.

MySQL est un système de gestion de bases de données (SGBD) relationnelles dont la syntaxe est proche du standard SQL (langage d'administration et de requêtes). Sa fiabilité et sa puissance sont largement suffisantes pour les applications scientifiques.

Site web : www.mysql.com.

PHP est un langage puissant utilisé par les développeurs web pour produire des pages web dynamiques. Il s'agit d'un langage de script qui s'intègre parfaitement au serveur Apache. La majeure partie de sa syntaxe dérive du C, de Java et de Perl. Il possède une vaste bibliothèque de fonctions (système, communication, calcul, gestion de fichiers, interface avec les SGBD, ...).

Site web : www.php.net.

1.3 Fonctionnement

MySQL est installé sur la machine du serveur web et son serveur lancé de façon indépendante.

PHP est intégré à Apache sous forme de module mais peut également fonctionner de façon indépendante. Il est ici configuré pour intégrer ses puissantes fonctions d'interface avec les SGBD.

Les scripts PHP remplacent les pages HTML et sont interprétés par le serveur Apache. Ils effectuent des requêtes sur le serveur MySQL et produisent des pages HTML.

2. Interface

2.1 Accessibilité

L'application fonctionne par le biais d'un navigateur internet (client). Celui-ci interprète et affiche des pages HTML produites dynamiquement par les scripts PHP au niveau du serveur web.

L'application est accessible partout pourvu qu'on dispose d'une connexion internet : en réseau local ou distant selon la configuration choisie au niveau du serveur web. Toute tâche d'administration de bases de données peut ainsi se réaliser à distance sous réserve qu'elle ait été implémentée.

2.2 Simplicité

L'environnement est unifié et simple. L'ergonomie est celle, habituelle pour chaque utilisateur, de son navigateur internet.

L'usage de la souris est généralisé : navigation entre les pages par des liens hypertextes, menus contextuels dynamiques et déroulants, boutons.

L'application utilise de façon intensive les formulaires HTML - postés pour une transmission d'information fiable du client vers le serveur. Ceci permet la saisie de données côté client et la transmission de variables entre les pages dynamiques (utilisées notamment dans les processus d'identification, de contrôle et de navigation au sein de l'application). Les champs des formulaires permettent un premier formatage des données. Côté serveur, des scripts PHP contrôlent ensuite leur validité.

Un accès permanent à des pages d'aides contextuelles autorisent une utilisation avec un minimum de formation préalable.

3. Sécurité

3.1. Versions des logiciels

Les logiciels contiennent toujours des "bugs" qui sont des failles de sécurité potentielles pour les applications web. Il convient de consulter les organismes d'annonce des failles détectées (CERT Computer Emergency Response Team) et les sites des logiciels utilisés. Les mettre à jour régulièrement lorsque les nouvelles versions sont disponibles permet de prévenir au maximum les risques. Des mises à jours du code de l'application sont parfois nécessaires pour refléter les grands changements dans les méthodes de programmation ou l'implémentation des fonctions.

3.2. Configuration du serveur

Les droits d'accès à l'application en tant que telle sont classiquement déterminés au niveau de la configuration du serveur web Apache (fichier "httpd.conf"). Elle permet un filtrage de bas niveau de l'accès aux pages et aux répertoires de l'application en définissant quelles adresses IP et/ou quels utilisateurs sont autorisés (fichiers d'utilisateurs ".htpasswd"). Ce filtrage est particulièrement utile en période de tests de l'application. Il permet aussi de limiter l'administration de la base de données à l'intranet ou à un utilisateur particulier.

3.3. Configuration de PHP

Il est important de respecter les règles de sécurité conseillées lors de la configuration de PHP (fichier "php.ini") afin de prévenir au maximum une utilisation frauduleuse (il faut notamment prohiber les variables globales).

3.4. MySQL

Des droits d'accès à MySQL différents sont définis lors de la construction de la base de données afin que chaque type d'utilisateur définis au niveau de l'application ne puisse réaliser que les opérations auxquelles il a au préalable été autorisé, que ces opérations aient été implémentées ou non dans l'application. Ainsi plusieurs utilisateurs MySQL et autant de façon de se connecter à ce serveur sont définis.

3.5. Serveur sécurisé

Il est important de se souvenir que les données échangées entre le client et le serveur web circulent "en clair" sur le réseau et qu'une personne mal intentionnée susceptible de "sniffer" les paquets de données échangés pourra observer les données des formulaires postés (ou pire récupérer les mots de passe des utilisateurs MySQL !).

Il existe un moyen de protéger de façon sûre les données échangées en mettant en place un serveur sécurisé par l'utilisation de modules de cryptographie que l'on intègre à Apache. Cette installation est délicate et peut nécessiter des mises à jour du système. Le serveur web devra aussi être reconfiguré. Les accès aux pages sensibles se feront par "https://" au lieu de "http://" et les données transitent de façon cryptée par un mécanisme quasiment inviolable.

4. Implémentation

4.1. Style de programmation

Le style choisi permet une réutilisation optimale du code source et une réduction de la taille de code nécessaire à l'écriture des scripts :

- * Utilisation exclusive de scripts PHP purs : les pages ne contiennent que des instructions PHP qui produisent, selon les besoins, le code des autres langages utilisés dans l'application (HTML, Javascript, MySQL...).
- * Bibliothèques de fonctions groupées par type : gestion de l'environnement et des paramètres de l'application, gestion des sessions et du contrôle d'accès, interface avec les bases de données, production de code HTML.
- * Formalisation : programmation utilisant au maximum des fonction et modules simplifiant le code PHP, développement de modules et usages des fonctionnalités orientés objet.
- * Séparation des tâches : les opérations différentes sont groupées dans des fichiers qui effectuent différentes tâches selon un ordre planifié : affichages (menus, textes, formulaires), génération des requêtes, traitement des requêtes, affichages (résultats).

Ainsi un seul appel de fonction suffit pour effectuer des opérations comme :

- la création d'une page HTML avec tout son environnement graphique (en-tête, menus...),
- Le contrôle des droits d'accès à une page/un script et l'enregistrement éventuel dans une session,
- La création d'un formulaire à usage unique contrôlé,
- la clôture d'un script avec génération d'un pied de page (liens, menus d'aide...).

La plupart des fonctions sont réutilisables avec peu ou pas de mises à jour afin de faciliter la production d'autres applications.

4.2 Structure des tables MySQL

Les relations modélisant l'entreprise doivent être décomposées au minimum en troisième forme normale. Ceci peut générer un surplus de code PHP - notamment dans la gestion de l'affichage des requêtes - mais permet d'éviter au maximum les anomalies liées aux mises à jour des tables.

Les tables doivent être définies (si possible) de manière à minimiser les temps d'accès pour le serveur MySQL, par l'utilisation de champs de taille fixe et non "null".

4.3. Sessions

Chaque utilisateur à l'impression d'être connecté de façon permanente et unique tout le long de sa session de travail avec le serveur. Son environnement est conservé.

En réalité toute requête sur un serveur web est indépendante et "déconnectée". Par ailleurs plusieurs utilisateurs simultanés peuvent accéder à l'application.

Le serveur stocke les données spécifiques du client dans des fichiers temporaires afin de simuler une session permanente et "connectée" pour chaque utilisateur. Il identifie chaque client par l'échange d'un cookie de session PHP (identifiant unique enregistré de façon temporaire chez le client).

Une session PHP est valable pour un navigateur donné et, en principe, tant que celui-ci n'est pas fermé.

4.4. Identification des utilisateurs

Pour accéder à certaines fonctionnalités sensibles des applications, il faut avoir été au préalable enregistré par un administrateur. Selon le niveau de risque des opérations à effectuer sur la base de données, différents niveaux d'accès sont définis et stockés avec les paramètres d'environnement dans une table MySQL des utilisateurs privilégiés de l'application.

Un script de contrôle en tête de chaque page PHP permet de limiter et contrôler les droits d'accès aux pages donc aux opérations sur la base de données : selon que l'utilisateur est un simple consultant, un "Personnel" autorisé à effectuer des opérations de mises à jour, ou un "Administrateur" de la base, les pages seront ou non accessibles.

Lors du premier accès à ces pages il faut s'identifier par le biais d'un formulaire, en fournissant un identifiant et un mot de passe (crypté au niveau de la table) ce qui permet d'être enregistré dans une table MySQL et ce pour une durée déterminée. Passé la limite il faut taper de nouveau son mot de passe pour accéder à la page.

Ce mécanisme d'identification permet en outre de stocker dans la base de données des paramètres d'environnement propres à chaque utilisateur (niveau d'accès, langue dans laquelle doivent être affichées les pages, etc.)

4.5. Contrôle des opérations effectuées

L'internaute clique parfois de façon inattentive et certaines fonctions du navigateur (bouton "précédent/back" et "suivant/forward") sont susceptibles de requérir l'appel successif à une même opération (en particulier quand l'on "re-poste" un formulaire). Si produite dynamiquement plusieurs fois une même page de texte n'a d'autre effet que de consommer des ressources système, en revanche effectuer plusieurs fois une même requête MySQL de mise à jour peut être fort préjudiciable à l'intégrité des données de la base.

Afin d'éviter ces opérations, il a été prévu un mécanisme original de contrôle des formulaires postés : ceux-ci sont identifiés de façon unique et stockés dans une table MySQL de façon

automatique lors de leur création (constructeur de la classe implémentant les formulaires). Un script PHP inséré au début de chaque page qui utilise des formulaires est chargé de vérifier s'ils sont à usage unique et ont déjà été postés auparavant. Dans ce cas l'opération frauduleuse est interdite.

La mémorisation des opérations effectuées est envisageable (MySQL ou fichier log).

4.6. Déconnexion

Pour raisons de sécurité il est prudent de se "déconnecter" pour signifier la fin de la session PHP. Cette opération se réalise simplement côté client en cliquant sur un lien spécial : "Déconnexion". Ceci fait appel à un script qui réalise notamment la suppression des données temporaires et d'environnement de l'utilisateur, des opérations automatique de nettoyage des tables temporaires. Ceci permet notamment d'éviter qu'un utilisateur mal intentionné utilise le navigateur d'un utilisateur qui s'est connecté dans une session privilégiée.

Par prudence, une déconnexion automatique a lieu après un temps déterminé.

5. Administration

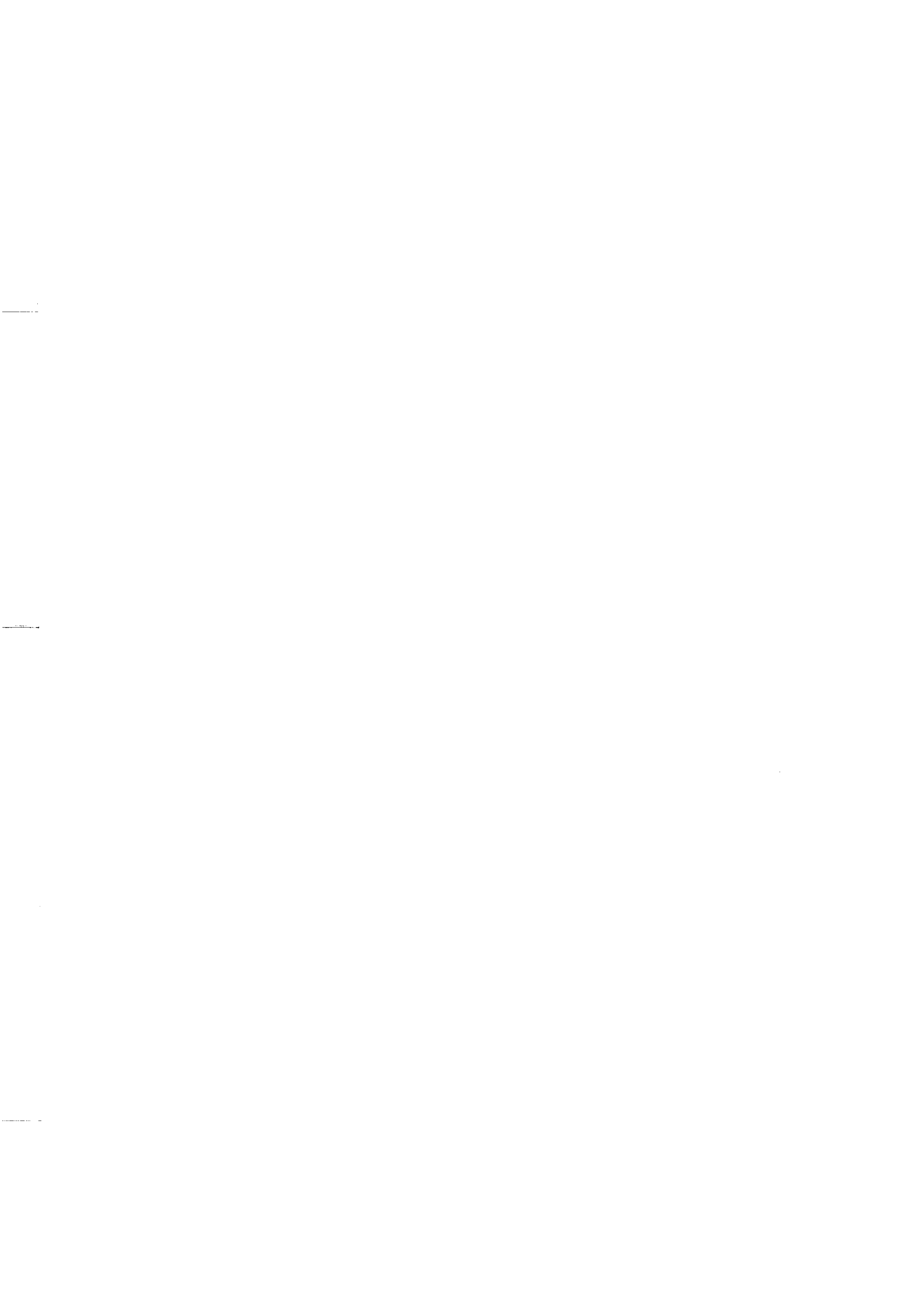
Un contrôle régulier des utilisations (logs de l'application et de PHP) et des connexions au niveau du serveur web s'impose, comme pour toute application sensible. Par ailleurs il est nécessaire de nettoyer certaines tables MySQL contenant des données temporaires : des sessions privilégiées ont pu se terminer automatiquement ou brutalement par arrêt intempestif d'un navigateur. En général si la plupart de ces opérations sont effectuées automatiquement, il faut quand même qu'un administrateur se connecte pour que les scripts soient lancés. Un administrateur peut effectuer simplement un ensemble de tâches de consultation, mise à jour et de nettoyage de certaines tables : sessions, utilisateurs privilégiés, formulaire postés.

Conclusions

La réalisation d'une application d'interrogation, mise à jour et administration par internet d'une base de données requiert la maîtrise de nombreux langages et aspects : serveur web, SGBD, conception des bases de données, sécurité, programmation dans un langage évolué, langages de génération de pages web... Une méthode de programmation propre et moderne autorise la création d'applications complexes et sécurisées par la réutilisation aisée du code et des algorithmes de contrôle implémentés. Ces applications sont libres de droit (à condition de fournir le code source) et largement portables sur tout système.

Références

Pratique de MySQL et PHP, Ph. Rigaux, éditions O'Reilly.
Documentations en ligne : www.apache.org, www.php.net, www.mysql.com, www.gnu.org,
www.openssl.org.



Recherche et observation d'astéroïdes binaires

Pascal Descamps, Jérôme Berthier, Daniel Hestroffer, Frédéric Vachier

1. Introduction

Nous présentons un premier bilan d'un travail de recherche commencé il y a 3 ans en collaboration avec des chercheurs de Berkeley, de l'ONERA.

Depuis le 28 août 1993, date à laquelle la sonde spatiale Galileo s'approcha de l'astéroïde 243 Ida à près de 2400 Km pour y découvrir un compagnon en orbite, les observateurs au sol se sont attachés à poursuivre cette quête. Il fallut cependant attendre encore 5 ans pour effectuer la première détection au sol sur le télescope de 3.6m du CFH à Hawaï d'un satellite autour de l'astéroïde 45 Eugénia (Merline *et al.* 1999). Les deux objets du couple présentaient alors une séparation angulaire de 0.75 secondes de degré et un différentiel de magnitude de 7. Ce type d'objet est appelé *astéroïde binaire*. On parlera d'*astéroïde double* dans le cas où les deux composantes sont de tailles équivalentes.

À l'heure actuelle c'est près d'une dizaine d'astéroïdes de la ceinture principale (22, 45, 87, 90, 107, 243, 762, 1509 et 3749), un troyen (617), plusieurs *Near Earth Objects* (4 Atens, 5 Apollo, 5 Amor) et 8 objets transneptuniens qui ont été découverts (Merline *et al.* 2002).

2. Pourquoi observer les astéroïdes binaires ?

L'observation à but astrométrique permet *in fine* de caractériser l'orbite du secondaire par rapport au primaire qui est la composante de taille la plus importante. De par la troisième loi de Kepler nous pouvons alors obtenir la masse totale du système. Si le secondaire est de taille très petite devant celle du corps central, il en sera de même de sa masse (qui varie comme le cube de sa taille), elle pourra donc être négligée dans un premier temps. Ce faisant, on peut déterminer avec une très bonne précision (quelques pourcents) la masse de l'astéroïde. Si le rayon IRAS est connu également, il est alors possible d'avoir accès à la densité. Ces données, masse et densité de l'astéroïde, sont importantes et très recherchées non seulement pour l'étude de la structure interne mais aussi pour la modélisation de la perturbation gravitationnelle que cet objet induira sur le mouvement des autres corps du système solaire, en particulier la planète Mars. La connaissance de l'excentricité et de l'inclinaison sur l'équateur astéroïdal, données non quantifiées jusqu'à présent, apporte des contraintes sur l'origine du système.

Mais ce n'est pas tout!

Si l'on observe le couple à différentes périodes bien séparées dans le temps, il est alors possible de déterminer la valeur du premier harmonique zonal du potentiel gravitationnel généré par l'astéroïde (terme en J_2). Comme en général les astéroïdes ont des formes très irrégulières, ce coefficient sera relativement important et induira des perturbations séculaires "rapides" sur le mouvement du péricentre et du noeud de l'orbite. Ces mouvements deviennent sensibles et détectables après un ou deux mois. Leur mesure permet donc d'évaluer le J_2 de l'astéroïde. On peut ainsi accéder à une information indirecte sur la structure interne. Enfin la caractérisation complète de l'orbite du système à deux époques différentes permet également de déterminer sans ambiguïté la position du pôle de rotation de l'astéroïde.

3. Mode opératoire

Évidemment, de tels systèmes ne se laissent pas facilement observer. Les séparations apparentes en jeu sont de l'ordre de quelques dixièmes de secondes de degré. Les différences de taille, parfois dans un rapport de 1 à 10, induisent des différences de luminosité très importantes puisque proportionnelles aux surfaces visibles. C'est pourquoi leur détection depuis des télescopes au sol n'a pu commencer à se faire qu'avec l'arrivée de techniques de correction optique très pointues permettant d'atteindre la résolution théorique uniquement limitée par la diffraction de l'ouverture du télescope (au mieux 0.1 seconde de degré dans l'infrarouge proche sur les plus grands télescopes actuellement en service). De nos jours la plupart des grands télescopes sont équipés d'un système d'*optique adaptative* permettant la correction en temps réel des effets de brouillage de l'image induits par l'atmosphère (agitation, scintillation, etc.). De plus cette technique, en reconcentrant l'énergie du signal, favorise la détection d'objets très faibles au voisinage d'un objet brillant (avec un écart maximum en magnitude de l'ordre de 7).

Nos programmes d'observation ont donc utilisé les télescopes les plus performants, le télescope de 10m du Keck, le VLT de l'ESO au Chili, et le 3m du Lick Observatory en Californie. Cependant les images obtenues avec le système du VLT sont de meilleure qualité que celles obtenues avec celui du Keck (cf. Fig. 1). L'observation CCD en optique adaptative met en jeu des champs très faibles, quelques dizaines de secondes de degré d'angle. Nous pouvons donc mesurer les positions relatives des composantes avec une précision moyenne finale de l'ordre de 5 à 25 mas (milliarcsecondes). Ceci n'est cependant accessible qu'après avoir modélisé correctement la forme du profil stellaire qui se trouve modifié après la correction optique.

Comme les objets que nous cherchons à détecter sont très serrés, leur période orbitale relative avoisine quelques jours. De ce fait si l'on observe un astéroïde binaire sur 3-5 nuits consécutives, on obtient une couverture complète et régulière de l'orbite du secondaire par rapport au primaire. Il est alors légitime de considérer que l'orbite apparente est purement képlérienne et d'en déterminer immédiatement les éléments osculateurs. En termes d'occupation de temps de télescope, ces observations sont donc très *rentables*.

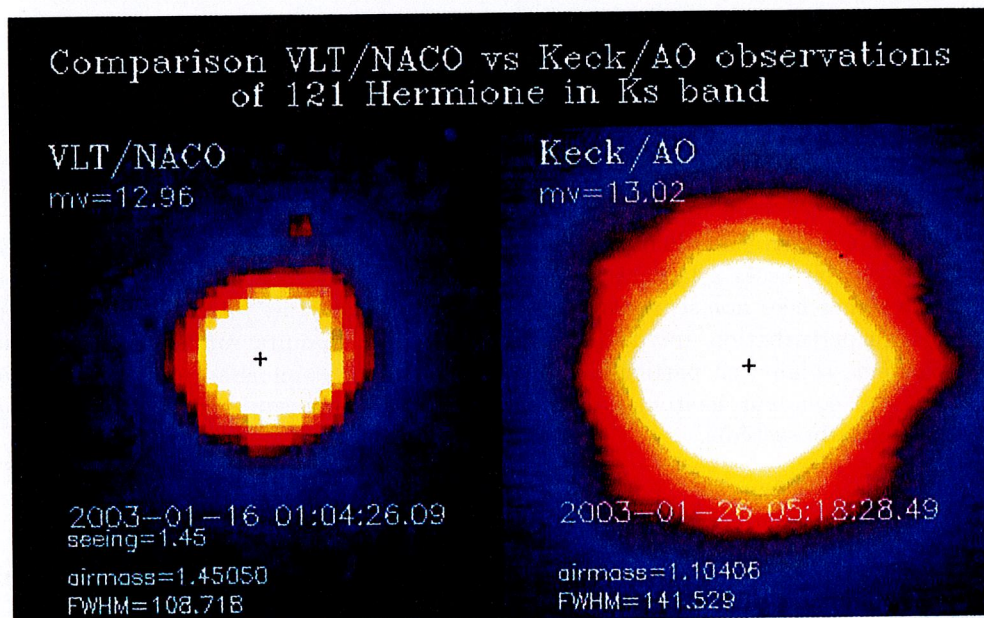


Figure 1 : Images de 121 Hermione réalisées avec le VLT (8m) et le Keck (10m)

5. Bilan global des observations

Un premier bilan peut d'ores et déjà être tiré. 85 astéroïdes de la ceinture principale ont été observés depuis octobre 2000 sur le télescope de 3m du Lick ($m_V < 13.5$). 23 astéroïdes de la ceinture principale et 12 troyens ont été observés en janvier 2003 sur le VLT ($m_V < 16.5$). 6 troyens ont été observés sur le 10m du Keck ($m_V < 18.9$). Parmi ces objets déjà identifiés comme binaires, quatre d'entre eux ont révélé la présence d'un compagnon en orbite (22 Kalliope, 87 Sylvia, 90 Antiope et 121 Hermione). Aucun nouvel astéroïde binaire n'a pu être découvert si ce n'est 287 Nephthys mais dont les images peuvent plutôt laisser penser à l'effet d'artefacts du système d'optique adaptative.

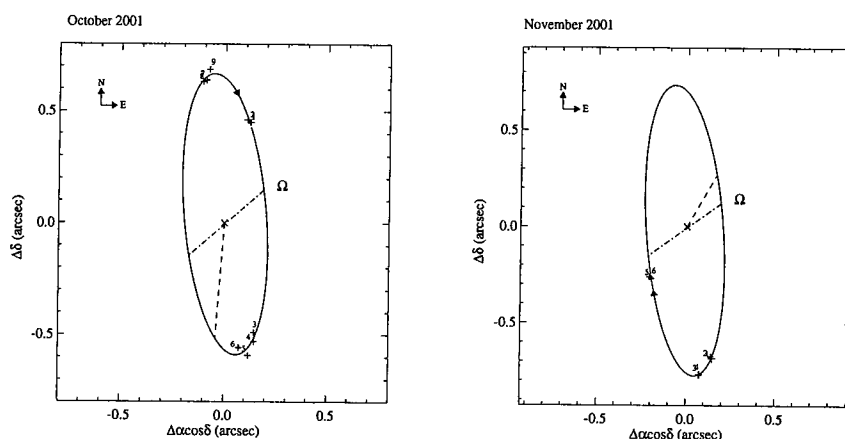


Figure 2 : Orbites apparentes du satellite de 22 Kalliope telle qu'elle a été calculée en octobre et novembre 2001. La ligne des nœuds ainsi que le lieu du péricentre ont été reportés.

6. Observation de 22 Kalliope

Peu de temps après la découverte de la binarité de 22 Kalliope, nous avons procédé à des observations de cet astéroïde sur le télescope de 3.5m du Lick Observatory et sur le télescope de 5m du Palomar. Ces observations ont été effectuées en octobre puis en novembre 2001. Pour chacune de ces époques il a été possible de déterminer l'orbite képlérienne osculatrice apparente. Le différentiel de magnitude entre l'astéroïde et son compagnon est de 2.4 et la séparation apparente est de 0.7 seconde de degré. L'astrométrie relative du couple a abouti après réduction à un rms de 23 mas pour les observations d'octobre et de 10 mas pour celles de novembre principalement réalisées sur le télescope de 5m du Mont Palomar (fig. 2).

Kalliope est un astéroïde de 180km de diamètre tournant sur lui-même en 4.15h. Son compagnon parcourt son orbite en 3.54 jours. L'orbite n'est pas significativement excentrique ($e = 0.07 \pm 0.02$) mais présente une forte inclinaison sur l'équateur de Kalliope ($i = 43.0 \pm 0.6^\circ$). Le demi-grand axe est de 1020 ± 40 km. Ces données orbitales impliquent une densité interne de Kalliope de 2.03 ± 0.16 g/cm³. Or 22 Kalliope est un astéroïde de classe M. Si on lui suppose une densité de grain de surface comprise entre 5 et 7.4 g/cm³, cela signifie que la porosité macroscopique interne atteint les 70%. Ceci fait de Kalliope l'un des objets les plus poreux du système solaire.

D'autre part nous avons pu mesurer le mouvement du nœud ascendant de l'orbite sur le plan équatorial de Kalliope. L'inclinaison étant importante, ce mouvement est sensible et très précisément mesurable sur l'intervalle d'un mois séparant les deux périodes d'observation. À partir de cette mesure on peut en déduire la valeur de l'harmonique zonal du potentiel gravitationnel de Kalliope, $J_2 = 0.2$ que l'on peut comparer à sa valeur théorique de 0.13 issue du modèle ellipsoïdal de forme en supposant une densité de masse uniforme. Ceci est une indication très forte du caractère non uniforme de la structure interne de Kalliope.

7. Observation de 121 Hermione

Hermione est un astéroïde de type C. Il a été observé pendant 6 nuits consécutives en janvier 2003 sur le télescope de 8m du VLT (ESO). La détection d'un compagnon avait été faite en octobre 2002 sur le télescope de 10m du Keck mais les données étaient trop incomplètes pour caractériser l'orbite. Le couple est particulièrement difficile à mesurer avec une séparation angulaire apparente de 0.4 seconde de degré et une différence de magnitude de 7. Néanmoins l'astrométrie effectuée avec un RMS de 5 mas a permis de caractériser très précisément l'orbite du secondaire dont le demi-grand axe est de 795 ± 5 km, la période de 1.643 ± 0.005 jours, l'excentricité de 0.08 ± 0.02 et l'inclinaison de $19.4 \pm 0.5^\circ$ en supposant que l'orbite soit directe (fig. 3). Ces données impliquent une densité globale de $2.78 \pm 0.04 \text{ g/cm}^3$ beaucoup plus forte que celle déterminée par Viatteau à partir de l'observation de rapprochements qui donnait une valeur de $1.8 \pm 0.4 \text{ g/cm}^3$ (Viatteau 2000).

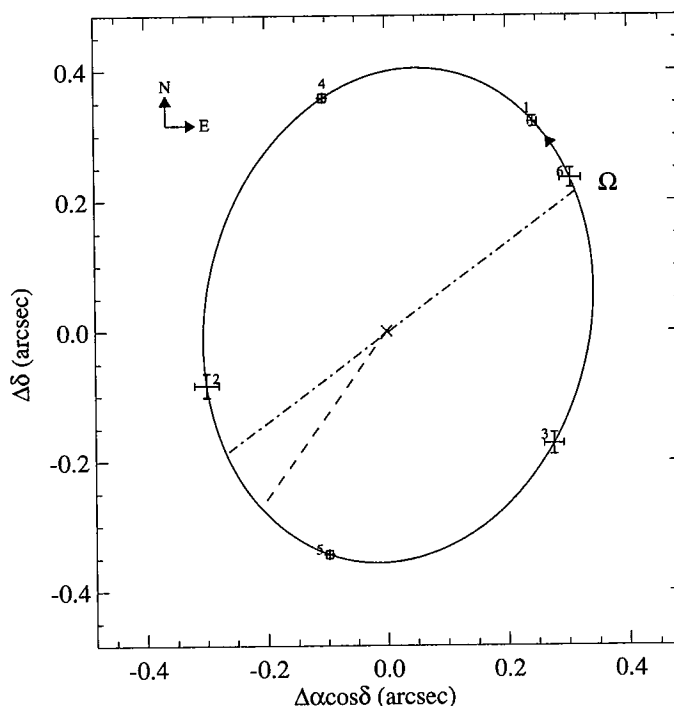


Figure 3 : Orbite apparente du compagnon de 121 Hermione observée en janvier 2003 sur le télescope de 8m du VLT.

8. Conclusion

De ce premier bilan nous pouvons remarquer qu'à ce jour aucun système triple n'a encore été découvert. Il en est de même en ce qui concerne la détection de compagnons aux confins de la sphère d'influence d'un astéroïde. La méthode de l'optique adaptative est en partie responsable de cela car elle ne concerne que des zones très proches de l'objet central et par conséquent des champs très réduits. L'investigation doit maintenant également être entreprise au-delà avec une instrumentation plus classique.

Cependant notre procédure d'observation et d'analyse des données s'est avérée très fructueuse sur les astéroïdes Kalliope et Hermione. Elle doit maintenant être poursuivie sur les autres objets déjà identifiés comme binaires afin de caractériser complètement l'orbite du compagnon notamment en vue d'obtenir des informations sur leur structure interne (détermination du J_2). D'autre part la collecte de ces données est importante pour contraindre et affiner les scénarios de formation de ces systèmes.

Références

Merline, J.M., L. Close, C. Dumas *et al.* : 1999, Discovery of a moon orbiting the asteroid 45 Eugenia, *Nature*, **401**, 556.

Merline, J.M., Weidenschilling, D., Durda, D., Margot, J.-L., Pravec, P. and Storrs, A.D. : 2002, Asteroids do have satellites, in *Asteroid III*, W.F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. Binzel eds, The University of Arizona Press.

Viateau, B. : 2000, Mass and density of asteroids 16 Psyche and 121 Hermione, *Astronomy and Astrophysics*, **354**, 725-731.



Formes d'équilibre parmi les astéroïdes ?

D. Hestroffer

Résumé

Les astéroïdes de la ceinture principale ont subi au cours de leur histoire des collisions avec des énergies d'impact telles qu'un corps de taille modeste (10-100km) pourrait en fait être considéré comme un empilement de gravats (rubble-pile en anglais). Ces gravats seraient essentiellement « reliés » entre eux par la gravitation, et donc les forces de cohésion internes resteraient négligeables. Il est alors naturel de considérer que la forme de tels corps célestes ne soit pas quelconque, mais qu'elle corresponde à une figure d'équilibre. Nous présentons dans cet exposé un bref historique de l'étude de ces figures et nous montrerons en quel sens les astéroïdes de type « rubble-pile » peuvent avoir des formes d'équilibre.

1. Introduction

Newton avait montré que si la Terre était fluide, elle devait être aplatie aux pôles, aplatissement qui sera révélé plus tard lors de l'expédition de Maupertuis en Laponie. Newton, dans ces Principia (1687), donne deux arguments supportant sa théorie : 1) les observations montrent que Jupiter est aplatie aux pôles et 2) si la Terre n'était pas aplatie aux pôles, comment expliquer que les terres ne soient pas immergées à l'équateur par les océans et émergées aux pôles ? La démonstration de Newton est reprise dans un ouvrage de Chandrasekhar [1] : en supposant que la Terre est un fluide de forme sphéroïdale légèrement aplatie, puis en égalant les poids de deux colonnes verticales dirigées l'une vers l'équateur et l'autre vers le pôle, Newton donne l'aplatissement ε en fonction du rapport de l'accélération centrifuge à l'équateur sur l'accélération de la pesanteur et trouve $\varepsilon \sim 1/230$. Environ un demi-siècle plus tard, Clairaut donnera une formulation exacte pour l'aplatissement de la Terre, lorsque celle-ci est assimilée à un fluide compressible, i.e. formé de couches de différentes densités. Il montrera en particulier que les équipotentielles ne sont des sphéroïdes que pour des petits aplatissements, et que la valeur de l'aplatissement calculée dans l'hypothèse de l'homogénéité est une limite supérieure de l'aplatissement réel. À la même période, en Angleterre, Maclaurin montrera que les sphéroïdes sont des figures d'équilibre pour des masses fluides homogènes. Bien sûr de nombreux travaux, hypothèses, et théories concerneront encore l'intérieur de la Terre. En effet on peut noter que le résultat obtenu par Newton en supposant la densité constante et celui obtenu par Huygens qui suppose une force centrale sont des valeurs limites de l'aplatissement terrestre. Un pas important sera franchi suite à l'expérience de Cavendish (1798) qui, en mesurant la constante de la gravitation G , montrera que la densité moyenne de la Terre est de l'ordre de 5.5, soit bien plus que celle des océans et roches présents à sa surface. Et bien sûr d'autres progrès seront ensuite réalisés grâce aux sismographes et satellites artificiels.

Cependant l'étude des figures d'équilibre de masses fluides homogènes animées d'un mouvement de rotation uniforme connaîtra quelques développements avec Maclaurin (1742), Jacobi (1834), Poincaré (1885), etc. Jacobi a montré en particulier que, pour un moment cinétique assez important, il existait une classe d'ellipsoïdes tri-axiaux parmi les figures d'équilibre. L'ensemble de ces résultats sera repris dans un ouvrage de Chandrasekhar [2] qui fait référence aujourd'hui. Par ailleurs une part très importante de ce type d'analyse réside dans l'étude de la stabilité des équilibres rencontrés. Ce type d'analyse peut s'appliquer aux galaxies, aux étoiles, aux planètes géantes, à la Terre en première approximation. Elle ne s'applique pas à un corps trop petit où les forces de cohésion

internes sont prédominantes. Qu'en est-il alors d'un astéroïde dont la taille est de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de kilomètres ? Les astéroïdes ont subi au cours de l'histoire du système solaire de fortes collisions, certaines ayant une énergie telle que le planétoïde origine a été complètement pulvérisé [3]. Si les vitesses de dispersion des éjectas ne sont pas trop importantes, les fragments vont se ré-accumuler pour ne former qu'un seul corps qu'on appellera « rubble-pile » (ou empilement de gravats) dont la cohésion est assurée principalement par la gravitation.

2. Ellipsoïdes de Jacobi

Ainsi l'aplatissement des masses fluides incompressibles dans l'espace est lié uniquement, à leur vitesse de rotation et à leur masse (ou leur densité). Connaissant $g = GM/R$ à la surface de la Terre et sa période de rotation sidérale, Newton en avait déduit son aplatissement. Inversement connaissant l'aplatissement (ou la forme) et la période de rotation d'un corps céleste supposé fluide, on peut en déduire sa densité (cf. Fig. 1). On notera que les ellipsoïdes de Jacobi sont déterminés par un seul degré de liberté ; la connaissance du rapport c/a détermine complètement le rapport b/a . Par ailleurs, on sait depuis Russel [4] que, pour expliquer l'allure générale des courbes de lumières observées, la forme des astéroïdes est plus proche de celle d'un ellipsoïde à trois axes inégaux que celle d'un sphéroïde aplati. Comme de plus ces astéroïdes pourraient être représentés par des masses fluides, Farinella [5] et Weidenschilling [6] ont suggéré qu'ils pouvaient correspondre à des ellipsoïdes de Jacobi. Pourtant si l'on reporte les mesures de forme des astéroïdes les plus gros, on est loin du résultat escompté (cf. Fig. 1) et il était admis, encore à la fin des années 1980, que les forces de cohésion internes dans de tels astéroïdes ne devaient certainement pas être négligeables.

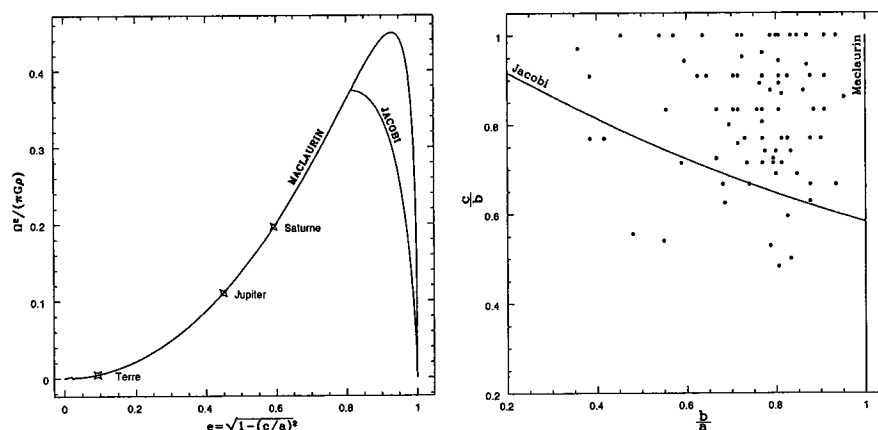


Figure 1 : À gauche : Séquences de Maclaurin et de Jacobi en surface de l'ellipsoïde c/a .
Les points donnent l'aplatissement théorique pour un corps homogène.
À droite : aplatissements observés des astéroïdes.

3. La friction

Les images des astéroïdes obtenus par des sondes spatiales nous montrent des corps de formes irrégulières dont certains possèdent d'énormes cratères. Au vu de ces cratères on peut déjà se demander s'il est bien judicieux de les considérer comme des fluides ? À ce titre le cas de l'astéroïde Mathilde, survolé par NEAR est intéressant. Housen *et al.* ont montré que les cratères étaient vraisemblablement obtenus par compaction et non par éjection [7]. Il est donc plus réaliste de modéliser cet astéroïde par un milieu granulaire sans cohésion interne mais ayant 1) une forte porosité et 2) une certaine friction interne. Si l'on déverse du sable sur un plan horizontal celui-ci, contrairement à un liquide qui s'étalera plus ou moins rapidement selon sa viscosité, adoptera la forme d'un cône. L'angle que fera ce cône dépend en fait uniquement du matériau et son complémentaire, appelé angle interne de friction ϕ , vaut pour du sable environ 30 degrés. Les formes d'équilibre ne suivent plus les équipotentielles comme c'était le cas pour un fluide : l'eau coulera

sur un plan légèrement incliné tandis que du gravier non. Une loi empirique de comportement généralement adoptée pour les sols terrestres est celle de Mohr-Coulomb, qui relie la friction au rapport de contraintes principales. Dans le cas des ellipsoïdes tri-axiaux à densité constante on obtient alors d'après Holsapple [8] les zones d'équilibre possible (cf. Fig. 2). Celles-ci se réduisent aux courbes des fluides incompressibles pour $\phi = 0$. Il apparaît enfin que, moyennant un angle de friction modéré, la grande majorité des plus gros astéroïdes puisse être en équilibre.

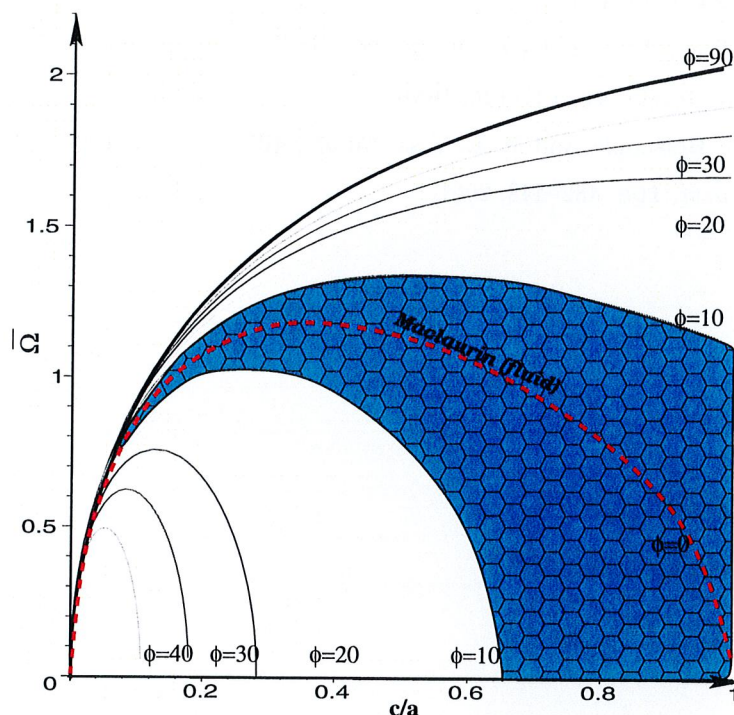


Figure 2 : Zones d'équilibres pour différentes valeurs de friction. On donne la valeur adimensionnée $\bar{\Omega} = \Omega/\sqrt{\pi\rho G}$. La zone hachurée correspond aux formes sphéroïdales possibles pour un angle de friction interne supérieur à $\phi \geq 10$ degrés.

4. Conclusion

D'une manière générale, les astéroïdes ne suivent pas les figures d'équilibre de masses fluides homogènes et incompressibles en rotation. En revanche si l'on admet que les astéroïdes de type « rubble-pile » ont une certaine friction, il apparaît que les figures observées sont compatibles avec des figures d'équilibre dans le sens où les contraintes volumiques à l'intérieur du corps céleste sont en dessous du seuil de déformation plastique. L'étude de Holsapple est limitée au seul cas des ellipsoïdes, mais il est clair que les astéroïdes, même « rubble-pile », ne possèdent pas exactement cette forme. Elle est aussi limitée au cas des densités constantes dans le corps, or la structure interne de tels astéroïdes reste mal connue. Enfin les astéroïdes « rubble-pile », puisque ré-accumulation aléatoire d'éjectas, doivent avoir une certaine porosité ; aussi il reste à vérifier que l'angle de friction requis pour avoir un équilibre est compatible avec cette porosité. En d'autres termes, plus la friction est importante et plus la figure observée est plausible sans qu'il soit nécessaire d'invoquer de la cohésion interne, mais ceci se fait au détriment de la porosité qui, *a priori* ne devrait pas être trop importante.

Bibliographie

- [1] S. Chandrasekhar. *Newton's principia for the common reader*. Oxford : Clarendon Press, 1995.
- [2] S. Chandrasekhar. *Ellipsoidal figures of equilibrium*. New York : Dover, 1987.
- [3] P. Michel, W. Benz, and D. C. Richardson. *Nature*, **421**, 608–611, 2003.
- [4] H. N. Russel. *ApJ*, **24**, 1–18, 1906.
- [5] P. Farinella, P. Paolicchi, E. F. Tedesco, and V. Zappalà. *Icarus*, **46**, 114–123, 1981.
- [6] S. J. Weidenschilling. *Icarus*, **46**, 124–126, 1981.
- [7] K. R. Housen, K. A. Holsapple, and M. E. Voss. *Nature*, **402**, 155–157, 1999.
- [8] K. A. Holsapple. *Icarus*, **154**, 432–448, 2001.

Le passage de Vénus du 8 juin 2004 : un projet éducatif européen

J.-E. Arlot, P. Rocher, W. Thuillot

1. Qu'est-ce que le passage de Vénus du 8 juin 2004 ?

Le passage de Vénus devant le Soleil est un phénomène rare : (personne vivant aujourd'hui n'a jamais vu de passage de Vénus). C'est une sorte d'éclipse partielle de Soleil nécessitant des moyens de protection oculaire pour être observée : le passage du disque de Vénus sur le disque solaire est facile à voir puisque le diamètre apparent de Vénus est égal à 1/30ème du diamètre solaire. Pour assister à un tel phénomène, il suffit en fait de voir le Soleil au moment du passage ; il suffit donc qu'il fasse jour ce qui concerne la moitié de la surface du globe terrestre. Par chance, en 2004, c'est la moitié la plus peuplée du globe terrestre qui pourra assister à cet événement.

2. Quel est l'intérêt du passage de Vénus du 8 juin 2004 ?

L'observation du passage de Vénus ne présente pas un intérêt scientifique actuel. L'intérêt est purement historique et pédagogique. Lors des passages précédents (1631, 1639, 1761, 1769, 1874, 1882) l'observation du passage avait pour but de mesurer l'unité astronomique. Aujourd'hui, les mesures radars ont remplacé les mesures de parallaxe. Cependant, cette observation accessible à tous est un bon moyen pédagogique pour illustrer la mesure de l'univers, l'histoire de la science astronomique et une observation nécessitant une collaboration internationale.

3. Comment tirer parti du passage de Vénus du 8 juin 2004 ?

Comment allons-nous tirer parti de cet événement ? Comment intégrer l'observation de ce passage dans un but pédagogique ? Le passage ayant lieu en juin 2004, l'année scolaire 2003-2004 pourra être mise à profit pour aborder les thèmes liés à cette observation et pour préparer une telle observation. C'est en outre une opération européenne et internationale par nature : des observations réalisées seulement en France seraient peu intéressantes en elles-mêmes. De plus nous avons là une observation concrète à partir de laquelle on peut expliquer comment les astronomes ont pu mesurer le système solaire et de là, l'univers.

4. Qu'allons-nous préparer pour le jour J ?

Le 8 juin 2004, de nombreux sites d'observation seront organisés. Les observateurs auront été préparés à effectuer une mesure (la datation des phénomènes d'entrée et de sortie du disque de Vénus devant le Soleil). Nous centraliserons donc ces mesures pour calculer en temps réel l'unité astronomique et montrer par là comment la coopération scientifique mène à des résultats même éloignés de l'observation elle-même (mesure de l'univers à partir de l'observation de l'instant de contact Vénus-Soleil). Si le phénomène est moins spectaculaire qu'une éclipse totale de Soleil (mais similaire à une éclipse partielle), il est bien plus porteur scientifiquement.

5. Quelles actions mener durant l'année scolaire 2003-2004 ?

Le premier but à atteindre est d'informer les enseignants du phénomène du 8 juin 2004 et de les convaincre d'utiliser ce phénomène pour illustrer les cours de l'année, aussi bien en mathématiques, en physique ou en histoire.

Ensuite, nous allons préparer des fiches pédagogiques pour l'étude du phénomène, l'étude des thèmes connexes (connaissance de Vénus, du Soleil, ...) et pour l'observation elle-même qui doit être sans risque.

Notre site Web devra être alimenté régulièrement des informations nécessaires. Nous allons préparer un livre sur le sujet et un CD Rom. Une exposition sur le phénomène, sur la mesure du système solaire et sur la détection des planètes extrasolaires est également envisagée. Enfin, des formations à l'étude et l'observation du phénomène seront proposées aux enseignants.

6. Qu'avons-nous fait pour le passage de Mercure ?

Le passage de Mercure est bien sûr beaucoup moins spectaculaire (le disque de Mercure n'est que 1/200ème du disque solaire) mais c'est le coup d'envoi de l'opération et la sensibilisation des partenaires éventuels. Les observations de la tour solaire de Meudon ont été retransmises via Internet et un public nombreux s'est pressé à Paris pour venir participer à l'observation publique. Une note a été envoyée aux structures pédagogiques de nombreux pays d'Europe, traduite dans la langue du pays. Le site de l'ESO qui centralisait toutes les initiatives prises à cette occasion a enregistré un million de "hits" sur son site web pour la seule journée du 7 mai.

6. L'exploitation pédagogique du passage de Vénus

Voyns maintenant plus en détails comment exploiter le passage de Vénus dans un but pédagogique. Les différents aspects à aborder sont les suivants :

- l'histoire : les expéditions scientifiques pour observer les passages de Vénus et les premières mesures du système solaire ;
- la mécanique céleste : les lois de Képler, le mouvement des planètes ou comment tout est lié par les lois de la gravitation ;
- la mesure du système solaire et de l'univers grâce à : la mesure de l'unité astronomique, la mesure de la parallaxe des étoiles proches, la mesure de la galaxie grâce à GAIA et la mesure de l'univers ;
- la détection des planètes extrasolaires grâce au passage des planètes extrasolaires devant leur étoile et l'observation de ces passages par COROT.

6. Nos partenaires dans cette opération

Partenaires français :

- CNRS (DIST), MEN
- Observatoire de Paris (LESIA : observations, UFE : cours)
- Observatoire de la Côte d'Azur (solarscope, observation)
- Institut d'Astrophysique de Paris (cours)
- Explor@dôme (mallette pédagogique)
- associations d'astronomes amateurs (SAF, AFA, Planète Science ?)

Partenaires européens :

Dans le cadre européen, un consortium dénommé VT-2004 rassemblant l'ESO (European Southern Observatory), l'EAAE (European Astronomical Association for Education), l'observatoire de Prague-Ondrejov et l'IMCCE-observatoire de Paris, a été créé et a effectué une demande de contrat européen pour cette opération.

Partenaires étrangers et internationaux :

- Planétarium de Dehli (Inde)
- HOU (Hands-on-Universe), F-HOU

7. Le rôle de l'IMCCE

Outre une participation très forte aux formations des enseignants au passage de Vénus, l'IMCCE a le rôle central de préparer le logiciel de calcul centralisé interactif de l'unité astronomique. L'organisation va nécessiter l'inscription des participants, leur reconnaissance lors des communications via Internet et leur apprentissage de ce qu'ils doivent mesurer et envoyer. La réduction de toutes les mesures donnera une valeur de l'ua qu'il faudra expliquer, principalement la notion d'erreur sur cette mesure. Le choix définitif de l'algorithme à utiliser n'est pas encore fait. Nous ne sommes plus au XVIIIème siècle et les moyens ne sont plus les mêmes.

Conclusion

Durant toute cette opération, nous devons bien recentrer nos actions sur l'essentiel. La majorité des actions doivent être décentralisées auprès des autres organismes astronomiques français ou étrangers. Un colloque se tiendra à l'automne 2004 pour faire le bilan de cette opération et rassemblera les principaux acteurs. Quelques classes de scolaires seront sélectionnées pour participer. Notre partenariat avec l'ESO dont les moyens de communication sont sans commune mesure avec les nôtres est un gage de réussite.



Éphémérides à très long terme et paléoclimats

J. Laskar, A. Correia, A. Fienga, M. Gastineau, F. Joutel, B. Levrard, Ph. Robutel

1. Solutions astronomiques pour les paléoclimats

Peu après la parution en 1856, des premières solutions de Le Verrier du mouvement à long terme des planètes, James Croll (1875) analyse en détail l'influence de la variation de l'excentricité de la Terre et de son obliquité sur les climats du passé. Il s'agissait en effet de trouver une explication à l'existence des grandes périodes glaciaires du passé mises en évidence par le géologue Louis Agassiz (1838).

Il faudra cependant attendre Milutin Milankovitch (1941) pour avoir un scénario plus complet qui tienne aussi compte des variations de l'obliquité de la Terre, sous l'influence des perturbations planétaires. Milankovitch propose que les variations de l'orbite et de l'orientation de la Terre sont à la source du déclenchement des périodes glaciaires du passé. Il considère que la quantité à prendre en compte est l'insolation reçue dans les hautes latitudes en été. En effet, si cette insolation n'est pas assez grande, dans la région située à la limite des calottes polaires, les glaces formées pendant l'hiver ne fondent pas suffisamment durant l'été, et s'accumulent ainsi d'une année sur l'autre.

La théorie de Milankovitch des climats a beaucoup gagné en crédibilité quand des estimations quantitatives des températures globales à la surface de la Terre dans le passé ont été obtenues par l'analyse des mesures isotopiques du rapport O^{18}/O^{16} dans les sédiments marins (Hays *et al.*, 1976). Cela a conduit depuis à un développement important des études des enregistrements stratigraphiques des variations des climats du passé, dont l'origine astronomique est maintenant bien établie, même si les modèles de la réponse climatique au forçage de l'insolation sont complexes, et encore mal connus (voir par exemple Paillard, 2001). La solution des paramètres d'insolation utilisée dans ce travail fondateur de Hays, Imbrie et Shackleton (1976) était obtenue à partir des solutions de Sharaf et Boudnikova (1967), et des calculs d'insolation de Vernekar (1972). Les paramètres d'insolation ont ensuite été obtenus par la solution orbitale de Bretagnon (1974) et le calcul de la précession et de l'obliquité de Berger (1978). Plus récemment, les intégrations numériques du système séculaire ont permis d'obtenir des solutions précises pour le mouvement orbital et les éléments de l'obliquité et de l'insolation sur des durées de 10 à 20 millions d'années (Laskar, 1988, Laskar *et al.*, 1993).

Cette dernière solution (La93) et les programmes associés ont été installés sur les serveurs FTP anonyme du CDS de Strasbourg et de l'IMCCE pour être facilement accessibles à l'ensemble de la communauté. Ils sont actuellement utilisés, directement ou indirectement, comme échelle de temps pour la calibration de la plupart des séries de données sédimentaires à long terme.

2. Paléoclimats à long terme

Depuis 1998, nous avons entrepris une collaboration active avec certains des acteurs principaux de la théorie des paléoclimats à long terme (P. Olsen, T. Herbert aux USA, N. Shackleton et son équipe à Cambridge, F. Hilgen et L. Lourens à Utrecht). L'enjeu est de première importance, et consiste à :

- Analyser directement les données sédimentaires pour vérifier l'existence de signal astronomique dans les données, et évaluer leur qualité.
- Rechercher s'il est possible d'obtenir des informations géophysiques grâce à l'apport des données paléoclimatiques.

- Trouver des traces de variations orbitales significatives dans le passé, en apportant ainsi des contraintes extrêmement fines sur les modèles dynamiques de l'évolution du Système solaire.

Un premier pas a été effectué par la rédaction d'un article faisant le bilan des incertitudes dans les solutions de l'insolation, et des limites à l'établissement d'une solution astronomique précise sur plus de 30 à 40Ma. En revanche, si l'on se limite à l'utilisation de certains termes des solutions, liés aux planètes extérieures, et plus stables que les autres, il est possible d'étendre les calibrations géologiques sur des durées beaucoup plus longues, allant jusqu'à 200 Ma, en dépassant ainsi les limites strictes apportées par le caractère chaotique des solutions (Laskar, 1999).

L'autre point qui a suscité beaucoup d'intérêt dans la communauté des géologues est la possibilité de retrouver dans les séries sédimentaires des traces de l'évolution chaotique du mouvement orbital du Système solaire (Laskar, 1999, 2003). Cette proposition est pour le moment embryonnaire, mais elle est tellement fascinante, que nous allons tester de manière beaucoup plus approfondie sa faisabilité. Des collaborations actives ont commencé dans ce sens avec le groupe de N. Shackleton à Cambridge (U.K.), et celui de P. Olsen au Lamont-Doherty Observatory (U.S.A.). Dans le cadre de cet effort, nous avons travaillé dans ces dernières années à l'obtention d'une nouvelle solution pour l'évolution à long terme de l'insolation à la surface de la Terre (Laskar *et al.*, 2003).

3. Une nouvelle solution numérique pour l'étude des paléoclimats

La solution astronomique La93 est basée sur une intégration numérique des équations du mouvement des planètes, après une moyennisation par rapport aux mouvements rapides que sont les mouvements orbitaux des planètes autour du Soleil. Cette moyennisation est obtenue analytiquement par des développements en séries par rapport aux masses, excentricités et inclinaisons planétaires. Cette opération, extrêmement lourde à mettre en œuvre, car faisant intervenir des séries de plusieurs centaines de milliers de termes, fut le prix à payer pour pouvoir étudier l'évolution des orbites sur plusieurs centaines de millions d'années, mais ne peut permettre que d'obtenir une solution de précision limitée.

Actuellement, pour permettre l'étude des données sédimentaires au-delà de 20 millions d'années, nous cherchons à obtenir une solution la plus précise possible pour l'évolution à long terme du Système solaire. Dans ce cas, grâce à l'amélioration des performances des ordinateurs depuis 10 ans, une intégration numérique directe (sans moyennisation) devient préférable.

Le nouveau modèle est très complet, et très proche de celui qui est utilisé pour les éphémérides à court terme les plus précises : DE200, DE405, DE406 du Jet Propulsion Laboratory (notons que DE406 n'est disponible que sur 5000 ans). Il comprend les 9 planètes principales du Système solaire ainsi que la contribution des effets relativistes du Soleil. La Lune est considérée comme un objet séparé et les termes principaux du potentiel terrestre et lunaire (J_2) sont pris en compte. Les effets dissipatifs dus aux termes de marée (sur la Terre et sur la Lune) dans le système Terre-Lune sont aussi considérés, ainsi que la précession de l'axe de rotation terrestre.

4. Les erreurs numériques

Dans une telle intégration directe sur un temps long, de plusieurs dizaines de millions d'années, le problème de l'accumulation des erreurs de méthode et d'arrondi de l'ordinateur devient un problème majeur et difficile à résoudre sans utiliser la quadruple précision dont les temps de calculs restent prohibitifs. Nous avons donc particulièrement travaillé à réduire ces erreurs, et à supprimer toute source d'erreur systématique.

Pour effectuer ces intégrations, nous avons développé un nouvel intégrateur numérique symplectique d'ordre élevé (Laskar et Robutel, 2001) qui assure à la fois une très grande précision et une grande stabilité de l'intégration numérique à long terme, tout en permettant d'utiliser un pas de calcul relativement grand (1.82625 jour) pour l'ensemble du système, y compris la Lune (Fig.1).

Les paramètres de cette nouvelle solution sont obtenus à partir des références les plus récentes (DE406, IERS2000), et les conditions initiales obtenues par un ajustement avec DE406 pour tenir compte des petites différences de modèle. Les intégrations sont effectuées de -250 à $+250$ Ma, bien au-delà de la durée sur laquelle la solution orbitale de la Terre reste précise (30–40 Ma), afin d'étudier aussi la stabilité de leurs différentes composantes, et les variations apportées par des petites différences de modèles. Ce travail a nécessité une très longue phase de mise au point, mais des versions préliminaires ont été déjà diffusées auprès de nos principaux collaborateurs. La solution finale pour les paramètres d'insolation de la Terre (La2003) est maintenant prête, et sera diffusée sur le WEB fin 2003, alors que la publication associée est en phase finale de rédaction (Laskar *et al.*, 2003).

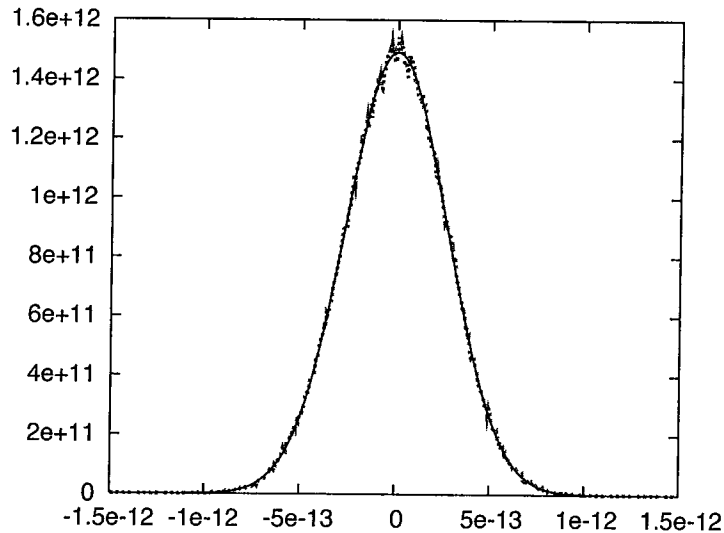


Figure 1 : Répartition normalisée de l'erreur relative en énergie pour chaque pas de 1000 ans, sur l'ensemble de l'intégration, de -250 à $+250$ Ma (millions d'années). On obtient une superposition quasi parfaite avec une distribution normale gaussienne centrée. L'erreur totale cumulée se comporte donc comme une marche aléatoire avec une déviation standard à chaque pas élémentaire (1.82625 jour) $\sigma \approx 2.7\epsilon_M$, où $\epsilon_M \approx 2.22 \times 10^{-16}$ est la précision de la machine (en double précision) (Laskar *et al.*, 2003).

5. Échelle géologique du Néogène

La solution La2003 a déjà été diffusée auprès de certains collègues géologues (en particulier N. Shackleton à Cambridge, et F. Hilgen et L. Lourens à Utrecht), et a permis une nouvelle détermination de la frontière Oligocène-Miocène à 23.03 Ma, au lieu de 23.8 Ma dans les déterminations précédentes. Une calibration géologique complète de la période du Néogène (23.03 Ma) vient d'être effectuée, en utilisant pour échelle de temps absolue notre nouvelle solution La2003. Cette nouvelle échelle de temps astronomique sera publiée dans l'ouvrage 'A Geologic Time Scale 2004' de la Commission Internationale de Stratigraphie (ICS) (Lourens *et al.*, 2004).

6. Perspectives

Nous comptons poursuivre cet effort dans les années qui viennent, en améliorant encore la précision des solutions planétaires pour aller jusqu'aux limites ultimes imposées par les incertitudes des paramètres et conditions initiales du système. Pour des durées au-delà de 30-40 Ma, la principale difficulté provient alors de la nature chaotique de l'évolution du système : gagner 10 Ma dans la durée de validité de la solution revient à améliorer d'un facteur 10 la précision du modèle et de l'ensemble de tous ses paramètres. Nous allons donc travailler à l'obtention d'une nouvelle génération de solution astronomique à long terme avec comme objectifs :

- Obtenir pour la solution à long terme la même précision à court terme que les meilleures intégrations actuelles (DE406). Cela entre dans le cadre du travail de thèse de Hervé Manche qui commence cette année.
- Améliorer les constantes et paramètres des solutions planétaires, en incluant dans le modèle plusieurs éléments non considérés jusqu'à présent, comme le mouvement de certains astéroïdes (Standish et Fienga, 2002).
- Améliorer encore les algorithmes de calculs élémentaires des intégrations numériques pour réduire encore plus les erreurs d'arrondis.
- Améliorer la modélisation des effets dissipatifs dans le système Terre-Lune. Cela reste en effet la source d'incertitude principale dans le calcul de la précession de la Terre, ce qui revient aussi à mieux comprendre l'évolution du système Terre-Lune. Il faudra pour cela contraindre certains paramètres avec les données géologiques.

Les contraintes de précision requises par les éphémérides à long terme viennent alors, dans cette nouvelle perspective, rejoindre les exigences des éphémérides à court terme. Nous espérons que cette convergence donnera à ces travaux un élan supplémentaire.

Ces travaux prendront tout leur sens avec la comparaison aux données sédimentaires géologiques sur l'ensemble du paléogène (23.03 Ma-65.5 Ma), période sur laquelle il existe maintenant un grand nombre de séries stratigraphiques de très bonne qualité.

Références

- Agassiz, L. : 1838, Upon Glaciers, moraines, and erratic blocks : Address delivered at the opening of the Helvetic Natural History Society at Neuchâtel, *New Philos. J. Edinburgh*, **24**, 864-883.
- Berger, A.L. : 1978, Long-term variations of daily insolation and quaternary climatic changes, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 2362-2367.
- Bretagnon, P. : 1974, Termes à longue période dans le Système Solaire, *Astron. Astrophys.*, **30**, 141-154.
- Brouwer, D., Van Woerkom, A.J.J. : 1950, The secular variations of the orbital elements of the principal planets, *Astron. Papers Am. Ephem.*, **XIII**, part II, 81-107.
- Croll, J. : 1875, Climate and Time in their Geological Relations : A Theory of Secular Changes of the Earth's Climate, Appleton, New York, 1875.
- Hays, J.D., Imbrie, J. & Shackleton, N.J., 1976. Variations of the Earth's Orbit : Pacemaker of the ice ages, *Science*, **194**, 1121-1132.
- Laskar, J. : 1988, Secular evolution of the Solar System over 10 million years, *Astron. Astrophys.*, **198**, 341-362.
- Laskar, J. : 1990, The chaotic motion of the Solar System. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266-291.
- Laskar, J., Robutel, P. : 2001, High order symplectic integrators for perturbed Hamiltonian systems, *Celest. Mech.*, **80**, 39-62.
- Laskar, J., Joutel, F., Boudin, F. : 1993, Orbital, precessional, and insolation quantities for the Earth from -20 Myr to +10 Myr, *Astron. Astrophys.*, **270**, 522-533.
- Laskar, J. : 1999, The limits of Earth orbital calculations for geological time scale use, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.*, **357**, 1735-1759.
- Laskar, J. : 2003, Chaos in the Solar System, in Proceedings of the International Congress on Theoretical Physics, D. Iagolnitzer, V. Rivasseau, J. Zinn-Justin (eds.), Paris, July 2002, ISBN 3-7643-2433-3, Birkhäuser 2003.
- Laskar, J., Robutel, P., Joutel, F., Gastineau, M., Correia, A., Levrard, B. : 2003, A long term numerical solution for the insolation quantities of the Earth, *en préparation*.
- Le Verrier, U. ; 1856, Ann. Obs. Paris, **II**, Mallet-Bachelet, Paris.

- Lourens, L.J., Hilgen, F.J., Laskar, J., Shackleton, N.J., and Wilson, D. : 2004, The Neogene Period. In F. Gradstein, J. Ogg et al. - A Geologic Time Scale 2004. Cambridge University Press, UK (*sous presse*).
- Milankovitch, M. : 1941, Kanon der Erdbestrahlung und Seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem, vol. 33, 633 pp., *Serbian Acad. Spec. Publ.*, **132**, Belgrade.
- Paillard, D. : 2001, Glacial cycles : Towards a new paradigm, *Rev. Geophys...*, **39**, 325-346.
- Sharav, S.G., Boudnikova, N.A. : 1967, Secular perturbations in the elements of the Earth's orbit and the astronomical theory of climate variations, *Trud. I.T.A*, **XIV**, 48-84.
- Shackleton, N.J., Crowhurst, S.J., Laskar, J. : 1999, Astronomical calibration of Oligocene-Miocene time, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.*, **357**, 1907-1929
- Standish, E.M., Fienga, A. : 2002, Accuracy limit of modern ephemerides imposed by the uncertainties in asteroid masses, *Astron. Astrophys.*, **384**, 322-328.
- Vernekar, A. D. : 1972, Long-period global variations of incoming solar radiation, *Meteorol. Monogr.*, **12 (34)**, 130 pp.

