

OBSERVATOIRE DE PARIS

**ÉCOLE DOCTORALE
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE
D'ILE-DE-FRANCE**

**Doctorat
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE**

Dynamique des Systèmes Gravitationnels

Lucie MAQUET

**Nouvelle approche du problème des forces
non-gravitationnelles cométaires**

**Application aux comètes 19P/Borrelly
et 67P/Churyumov-Gerasimenko**

Thèse dirigée par François Colas et Jacques Crovisier

Soutenue le 12 Mars 2012 devant un jury composé de :

Bruno SICARDY (LESIA, Paris)	Président du Jury
Pedro José GUTIÉRREZ (IAA, Granada)	Rapporteur
Olivier MOUSIS (UTINAM, Besançon)	Rapporteur
Gian Paolo TOZZI (INAF, Arcetri)	Examineur
François COLAS (IMCCE, Paris)	Directeur de thèse
Jacques CROVISIER (LESIA, Paris)	Directeur de thèse
Laurent JORDA (LAM, Marseille)	Invité
Pierre COLOM (LESIA, Paris)	Invité

« La comète est le Deus ex machina ; toutes les fois qu'on est embarrassé en cosmographie, on appelle une comète à son secours. C'est l'astre le plus complaisant que je connaisse, et, au moindre signe d'un savant, il se dérange pour tout arranger ! »

Jules Verne

Voyages et Aventures du Capitaine Hatteras (1866)

Remerciements

Au delà de l'aventure scientifique que la thèse suscite, elle fut aussi une grande histoire humaine à mes yeux. Je me dois donc de respecter la fameuse tradition des remerciements.

Mes tous premiers remerciements iront évidemment à François sans qui cette thèse n'aurait pas vu le jour. J'apprécie aussi la confiance dont il a fait preuve vis-à-vis de mon travail. Je le remercie aussi pour m'avoir transmis l'art de l'improvisation dans la vie et de m'avoir emmenée avec lui aux quatre coins du monde pour diverses observations.

Merci aussi à Jacques pour son soutien, sa clairvoyance concernant le sujet et ses questions qui ne m'étaient pas venues naturellement.

Je remercie aussi chaque membre du jury en commençant par mes rapporteurs Pedro José Gutiérrez et Olivier Mousis pour avoir su juger ma thèse. Merci à Gian Paolo Tozzi et Pierre Colom pour leur avoir apporté leur analyse. Mes remerciements vont aussi naturellement à Laurent Jorda pour son soutien et ses conseils avisés. Merci à Bruno Sicardy qui a accepté de présider ce jury de thèse.

Si je devais établir mes remerciements de façon historique, je commencerais sûrement par Jérémie. C'est grâce à ce stage de M1 sur les météores que j'ai su que la passion pouvait devenir une profession. Merci, donc m'avoir montrée cette voie que je pensais impossible. Merci aussi à toute l'équipe des ch'tis pour m'avoir accueillie chaleureusement à l'observatoire de Lille.

Ensuite, je remercie Ana Gomez qui m'a accueillie au sein du M2 DSG à l'observatoire de Paris. Merci aussi pour tous ses conseils mais surtout pour son soutien dans toutes les épreuves, aussi bien pendant le M2 que pendant la thèse.

Je voudrais mentionner quelques amis de promo du M2 qui de près ou de loin m'ont soutenu au cours de ces dernières années. Je pense notamment à Thierry, Luc, John, Anaëlle, Benjamin, Irène, Laurie...

Je tiens à remercier de manière générale les membres de l'IMCCE pour leur accueil et leur soutien. J'ai une pensée particulière pour Fred et Jérôme pour leurs conseils et leurs aides non seulement d'un point de vue programmation informatique mais aussi pour leurs discussions décontractées. Merci à Patrick et Valéry sans qui les orbites calculées seraient toujours bien loin de la vérité. Que serait la physique sans mathématiques? Je remercie donc Philippe, Hervé et Jacques pour leurs éclaircissements mathématiques arrivant toujours à point! Bien sûr, je n'oublie pas tout le soutien informatique, administratif et logistique qu'on put m'accorder Julien, Stéphane, Mokhtar, Isabelle, Agnès, Maryse et Cécile. Enfin, merci à Jean-Eudes de m'avoir confié les rênes du T80 de l'OHP pour les stages d'observations. C'est toujours un réel plaisir de partager l'astronomie dans un tel lieu.

Je ne remercierai jamais assez les « jeunes » de l'IMCCE, dans un ordre brownien, David, Maryame, Julien, Pierre, Josselin, Camille, Alrick, Yohann, Laurène et aussi les stagiaires. Merci pour ces bons moments autour du café...

Merci à mes amis Sylvain, David, Arnaud, Jean-Luc, Bernard, Martine, Françoise pour leur soutien et leur encouragement et parfois pour la relecture de ma thèse.

Merci à tous mes étudiants et futurs collègues à qui j'ai pu faire profiter de ma passion pour l'observation pendant les fameux stages OHP. Ils me l'ont bien rendu en me montrant leur passion pour les jeux de société en tous genres, les pokers et les fameuses parties de CSS...

Je remercie aussi Nicolas, Aïda, Édouard, Samer pour m'avoir encouragée à coup de Open Sushi, soirée et après-midi en tous genres.

Ma plus chère reconnaissance ira à ma famille sans qui toute cette aventure n'aurait pas été possible. À mes parents qui m'ont toujours soutenu dans tous les choix que j'ai fait même lorsque je pensais que ma voie était l'équitation. À mes deux soeurs, pour leur réconfort à chaque coup de téléphone ou visite. Enfin, je remercie Nicolas pour ses encouragements, son réconfort, sa présence et toutes ces discussions autour de l'astronomie et bien d'autres encore...

Résumé

L'orbite gravitationnelle d'une comète est affectée par la sublimation de la glace d'eau, un des principaux composants du noyau, lorsqu'elle s'approche du Soleil. Ce dégazage anisotrope produit une force dite non-gravitationnelle qui modifie de façon significative l'orbite de la comète. L'amplitude des perturbations dépend de plusieurs paramètres qui peuvent être contraints par différents types d'observations telles que les observations astrométriques et photométriques ou encore les taux de production d'eau observés en radio astronomie. Jusqu'à maintenant, la modélisation de ces effets est essentiellement fondée sur un modèle empirique défini dans les années 70 par Marsden et al. (1973) utilisant un dégazage isotrope.

Dans cette thèse, j'ai développé une nouvelle approche de la physique du problème des forces non-gravitationnelles faisant intervenir différents paramètres physiques tels que les position et vitesse initiales de la comète, son activité, la direction de l'axe de rotation, la masse du noyau et donc sa densité si son volume est connu, paramètre essentiel pour la compréhension de la formation des comètes. J'ai ainsi pu déduire leur valeur par ajustement d'orbite et de données photométriques. Ce travail a été appliqué à deux comètes : 19P/Borrelly pour le développement et la validation ma méthode, et 67P/Churyumov-Gerasimenko la cible de la mission spatiale européenne Rosetta dont la connaissance de la masse est primordiale.

Mots-clés : comète, mécanique céleste, forces non-gravitationnelles, dégazage, Rosetta

Abstract

New approach to the problem of the cometary non-gravitational forces *Application to the comets 19P/Borrelly and 67P/Churyumov-Gerasimenko*

When the comet approaches the Sun, the gravitational orbit of a comet is affected by the sublimation of water ice, a major component of the nucleus. This anisotropic outgassing produces a non-gravitational force that significantly changes the comet orbit. The amplitude of the perturbations depends on several parameters constrained by different observations such as astrometric and photometric data, or water production rates deduced from radio astronomy. Up to now, the modeling of these effects is mostly based on an empirical model defined in the early 70's by Marsden et al. (1973), using a simplified isotropic outgassing model.

In this thesis, I developed a new physical approach to the problem of non-gravitational forces involving different physical parameters such as initial position and velocity, comet activity, direction of spin axis, mass of the nucleus and thus its density if the volume is known, a relevant parameter to understand the formation of comets. I was able to deduct their values by orbit adjustment, using photometric data. This work was applied to two comets : 19P/Borrelly for the development and the validation of my method and 67P/Churyumov-Gerasimenko the target of the European space agency mission Rosetta for which the knowledge of the mass is crucial.

Key words : comet, celestial mechanics, non-gravitational forces, outgassing, Rosetta

Table des matières

Introduction	8
I Les comètes à travers les âges	14
1 Les comètes avant la révolution copernicienne	16
1.1 Les Babyloniens et les Chaldéens	16
1.2 Les Chinois, leur catalogue	17
1.3 L'âge des Grecs et des Romains	18
1.4 Le Moyen-Âge, une période sombre de la science cométaire	18
2 Les comètes, un problème singulier de la mécanique céleste	22
2.1 Du système copernicien aux premières orbites de Kepler et d'Hevelius . . .	22
2.2 Premières prévisions approximatives	23
2.3 Découverte du problème des forces non-gravitationnelles	25
2.4 Désignation des comètes	25
3 L'ère de l'astrophysique et l'étude des noyaux cométaires	28
3.1 Les modèles de noyaux cométaires	28
3.2 L'apport du spatial	29
3.3 La composition des noyaux	30
4 Les observations et les bases de données au cours du temps	34
4.1 Le rôle des amateurs au service de la science cométaire	34
4.2 Les observations astrométriques et photométriques des comètes	35
4.3 Les bases de données	36
II La dynamique moderne des comètes	40
5 Modèles empiriques	42
5.1 Le modèle de Marsden de type I	42
5.1.1 Les équations du mouvement	42
5.1.2 Les résultats et interprétations	44
5.2 Le modèle de Marsden de type II	46
5.2.1 Nouvel énoncé des forces non-gravitationnelles cométaires	46
5.2.2 Résultats et interprétations	47
5.3 Le modèle asymétrique de Yeomans et Chodas	48
5.3.1 Une adaptation des forces non-gravitationnelles de type II	48
5.3.2 Résultats et interprétations	49
5.3.3 Autre modèle asymétrique	50

6	Le modèle physique de Sekanina (1993)	52
6.1	Présentation du modèle	52
6.2	Mise en oeuvre du modèle par Szutowicz (2000) pour l'ajustement d'orbites	55
7	Objectifs de la thèse	58
7.1	Détermination des paramètres physiques des noyaux cométaires	58
7.2	Un modèle avec peu de paramètres et sans a priori	58
III	Notre nouveau modèle	62
8	Modèle dynamique	64
8.1	Les équations du mouvement	64
8.1.1	La gravitation et le problème à N corps	64
8.1.2	Prise en compte de la relativité générale	65
8.2	Expression de l'accélération non-gravitationnelle	66
8.2.1	Expression de l'accélération dans le repère du noyau	69
8.2.2	Changement de repère	69
8.2.3	Intégration de la force sur une rotation	71
8.2.4	Expression de l'accélération non-gravitationnelle dans le repère équatorial héliocentrique	71
8.3	Résumé	74
9	Taux de production d'eau	78
9.1	Présentation	78
9.2	Taux de production d'eau d'une bande	79
9.2.1	Calcul du taux de production en un point actif du noyau	79
9.2.2	Ensoleillement de la comète	81
9.3	Résolution du bilan énergétique	83
9.4	Taux de production d'eau total	83
10	Les contraintes observationnelles	86
10.1	Positions astrométriques	86
10.1.1	Présentation	86
10.1.2	Contraintes sur les paramètres	88
10.2	Taux de production d'eau	88
10.2.1	Présentation	88
10.2.2	Contraintes sur les paramètres	92
10.3	Observations du noyau cométaire	93
10.3.1	Taille, forme du noyau et période de rotation	93
11	Ajustement aux observations	96
11.1	Ajustement aux données astrométriques	96
11.1.1	Présentation	96
11.1.2	Corrections à appliquer	97
11.1.3	Méthodes d'optimisation	99
11.1.4	Calcul des dérivées partielles et du gradient du χ^2	103
11.1.5	Problèmes liés à l'ajustement	105
11.2	Ajustement du taux de production d'eau total : détermination de la masse du noyau	111
11.3	Conclusion	112

IV	Application à deux comètes et perspectives	114
12	La comète 19P/Borrelly	116
12.1	Présentation de la comète	116
12.2	Résultats et interprétations	117
12.2.1	Données observationnelles	117
12.2.2	Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle	118
12.2.3	Détermination de l'axe de rotation	120
12.2.4	Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active	122
12.2.5	Conclusion	125
13	La comète 67P/Churyumov-Gerasimenko	128
13.1	Présentation de la comète	128
13.2	Résultats et interprétations	129
13.2.1	Données observationnelles	129
13.2.2	Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle	130
13.2.3	Détermination de l'axe de rotation	131
13.2.4	Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active	132
13.2.5	Conclusion	135
14	Perspectives et conclusions	138
14.1	Évolution du modèle de noyau	138
14.1.1	Mise en oeuvre de modèles thermiques évolués	138
14.1.2	Ajout du dégazage de CO	139
14.2	Utilisation d'autres types d'observations	139
14.2.1	Utilisation des vitesses d'éjection du gaz observées en radio	139
14.2.2	Utilisation des magnitudes pour l'obtention des taux de production d'eau	141
14.3	Nouvelles déterminations de masse et de densité	141
14.4	Identification d'anciens passages	141
14.4.1	Extention du domaine de validité des orbites et nouvel ajustement des données	141
14.4.2	Recherche dans les observations anciennes	142
14.5	Éphémérides globales	142
14.5.1	Prise en compte de données de grandes précisions (<i>GAIA</i> et <i>ALMA</i>)	142
14.5.2	Origine des corps parents des météores et prédiction des pluies . . .	142
14.5.3	Les comètes peuvent aussi être des impacteurs terrestres	142
14.6	Conclusion	143
	Conclusion	145
	Annexes	148
A	Ajustement du modèle de Marsden	149

B	Compilation des taux de production utilisés	155
B.1	19P/Borrelly	155
B.2	67P/Churyumov-Gerasimenko	158
	Bibliographie	161

Introduction

Les comètes sont des objets complexes qui ont toujours fasciné aussi bien les scientifiques que les simples observateurs du ciel. Leur brillance fait qu'elles sont souvent observables à l'oeil nu, on retrouve ainsi leurs traces parmi les textes les plus anciens. On peut dire qu'avec les éclipses de soleil ce sont les faits scientifiques les plus vieux répertoriés par de nombreuses civilisations. Les érudits se devaient de placer ces objets dans la description de l'Univers. Ces corps appartenaient-ils à l'atmosphère, à l'Univers proche en de ça de la Lune ou alors étaient-ils au niveau des étoiles ? Nous verrons aussi que ces objets ont été des acteurs importants de la révolution newtonienne. Actuellement, nous savons que les comètes ont très peu évolué depuis la formation du système solaire. Elles ont fait l'objet de plusieurs missions spatiales coûteuses comme l'ambitieuse sonde *Rosetta* en route vers 67P/Churyumov-Gerasimenko. La sublimation de la glace d'eau à l'origine de l'activité des comètes crée, non seulement, un spectacle magnifique mais aussi un des problèmes les plus ardues de la mécanique céleste. Actuellement, les orbites sont calculées avec des modèles empiriques permettant certes d'établir des éphémérides, mais pas de déterminer, par exemple, la masse du noyau. Mon travail de thèse a consisté à développer un modèle physique avec le moins d'*a priori* possible et à l'appliquer aux cas de 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko. Ceci n'a été possible que grâce à des moyens de calculs importants permettant d'utiliser par exemple des méthodes de Monte-Carlo.

Historique et état de l'art du calcul des orbites de comètes

De l'Antiquité au 15^{ème} siècle, on se contentait de cataloguer les comètes en leur associant parfois de sombres présages. Il faudra attendre la Renaissance pour voir apparaître les premiers essais de calculs de trajectoires. Ce sont les comètes qui ont fait le triomphe de la mécanique newtonienne grâce à la prédiction du retour de 1P/Halley par Edmond Halley lui même. Cependant, avec l'amélioration des calculs, on a rapidement été amené à se poser des questions sur la précision des orbites. Au début du 19^{ème} siècle, Johann Franz Encke remarqua que les retours des comètes ne s'effectuaient pas de manière périodique comme le sous-entendaient les calculs, mais qu'elles arrivaient chaque fois en avance. On constatera par la suite que ces retours peuvent aussi se produire en retard. C'est Friedrich Wilhelm Bessel qui trouva l'origine de cette non-périodicité. Il avança alors l'hypothèse d'une éjection de matière, créée par la sublimation des glaces d'eau à l'approche du périhélie, qui produit une des forces de réaction. Les orbites des comètes ne sont donc pas uniquement régies par la gravitation, elles sont aussi soumises à des dégazages engendrant des forces dites non-gravitationnelles. L'éjection de matière se fait depuis des zones discrètes du noyau qui ne sont pas uniformément réparties à sa surface. L'amplitude des forces non-gravitationnelles varient en fonction de paramètres liés à la comète tels que les position et vitesse initiales, la masse du noyau, ou encore l'orientation de l'axe de rotation.

Ces effets, bien que connus, sont néanmoins très difficiles à modéliser. Il faudra attendre le 20^{ème} siècle pour que les premiers modèles voient le jour. On peut en distinguer deux types : les modèles empiriques et les modèles physiques. Les premiers sont encore utilisés aujourd'hui pour la production d'éphémérides. On peut citer ceux de Marsden (1969), Marsden et al. (1973) ou encore celui de Yeomans et Chodas (1989). L'hypothèse de base de ces modèles est que le dégazage s'effectue de manière isotrope à la surface des noyaux

et que seul le côté ensoleillé dégaze. Le tout premier modèle (Marsden, 1969) a été créé par tâtonnements. Il décrit les forces non-gravitationnelles de manière mathématique sans bases physiques. Il améliore tout de même les résidus (différences entre les positions observées et les positions calculées) par rapport à un modèle purement gravitationnel. Les forces non-gravitationnelles étant intimement liées à la sublimation des glaces du noyau (principalement la glace d'eau), Marsden et al. (1973) proposent de fonder le calcul de ces forces en exprimant empiriquement les taux de production d'eau observés. Les orbites ainsi calculées se révèlent plus fidèles à la réalité. La précision est encore augmentée avec le modèle de Yeomans et Chodas (1989) ; en faisant l'hypothèse que la luminosité de la comète est directement liée à son taux de dégazage, ils constatent que ce phénomène s'effectue bien souvent de manière asymétrique par rapport au passage au périhélie. Ils n'inventent pas un nouveau modèle mais ajoutent simplement un terme dans l'expression de l'accélération rendant compte de cette asymétrie. En augmentant le nombre de paramètres du modèle, ils constatent normalement que les orbites calculées s'ajustent mieux aux positions observées. Ils peuvent ainsi prédire, avec plus de précisions, les futures positions des comètes. Cependant, tous ces modèles ne donnent aucune indication sur la nature des comètes. De plus, il est impossible de relier plus de deux ou trois orbites avec le même ajustement.

En 1986, durant le survol de la comète 1P/Halley par la sonde européenne *Giotto*, on a remarqué que les dégazages s'effectuent sur des zones discrètes du noyau. À partir de cette constatation, Sekanina (1993) crée alors un modèle de forces non-gravitationnelles provenant de sources distinctes. Il considère N zones actives sur le noyau caractérisées par leur emplacement et leur taille. L'accélération non-gravitationnelle totale est donc une combinaison linéaire des accélérations dues à l'activité des sources. L'ajustement de ce nouveau modèle a été effectué par Szutowicz (2000). Elle constate que les orbites produites et ajustées sont de meilleures qualités que celles provenant des modèles empiriques précédents mais le nombre d'orbites fiables excède rarement trois. Elle peut en déduire les paramètres physiques notamment une estimation de l'orientation de l'axe de rotation. Elle ne peut cependant pas extraire la masse sans faire d'hypothèse sur la taille des zones actives. Comme chaque zone active nécessite deux paramètres à ajuster, ils sont en surabondance. Dans la pratique, le nombre de sources ne dépasse jamais trois pour ce modèle or on sait qu'en réalité elles peuvent être plus nombreuses. Enfin, ce modèle est utilisé uniquement pour la détermination des paramètres physiques des noyaux et non pour produire des éphémérides car il requiert des ressources informatiques trop importantes et bien souvent des informations que l'on ne possède pas. Il ne fonctionne correctement que pour des comètes dont on connaît bien la dynamique comme celles survolées par des sondes spatiales.

Est-il possible de modéliser fidèlement l'orbite des comètes avec un minimum de degrés de liberté et d'en déduire les paramètres physiques du noyau ?

Cette thèse propose de revisiter le problème des forces non-gravitationnelles en mêlant une approche physique du comportement des noyaux cométaires avec les derniers développements de la mécanique céleste qui utilisent de grands moyens de calcul. Un modèle réaliste d'un noyau cométaire nécessite de mettre en place de nombreux jets. Mon idée est de moyenniser leur actions sur une rotation de la comète. Cette hypothèse est réaliste compte tenu du fait que la période de rotation du noyau est de l'ordre de la journée comparée à la période orbitale qui est de plusieurs années. Cela permet de considérer des forces moyennes au lieu de sources localisées, ce qui réduit ainsi le nombre de paramètres, notre modèle est ainsi constitué de bandes en latitude. Il unifie la dynamique des comètes et la physique de la

sublimation des glaces d'eau. Nous nous attacherons à des géométries simples pour décrire la forme des noyaux : d'une part, en considérant des noyaux sphériques afin de valider le modèle sur des observations simulées et d'autre part, avec des configurations ellipsoïdales, plus réalistes. Le dégazage total sera estimé en couplant un modèle thermique à un ajustement itératif de la fraction active des bandes. Les forces non-gravitationnelles découleront naturellement des vitesses d'éjection du gaz et des taux de production d'eau calculés. Un modèle dynamique fondé sur les équations du mouvement permettra de rassembler ces différentes composantes afin de calculer des orbites synthétiques. Celles-ci seront comparées aux observations pour contraindre les paramètres laissés libres dans l'analyse. Ces observations sont de deux types : d'une part, des positions astrométriques et d'autre part, des taux de production d'eau observés en radio. Par ajustement de ces observations, nous pourrions déterminer les accélérations et les forces non-gravitationnelles et donc la masse par l'application du principe fondamental de la dynamique. Pour les comètes dont nous possédons une estimation du volume, nous obtiendrons également la densité qui est un paramètre crucial pour la compréhension de la nature des comètes et de leur formation. On pourra aussi remarquer une dépendance entre les forces non-gravitationnelles calculées et l'orientation du noyau modélisé. Cela nous permettra, à terme, de déterminer l'axe de rotation des comètes. Cette étude a nécessité une grande puissance de calcul qui n'était pas disponible une dizaine d'années auparavant.

Durant cette thèse, ce modèle a été appliqué à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko. J'ai choisi la première car elle a fait l'objet d'un survol par la sonde *Deep Space 1* et donc d'une détermination précise de nombreux paramètres physiques (masse, dynamique, volume...). Il était fondamental de comparer mes résultats avec ces valeurs pour valider ma méthode. La deuxième comète est 67P/Churyumov-Gerasimenko, la cible principale de la mission *Rosetta*. La sonde va orbiter autour du noyau pendant plusieurs années permettant d'effectuer une étude sans précédent d'une comète, elle est également composée d'un atterrisseur, ce qui sera également une première. La détermination de la densité et de la position de l'axe de rotation sont donc d'une grande importance pour le bon déroulement de cette mission complexe. Enfin, de manière générale, on constatera que les orbites obtenues grâce à notre modèle sont de meilleures qualités que celles obtenues avec le modèle de Marsden et al. (1973) en présentant de plus faibles résidus. À terme, ce modèle sera appliqué à l'ensemble des comètes qui, pour la plupart, ne seront jamais survolées par une sonde. Le seul paramètre indispensable est la taille, celle-ci pourra être obtenue grâce aux observations infrarouges et au nouvel observatoire millimétrique *ALMA*.

Plan de la thèse

Dans la première partie de ce manuscrit, je présenterai un rapide historique débutant avec les premières observations des comètes durant l'Antiquité. J'évoquerai les différents courants de pensées développés avant la découverte de l'héliocentrisme par Nicolas Copernic. Je continuerai avec le calcul des premières orbites effectué pendant la Renaissance et l'émergence du concept des accélérations non-gravitationnelles dans la pensée scientifique. Je montrerai comment a évolué la compréhension de la nature des comètes notamment avec l'apport des techniques spatiales. Enfin, je présenterai les différentes bases de données utiles et le rôle des astronomes amateurs pour les découvertes et le suivi des comètes.

La seconde partie sera constituée d'une revue des différents modèles évoqués dans cette introduction. J'expliquerai la mise en oeuvre de chacun d'eux ainsi que les résultats et leurs interprétations découlant de leur application. Les inconvénients de ces différents modèles étant mis en relief, je conclurai cette partie en développant les objectifs de cette thèse

pour répondre à ces limitations.

La troisième partie sera consacrée à la présentation de mon modèle. Je développerai les équations du mouvement visant à reproduire au mieux les orbites des comètes. J'expliquerai le modèle thermique utilisé et le calcul des taux de production en tenant compte de l'illumination du noyau. Cette modélisation des trajectoires de ces corps passe inévitablement par l'ajustement des paramètres sur les mesures astrométriques. Ce premier ajustement aboutira à la détermination des position et vitesse initiales de la comète mais aussi des localisations des dégazages à la surface des noyaux. J'expliquerai l'utilité des mesures de taux de production pour obtenir la masse des comètes et donc leur densité, paramètre clé pour la compréhension de leur formation. Je finirai cette partie en présentant les deux méthodes d'ajustement testées, leurs avantages, leurs inconvénients et les problèmes rencontrés pendant leur mise en oeuvre.

La quatrième partie sera consacrée à l'application de mon modèle à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko (cible de la mission *Rosetta*). Je parlerai aussi de la façon dont j'ai déterminé leur axe de rotation et leur masse à partir de leur dynamique. Durant ces deux études, je ferai une comparaison entre mon modèle et celui de Marsden et al. (1973) couramment utilisé pour l'établissement d'éphémérides. Je finirai en présentant les différentes perspectives sur lesquelles a débouché de mon travail.

Première partie

Les comètes à travers les âges

Chapitre 1

Les comètes avant la révolution copernicienne

Sommaire

1.1	Les Babyloniens et les Chaldéens	16
1.2	Les Chinois, leur catalogue	17
1.3	L'âge des Grecs et des Romains	18
1.4	Le Moyen-Âge, une période sombre de la science cométaire . .	18

Ce chapitre présente une partie historique s'étendant de l'ère babylonienne au Moyen-Âge. Il introduira les différentes pensées des Babyloniens et des Chaldéens puis des Chinois. On continuera par la vision des Grecs. On finira par évoquer l'âge sombre qu'a vécu la science cométaire au Moyen-Âge à cause des superstitions engendrées par l'apparition fortuite de ces objets.

1.1 Les Babyloniens et les Chaldéens



Figure 1.1 – Tablette babylonienne de 87 av. J.-C. reportant le passage de 1P/Halley

Les premières évocations de comètes (du grec *κομήτης*, *komêtês*, astre chevelu) remontent à la haute antiquité en Chaldée (Irak actuel) et chez les Babyloniens, deux à trois millénaires avant Jésus-Christ. Le plus ancien écrit connu à ce jour a été gravé en écriture cunéiforme sur une tablette en argile par les érudits de l'époque en l'an 1140 ans J.-C. (exemple de tablette en figure 1.1). Les astronomes de l'époque (appelés astrologues) avaient ainsi décrit cette apparition comme :

« Une comète dont le corps était brillant comme le jour se leva, tandis que de son corps lumineux une queue s'étendait, comme le dard d'un scorpion ».

Les Babyloniens et les Chaldéens avaient une vision assez proche de la nôtre car ils voyaient les comètes comme des corps célestes identiques aux planètes dont les queues étaient produites par des courants d'air violents en rotation. À l'époque, ces connaissances astronomiques étaient reconnues par tous les peuples, mais l'arrivée de l'ère grecque transformera ce savoir acquis.

1.2 Les Chinois, leur catalogue

En Chine, les premières observations connues remontent à l'an 3253 avant notre ère. Les Chinois qui partageaient l'avis des Chaldéens et des Babyloniens quant à la nature des comètes, ont été les premiers à créer un catalogue répertoriant les différentes formes de comètes. Ce catalogue, le plus vieux connu à ce jour, retrouvé dans une tombe, daterait du quatrième siècle avant notre ère (cf. Fig. 1.2). Chaque dessin de ce catalogue était accompagné de présages. Ainsi, une comète à quatre queues annonçait la maladie, une comète à deux queues incurvées vers la droite prédisait un guerre mineure mais un maïs abondant, etc.

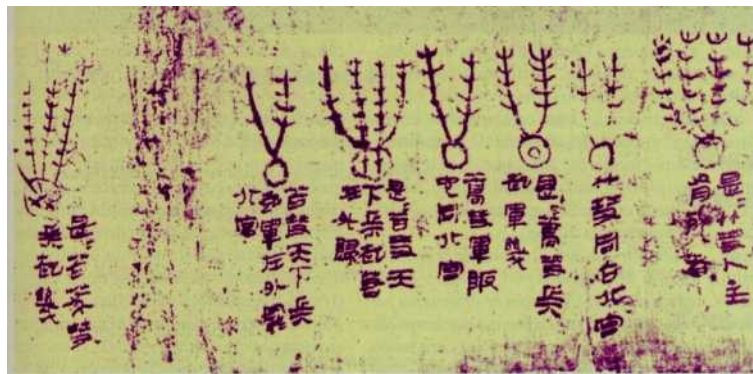


Figure 1.2 – Extrait du *Livre de soie* (IVe siècle av. J.-C.), retrouvé dans une tombe Han près de Mawangdui en Chine (Xi, 1984)

De même considérant leurs 283 constellations comme des provinces chinoises, ils cartographiaient tout événement s'y déroulant. Ainsi, ils notaient de façon rigoureuse la marche des comètes dans le ciel. Les comètes étaient répertoriées comme des nouvelles étoiles parmi celles déjà connues. On les retrouve dans quatre familles (Merlin et Verdenet, 1995) :

- Kho-hsing : des étoiles visiteuses qui étaient probablement pour la plupart des supernovae,
- Po-hsing : des étoiles denses ou rayées, probablement des comètes sans queue,
- Chang-hsing : des étoiles longues, certainement des comètes possédant une longue queue,
- Hui-hsing : des étoiles-balais, probablement des comètes à plusieurs queues.

À partir du 17^{ème} siècle, les missionnaires jésuites envoyés en Asie traduisirent les annales chinoises, contenant plus de six cents observations. Ils prirent alors conscience que les Chinois avaient fait la relation entre la formation des queues cométaires et le Soleil. Néanmoins, les Chinois croyaient en un système géocentrique qu'ils gardèrent plus



Figure 1.3 – Exemples des différents types de comètes que les Chinois ont catalogué. De gauche à droite : le type po-hsing avec la comète 17P/Holmes (crédit : AT60 / Boris Gaillard, Martine Castets et François Colas), le type chang-hsing avec la comète C/1996 B2 Hyakutake (crédit : Doug Zubenel, TWAN) et enfin le type hui-hsing avec la comète C/2006 P1 Mc Naught (crédit : ESO / Guillaume Blanchard)

longtemps qu'en occident, leur empêchant de comprendre la nature héliocentrique des orbites des comètes. Entre l'écriture et la traduction de ces annales, la science cométaire va vivre une période sombre en occident.

1.3 L'âge des Grecs et des Romains

Les Grecs commencent à observer les comètes vers le IV^e siècle av. J.-C.. On peut alors remarquer deux courants de pensée. Pour Démocrite (460-370 av. J.-C.), les comètes sont comme des planètes, à une exception près, la chevelure qu'il considère être une illusion d'optique. Aristote, quant à lui, les désigne comme des phénomènes atmosphériques dus à la rencontre de deux masses d'air. Les comètes, étant imprévisibles et de forme étrange, ne pouvaient pas appartenir au monde céleste parfait¹ (voir Fig. 1.4). Cette pensée fera autorité jusqu'à la Renaissance.

C'est dans ce climat que le Romain Sénèque (I^e siècle ap. J.-C.) émettra l'hypothèse que les comètes sont des objets interplanétaires et qu'elles sont parfois périodiques dans son ouvrage « *Questions naturelles* ». Malheureusement, ses pensées resteront dans l'oubli jusqu'à l'arrivée de Tycho Brahé et Johannes Kepler

1.4 Le Moyen-Âge, une période sombre de la science cométaire

Au Moyen-Âge, la science cométaire va vivre une véritable période sombre. On reste alors campé sur les idées aristotéliennes de la nature atmosphérique des comètes (Festou et al., 1993). Les superstitions vont se mêler à cette pseudo-science. Les savants de l'époque vont uniquement continuer à alimenter le catalogue décrivant les formes des comètes entamé par Pline l'Ancien au 2^{ème} siècle. Cependant, grâce à ces peurs des comètes et des présages qu'elles annonçaient, on retrouve dans les textes, les peintures et les tapisseries du Moyen-Âge, des références à de grandes comètes. Celle de Halley en est une fervente représentante puisqu'elle est brodée sur la tapisserie de Bayeux (voir Fig. 1.5). Elle avait alors annoncé la victoire de Guillaume le Conquérant et la défaite du roi Harold lors de la bataille de Hastings (1066).

1. Dans la conception aristotélienne géocentrique, le monde céleste est le monde parfait au delà de la Lune, en deçà se trouve le monde terrestre sublunaire.



Figure 1.4 – Vision du monde selon Aristotele. Le monde sublunaire au centre est le monde de changement, imparfait et le monde supralunaire en revanche est le monde céleste immuable, parfait.



Figure 1.5 – Tapisserie de Bayeux représentant la comète de Halley datant de 1066. Cette oeuvre est visible au musée de la tapisserie à Bayeux dans le Calvados

De même, la comète la plus brillante connue jusqu'à maintenant a été observée en 1106 et a dû atteindre une magnitude de -10. On peut ainsi suivre les comètes dans l'histoire souvent liées aux mauvais présages qu'elles annonçaient. Au Moyen-Âge, elles étaient si terrifiantes que des papes comme Calixte III les excommuniaient. Cette peur



Figure 1.6 – Moctezuma II regardant une comète présageant de la fin de l’empire aztèque (Diego Duran)

des comètes était aussi présente dans le nouveau monde chez les Aztèques très attachés à l’astrologie. Le chef aztèque Moctezuma II interpréta l’apparition de plusieurs comètes comme un signe annonçant la fin de l’empire (voir Fig. 1.6). Il ne se trompa pas puisque peu de temps plus tard les Espagnols mirent fin à son règne.

Pour que ces superstitions commencent à disparaître et que l’on reprenne une vraie étude scientifique des comètes, il faudra attendre la Renaissance.

Chapitre 2

Les comètes, un problème singulier de la mécanique céleste

Sommaire

2.1	Du système copernicien aux premières orbites de Kepler et d'Hevelius	22
2.2	Premières prévisions approximatives	23
2.3	Découverte du problème des forces non-gravitationnelles . . .	25
2.4	Désignation des comètes	25

Ce chapitre présente une partie historique pendant laquelle s'est développée la mécanique céleste et le calcul des premières orbites cométaires. Il montre aussi comment a été découvert le problème des forces non-gravitationnelles et les premières hypothèses sur leur origine.

2.1 Du système copernicien aux premières orbites de Kepler et d'Hevelius

La mécanique céleste a vécu un tournant historique avec la découverte de l'héliocentrisme par Nicolas Copernic (1473-1543). Tycho Brahé (1546-1601), quant à lui, resta fidèle au système aristotélicien. Cependant, cela ne l'empêcha pas de confirmer l'origine céleste des comètes par la mesure de la faible parallaxe de la comète de 1577, la plaçant bien plus loin que la Lune. Cette comète était remarquable puisqu'elle est restée visible en pleine journée. Elle est aussi restée dans l'histoire car elle est la première à avoir fait l'objet de calculs physiques pour en connaître sa position et son mouvement. Tycho Brahé dut alors admettre que son orbite n'était pas circulaire comme les planètes mais un peu plus allongée.

Un an avant sa mort, Tycho Brahé invita Johannes Kepler (1571-1630) à devenir son assistant. Kepler ayant des problèmes de vue, dut reconnaître la précision des observations de Tycho Brahé. Il se basa alors sur celles-ci pour écrire ses fameuses lois.

Malgré l'établissement de ses lois, Kepler pensait, après l'étude des comètes de 1607 (la future 1P/Halley) et de 1618, que leur trajectoire était rectiligne. Néanmoins, il pensait tout de même que cela n'était pas forcément toujours le cas. Il est vrai que selon

la configuration de la Terre et de la comète observée, on peut la voir se déplacer en ligne droite dans le ciel. Cela a certainement induit Kepler en erreur.

La science cométaire progressera encore d'un pas avec l'arrivée de Johannes Hevelius (1611-1687). C'est lui qui en premier affirma avec certitude que les orbites des comètes étaient courbes autour du Soleil. Il les qualifiait même de paraboles. Il détailla toutes ses études des comètes dans son célèbre ouvrage *Cometographia* (voir Fig. 2.1).



Figure 2.1 – Première page du livre d'Hevelius : *Cometographia* (1668). On remarque alors la confrontation des idées quant à la nature des trajectoires des comètes. À gauche, la vision sublunaire aristotélicienne des comètes (voir chapitre 1), à droite les trajectoires rectilignes de Kepler et au centre les trajectoires incurvées d'Hevelius.

2.2 Premières prévisions approximatives

C'est en 1687, avec la publication de ses *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, que Isaac Newton (1643-1727) a révolutionné la mécanique céleste. On comprit alors quel était le moteur des corps tournant dans le ciel : la gravitation. Cela eut aussi une très grande influence sur l'étude des orbites cométaires car Newton put enfin caractériser plusieurs d'entre elles et calculer les éléments orbitaux de ces astres (voir Fig. 2.2).

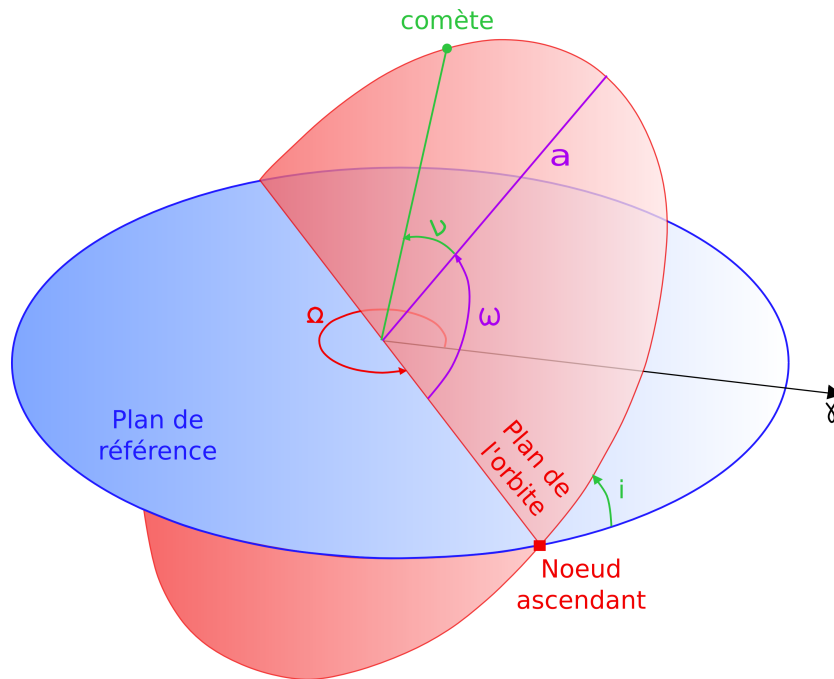


Figure 2.2 – Les éléments orbitaux sont au nombre de six : a est le demi-grand axe de l'orbite, i son inclinaison, Ω la longitude du noeud ascendant par rapport à la direction du point vernal γ , ω l'argument du périastre, ν l'anomalie vraie et e l'excentricité de l'orbite. On peut utiliser différentes combinaisons de six éléments en utilisant d'autres tels que n le moyen mouvement et T la date de passage au périhélie.

Newton démontra aussi que les orbites des comètes étaient des sections de coniques pouvant avoir des formes d'ellipse, de parabole ou d'hyperbole dont l'un des foyers est occupé par le Soleil. Newton calcula alors, en suivant ce principe, l'orbite de la comète de 1680. Deux ans plus tard, une comète entra dans le ciel. C'est l'élève de Newton, Edmond Halley (1646-1742), qui en prédit le retour et annonça une périodicité de 76 ans. Il alla même jusqu'à rechercher ses anciens passages. Il trouva cinq comètes qui sont apparues à plus ou moins 76 années d'intervalle. Halley en conclut qu'il s'agissait d'une seule et même comète, celle qui porterait son nom : 1P/Halley. Malheureusement pour lui, il n'eut pas la chance de la voir revenir puisqu'elle réapparut en 1758, 16 ans après sa mort.

Peu après la mort de Halley, plusieurs astronomes ont commencé à se pencher sur le problème du calcul de la date exacte du prochain retour de sa comète. Alexis Claude Clairaut (1713-1765), Joseph de Lalande (1732-1807) et Nicole Reine Lepaute¹ (1723-1788) entreprirent alors d'ajouter les perturbations planétaires au calcul de l'orbite. Ils prédirent son passage au périhélie pour le 13 avril 1759. Elle y passa avec uniquement un mois d'avance.

Le 18^{ème} siècle a donc été marqué par une amélioration progressive des techniques de calcul d'orbite (Yeomans et Mitton, 1991).

1. Clairaut a injustement oublié de mentionner Nicole Reine Lepaute dans sa publication *Théorie des comètes* (1760)

2.3 Découverte du problème des forces non-gravitationnelles

Johann Franz Encke (1791-1865) s'inspira beaucoup du travail de Halley. Il étudia avec intérêt une comète qui porterait son nom : 2P/Encke. Il remarqua que chaque retour de cette comète était marqué par une avance de son périhélie. À cette époque, on avait émis trois hypothèses possibles à ces retours de plus en plus précoces :

- Encke avait proposé que la comète devait évoluer dans un milieu résistant. Ceci entraînerait donc la comète dans un mouvement en spirale, d'où la diminution de sa période orbitale.
- Une autre théorie était que la comète passait dans une ceinture de particules météoritiques qui lui faisait perdre de la vitesse entraînant aussi une trajectoire spiralante.
- La troisième hypothèse, proposée par Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846), fut la bonne puisqu'il proposa que l'éjection de matière du noyau devait engendrer un « effet fusée » qui accélérerait la comète sur son orbite.

Par la suite, les deux premières théories ont été complètement abandonnées. En effet, certaines comètes ont montré des périodes orbitales augmentant à chaque passage montrant ainsi que le freinage de la comète par un milieu résistant n'expliquait pas ce phénomène.

Les forces non-gravitationnelles étant liées à la sublimation des glaces, il allait falloir étudier plus précisément les noyaux cométaires pour mieux appréhender et modéliser ces forces nouvellement découvertes. Ces travaux ne commenceront qu'au 20^{ème} siècle

2.4 Désignation des comètes

Bien que l'on ait commencé à caractériser les différentes orbites de comètes (parabolique, elliptique, hyperbolique), il va falloir attendre le milieu du vingtième siècle pour qu'une désignation réglementée de ces corps voit le jour. À partir de 1995, l'*Union Astronomique Internationale* (UAI) a adopté la nomenclature qui est toujours en vigueur aujourd'hui. Leur nom est alors composé de lettres et de chiffres comme suit :

1. une lettre qui indique le type de la comète : P pour une comète à courte période (inférieure à 200 ans), C pour une à longue période (supérieure à 200 ans) ou non périodique et enfin X et D pour respectivement des comètes dont on est incapable de déterminer l'orbite et qui ont disparu,
2. l'année de la découverte,
3. une lettre indiquant la quinzaine du mois de découverte,
4. un chiffre indiquant le numéro de la découverte dans cette quinzaine de mois,
5. le nom du ou des découvreurs

Par exemple, la désignation de la comète de Halley est P/1682 Q 1. Elle est donc à courte période et a été la première comète découverte la première quinzaine d'août. Dans le cas des comètes à courte période, lorsqu'elles sont confirmées par leur retour, on change leur désignation en leur assignant un nombre avant le P qui correspond à leur ordre de découverte au sein des comètes périodiques. Ainsi la comète de Halley porte aussi le nom de 1P/Halley indiquant qu'elle est la première à courte période confirmée. Cette nomenclature est à présent devenue incontournable. En effet, si on donnait uniquement le

nom des découvreurs à la comète, il pourrait y avoir une ambiguïté puisqu'il arrive que des personnes aient trouvé plusieurs de ces corps. Cela évite donc que l'on confonde les comètes.

Chapitre 3

L'ère de l'astrophysique et l'étude des noyaux cométaires

Sommaire

3.1	Les modèles de noyaux cométaires	28
3.2	L'apport du spatial	29
3.3	La composition des noyaux	30

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents modèles de noyaux cométaires qui se sont développés au cours des années. Nous discuterons ensuite de l'apport des missions spatiales pour notre compréhension de la nature des comètes. Nous parlerons enfin des différents éléments composant les noyaux et de leur influence sur la dynamique de ces corps.

3.1 Les modèles de noyaux cométaires

L'étude de la physique des comètes commença par celle de la coma et des queues. Isaac Newton et Heinrich Olbers (1758-1840) s'attelèrent à expliquer leur forme. Cependant, dans ce domaine, c'est Friedrich Wilhelm Bessel qui perça. Grâce aux observations de la comète de Halley en 1835, il remarqua des structures et des formes dans sa coma. Il les expliqua par des jets provenant de différentes régions du noyau. Il fit l'hypothèse que les noyaux cométaires devaient être composés de différents types de terrains. Cela constituait une première approche de la nature réelle des noyaux.

Il faudra néanmoins attendre les années 1950 pour voir apparaître les premiers modèles de noyaux avec Whipple (1950). Son modèle est plus connu sous le nom de *boule de neige sale*. Il voit alors le noyau comme un conglomérat de glaces et de poussières. C'est sur ce modèle que s'appuieront ceux des forces non-gravitationnelles de Marsden (1969) et Marsden et al. (1973).

Dans les années qui suivirent, plusieurs modèles virent le jour (voir Fig. 3.1) :

- Le « rubble pile » de Weissman (1986). Il considère que le noyau est formé de plusieurs blocs collés les uns aux autres. Ceci expliquerait bien les faibles densités des noyaux et leur fragmentation.
- L'agrégat fractal de Donn et Hughes (1986). Le noyau serait constitué de gros blocs et les vides seraient remplis par des blocs de plus en plus petits.

- Le modèle de colle glacée de Gombosi et Houpis (1986). Le noyau serait composé de gros blocs rocheux collés entre eux par de la glace.
- Le modèle en strate de Belton et al. (2007). Le noyau serait constitué de plusieurs couches de poussières et de glaces s'étant déposées durant sa formation.

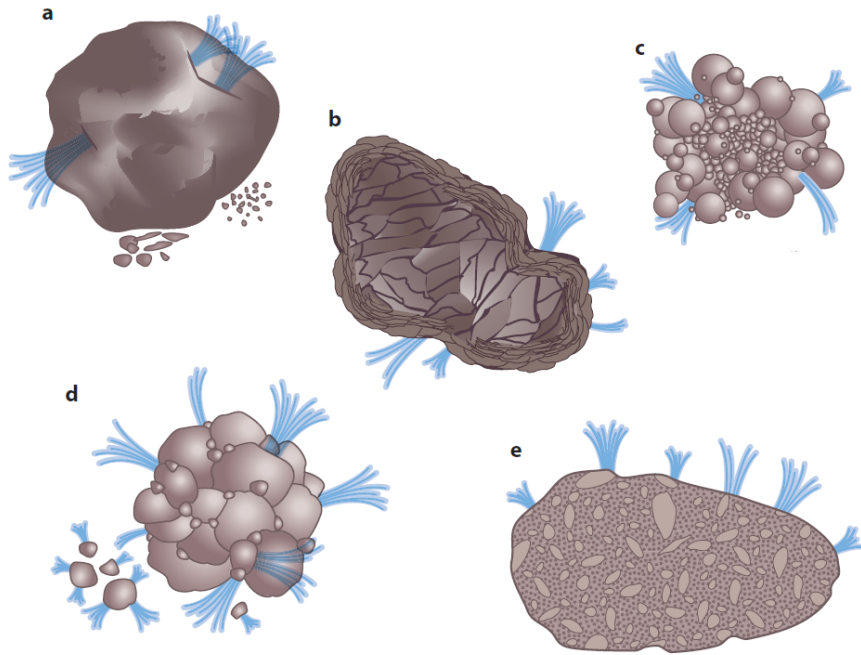


Figure 3.1 – Les différents modèles de noyau : (a) la boule de neige sale de Whipple (1950), (b) le modèle en strate de Belton et al. (2007), (c) l'agrégat fractal de Donn et Hughes (1986), (d) le rubble pile de Weissman (1986) et (e) le modèle de colle glacée de Gombosi et Houpis (1986) (figure extraite de A'Hearn (2011))

Malgré l'apport d'images des sondes spatiales ayant survolé des noyaux cométaires, on est toujours incapable de savoir lequel de ces modèles représente au mieux les comètes. Il faudra certainement attendre la sonde *Rosetta* (ESA) munie d'un atterrisseur pour avoir une idée un peu plus précise de la structure des noyaux.

3.2 L'apport du spatial

Les survols des comètes par les sondes spatiales ont beaucoup apporté en terme de forme des noyaux. C'est, en effet, par ce seul moyen que l'on peut obtenir une taille et une forme précise des comètes. À ce jour, seules cinq d'entre elles ont été survolées (voir chapitre 10).

L'apport des sondes ne se limite pas seulement à la forme et à la taille. Grâce à elles, on a pu confirmer le fait que l'activité cométaire est localisée sur des zones discrètes du noyau sur le côté illuminé par le Soleil. Des mesures d'albédo *in-situ* ont révélé des valeurs très faibles (Crovisier et Encrenaz, 2000). On a pu aussi observer différentes morphologies à la surface des noyaux montrant parfois des terrains assez lisses et sans

cratères révélateurs d'une activité à la surface des noyaux.

On a pu aussi, grâce à la sonde *Stardust*, rapporter des poussières contenues dans la queue de 81P/Wild 2. Cela nous a beaucoup appris sur la composition des noyaux.

Enfin, on espère pouvoir déterminer les masses des noyaux cométaires grâce aux sondes spatiales. En effet, trois techniques principales sont possibles. La première, la plus facile à mettre en oeuvre, consiste à observer la déflexion (perturbation de la trajectoire par le champ de gravité du corps) d'une sonde lors du survol du noyau. Cela a déjà fait ses preuves sur des astéroïdes (Pätzold et al., 2011). Cette déflexion n'a jamais été observée dans le cas de comètes. Les noyaux sont trop petits et trop peu massifs pour avoir une influence gravitationnelle sur une sonde opérant un survol. La vitesse de la sonde est deux fois trop grande pour qu'on puisse observer des perturbations dans sa trajectoire (Communication privée avec Mickael F. A'Hearn, février 2011). Une autre stratégie consiste à mettre la sonde en orbite autour du noyau. Sa vitesse devra obligatoirement être faible. On pourra donc observer les perturbations gravitationnelles de la comète sur l'orbite de la sonde. Enfin, la dernière méthode qui a déjà été utilisée consiste à percuter un noyau avec un impacteur artificiel pour former des éjectats. On observe ensuite la dynamique des particules s'échappant de la comète. Puisqu'on sait avec quelle énergie ont été soulevées ces poussières, il est possible d'en déduire le champ de gravité et donc la masse du noyau (Richardson et al., 2007).

3.3 La composition des noyaux

Pour bien comprendre les processus d'activité des noyaux cométaires, il faut tout d'abord savoir quelle est la matière qui les compose.

Grâce aux observations spectroscopiques, on sait désormais qu'un noyau cométaire est constitué de divers éléments volatils, principalement de l'eau (H_2O) mais aussi du dioxyde et du monoxyde de carbone (CO_2 , CO), du formaldéhyde (H_2CO), du méthane (CH_4), etc...

Molécule	Abondance $[\text{X}]/[\text{H}_2\text{O}]$ (en %)	r_h (en UA)
H_2O	100	2,5
CO	0,4-20	62,5
CO_2	2,5-12	8,3
CH_3OH	0,9-7	-
NH_3	0,5-1,5	9,7
CH_4	0,4-1,5	38
H_2CO	0,15-1,5	14,1
H_2S	0,15-1,5	-
HCN	0,09-0,3	4,8

Table 3.1 – Abondances de principaux éléments volatils des comètes (Bockelée-Morvan et al., 2004b) et la distance héliocentrique limite en dessous de laquelle la sublimation peut avoir lieu (Delsemme, 1982)

Les orbites des comètes étant excentriques, elles sont tantôt proches du Soleil tantôt

loin. Suivant la distance héliocentrique de la comète, les différents matériaux volatils de leur noyau peuvent ou non se sublimer (cf. Tab. 3.1). Ainsi l'eau étant le constituant volatil majoritaire des noyaux et se sublimant à petites distances héliocentriques (< 2.5 UA), la comète sera principalement active près de son périhélie. Cependant, des activités cométaires ont déjà été observées à de grandes distances héliocentriques et sont dues à la sublimation d'autres molécules volatiles comme le monoxyde de carbone (cf. Fig. 3.2). On pense aussi que le dégazage loin du Soleil peut être causé par la transition de la glace d'eau amorphe vers la glace d'eau cristalline ou encore du fait de collisions entre le noyau cométaire et d'autres corps du système solaire.

C'est, en outre, grâce à cette observation de l'activité lointaine des comètes que l'on a découvert la présence de CO dans les comètes. La sublimation de ces différents éléments est à l'origine de forces non-gravitationnelles qui perturberont les trajectoires des comètes.

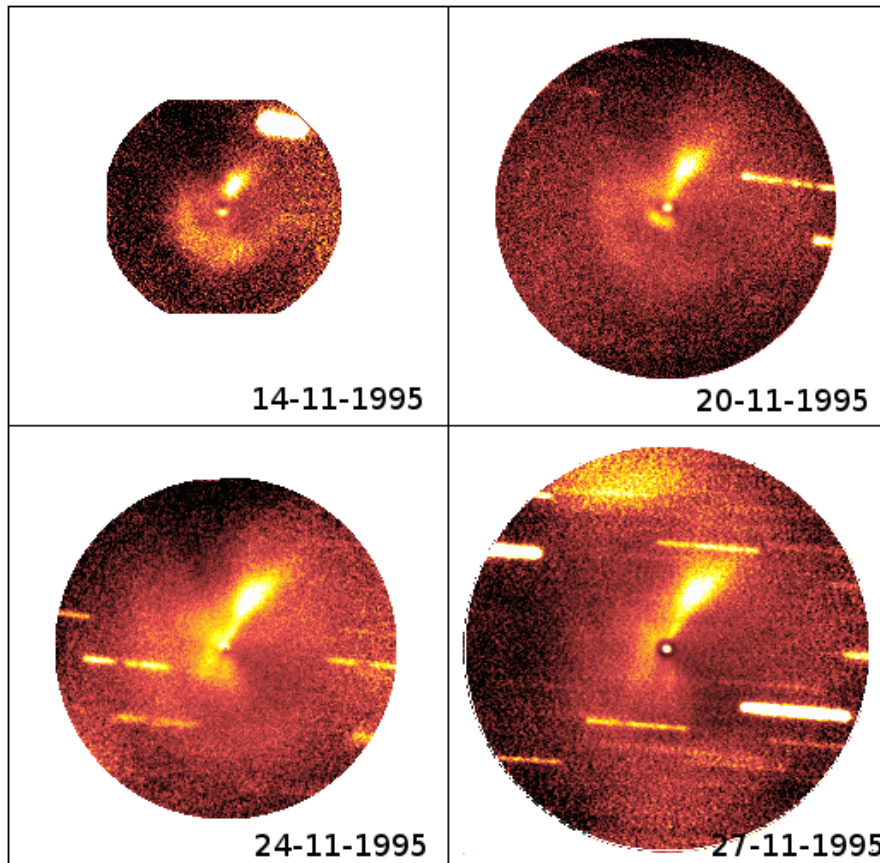


Figure 3.2 – Images de la comète 29P/Schwassmann-Wachmann 1 à grande distance héliocentrique (6,4 UA). On remarque bien une coma signe d'une activité cométaire. (Crédits : S2P / François Colas T1m du Pic du Midi)

Chapitre 4

Les observations et les bases de données au cours du temps

Sommaire

4.1	Le rôle des amateurs au service de la science cométaire	34
4.2	Les observations astrométriques et photométriques des comètes	35
4.3	Les bases de données	36

Ce chapitre présente les différentes observations et les bases de données qui se sont mises en place au cours des années. On y présentera aussi les découvertes et les découvreurs.

4.1 Le rôle des amateurs au service de la science cométaire

L'astronomie est connue pour le rôle prépondérant tenu par les observateurs amateurs depuis que l'humanité s'intéresse au ciel! Ceci est particulièrement vrai pour les comètes qui sont des objets intrigants souvent visibles l'œil nu et porteurs de présages.

Johannes Hevelius (1611-1687) est un excellent exemple de ce que peut amener un amateur éclairé. Il était brasseur et conseiller municipal de la ville de Dantzic (actuellement Gdansk en Pologne) mais il consacra toute sa vie à l'astronomie. Il fit en particulier construire la plus grande lunette au monde de l'époque qui possédait une longueur focale de 45 m! Il découvrit quatre comètes mais surtout, il les étudia et fit des mesures astrométriques de leurs positions. Ces mesures sont toujours utiles aujourd'hui. Ainsi la comète 153P/Ikeya-Zhang, découverte en 2002, fut identifiée C/1661 C1 (Hevelius) grâce à ses observations présentées en figure 4.1 (Hasegawa et Nakano, 2003). Ces données, même de qualité inférieure aux mesures modernes, sont importantes pour la précision des orbites et donc pour la détermination des forces non-gravitationnelles.

On peut aussi citer Jean-Louis Pons (1761-1831) qui commença sa carrière comme concierge à l'observatoire de Marseille, cela ne l'empêcha pas, avec 26 comètes à son palmarès, d'être l'un des plus grands découvreurs de comètes! Il observa un objet en 1818 qu'il pensait être la même comète vue en 1805. Il parla de ce sujet à quelques astronomes et c'est finalement Johann Franz Encke qui prouva qu'elle était une comète périodique, le second cas après 1P/Halley. Actuellement, elle porte injustement le nom de 2P/Encke. Par ailleurs, Encke fut le premier à avoir l'idée qu'il doit y avoir une autre force que la



Figure 4.1 – La comète 153P/Ikeya-Zhang identifiée comme C/1661 C1 (Hevelius). À gauche : la comète pendant l’année de sa redécouverte (Pic du Midi, télescope de 1 mètre, 17 avril 2002), à droite son orbite (Johannes Hevelius, *Cometographia*, Danzig, 1668)

gravité pour expliquer l’orbite de 2P/Encke.

Les exemples d’astronomes amateurs ayant apporté leur part à la science cométaire sont innombrables. Je finirai par l’astronome amateur française Claudine Rinner qui vient de trouver une comète avec son télescope de 50 cm installé à l’observatoire marocain de l’Oukaimeden près de Marrakech (voir Fig. 4.2).

4.2 Les observations astrométriques et photométriques des comètes

Actuellement les comètes sont principalement observées par des astronomes amateurs. Cela peut paraître paradoxal, mais c’est le résultat du fait que très peu de temps est alloué pour observer les comètes par les comités des télescopes professionnels. Même, les télescopes dédiés à la recherche d’astéroïdes géocroiseurs ne fournissent que quelques positions par mois. Leur but est de scanner le ciel entier et non de suivre astrométriquement les astéroïdes géocroiseurs et les comètes. Il est curieux de voir que cette tâche essentielle du suivi des objets passant près de la Terre est faite principalement par des astronomes amateurs. De plus, comme les télescopes de grands relevés ont généralement un pixel assez gros pour couvrir un grand champ, la qualité astrométrique de leurs mesures est souvent médiocre.

La figure 4.3 montre le taux de découvertes des comètes au cours du temps. On remarque que les amateurs trouvent à peu près un nombre constant de comètes chaque année. On continue même encore à découvrir des comètes visuellement.

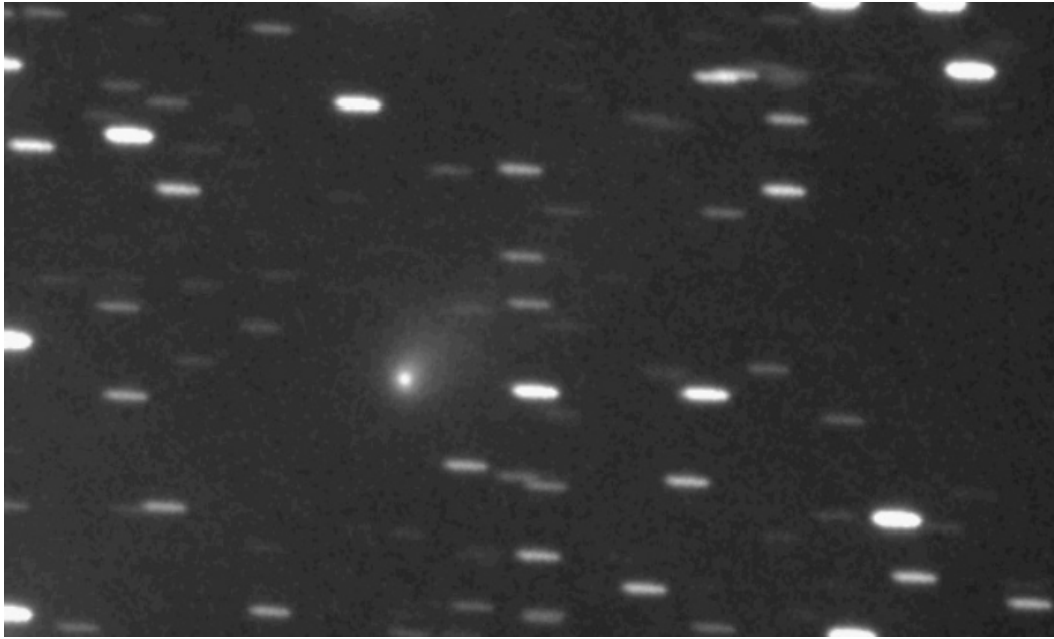


Figure 4.2 – La comète P/Rinner, T1M Pic du midi, le 18 janvier 2012

4.3 Les bases de données

L'UAI (*Union Astronomique Internationale*) par l'intermédiaire du MPC (*Minor Planet Center*) et de l'ICQ (*International Comet Quarterly*) collecte et aide les observateurs. Toutes les données astrométriques sont envoyées au MPC où elles sont traitées pour vérifier leur qualité puis elles sont mises en ligne. Le MPC entretient au fil du temps les éléments orbitaux de toutes les comètes. Il aide aussi les observateurs dans le cas de découverte de comète. Enfin, il publie une circulaire CBAT officialisant la découverte et la dénomination du corps.

De nombreuses équipes utilisent les données du MPC pour calculer leur propres orbites, comme le JPL (*Jet Propulsion Laboratory*), l'observatoire de Lowell ou l'IMCCE.

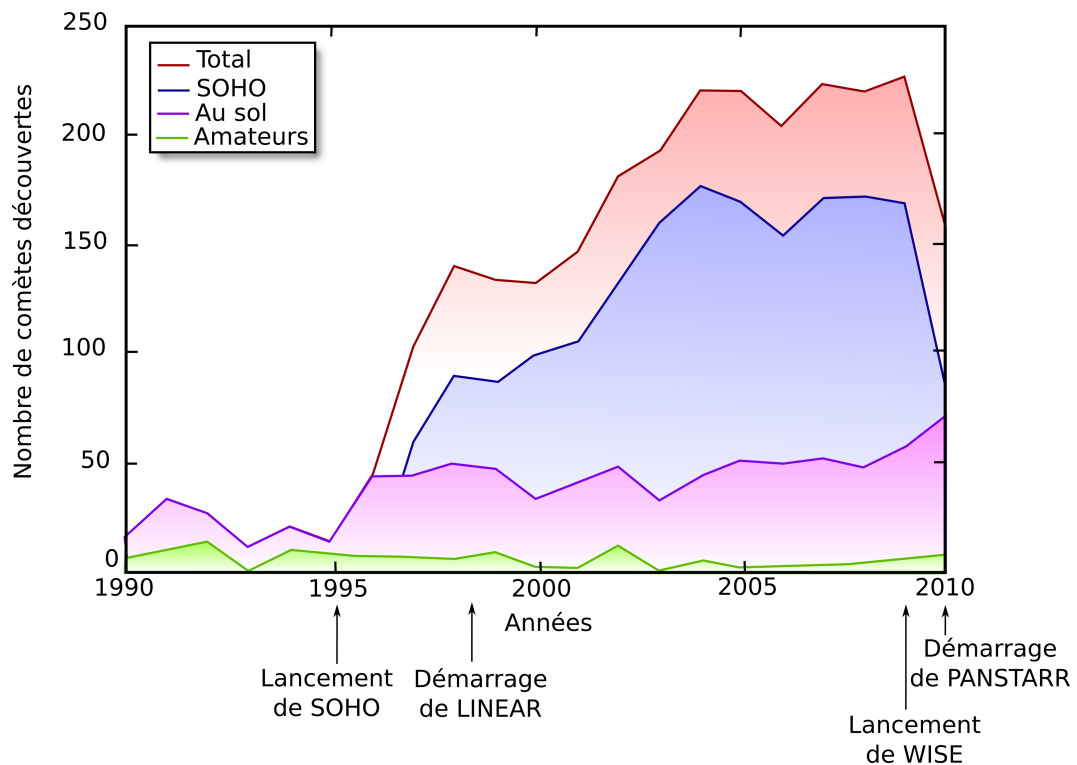


Figure 4.3 – Nombre annuel de découvertes de comètes. On remarque un taux de découverte à peu près constant pour les amateurs qui provient du fait qu'ils peuvent couvrir de grandes surfaces de ciel en début et en fin de nuit là où les grands « surveys » ne vont pas. On remarque aussi la mise en service du satellite d'observation *SOHO* en 1995 qui est de très loin le plus grand découvreur de comètes. De même, la mise en service de *LINEAR* produit un taux de découverte à peu près constant depuis 1998, cette hausse provient du fait qu'il peut détecter des objets plus faibles. On voit également une tendance à la hausse des détections au sol à partir de 2010. Cela est dû à la mise en service de *Pan-STARRS*.



Figure 4.4 – Les observateurs de comètes d'Hevelius à *Pan-STARRS*. À gauche : capsule de bière Hevelius toujours brassée à Gdansk ! À droite : le télescope *Pan-STARRS* à Hawaii dédié à la recherche d'objets géocroiseurs (Crédit : Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics).

Deuxième partie

La dynamique moderne des comètes

Chapitre 5

Modèles empiriques

Sommaire

5.1	Le modèle de Marsden de type I	42
5.1.1	Les équations du mouvement	42
5.1.2	Les résultats et interprétations	44
5.2	Le modèle de Marsden de type II	46
5.2.1	Nouvel énoncé des forces non-gravitationnelles cométaires	46
5.2.2	Résultats et interprétations	47
5.3	Le modèle asymétrique de Yeomans et Chodas	48
5.3.1	Une adaptation des forces non-gravitationnelles de type II	48
5.3.2	Résultats et interprétations	49
5.3.3	Autre modèle asymétrique	50

C'est avec Newton que sont apparus les premiers calculs de trajectoires de comètes. On avait déjà remarqué la difficulté de relier plusieurs orbites de la même comète, mais on supposait que cela était dû à la mauvaise précision des observations de l'époque. C'est Encke qui, ayant remarqué des non périodicités dans le retour des comètes, souleva le problème des forces non-gravitationnelles. Cependant, il va falloir attendre le 20^{ème} siècle pour que Marsden développe le premier modèle dynamique tenant compte de ces effets. Dans ce chapitre, nous allons exposer les différents modèles empiriques de forces non-gravitationnelles. Nous présenterons les deux modèles symétriques de Marsden puis les améliorations asymétriques.

5.1 Le modèle de Marsden de type I

5.1.1 Les équations du mouvement

Marsden (1968) est le premier à avoir étudié de façon quantitative l'impact des forces non-gravitationnelles sur la dynamique des comètes. Il a appliqué un modèle purement gravitationnel à dix-huit de ces corps à courte période prenant en compte les forces d'attraction du Soleil et des neuf planètes¹, afin d'étudier les variations séculaires apparaissant au fur et à mesure du nombre d'orbites ajustées. Il a remarqué qu'en utilisant uniquement des forces de gravité, il était impossible de relier les orbites entre elles.

1. À l'époque du modèle de Marsden, le système solaire comportait toujours neuf planètes. À l'heure actuelle, il n'en comporte plus que huit du fait du déclassement de Pluton au rang de planète naine par l'Union Astronomique Internationale le 24 août 2006.

L'écart type des résidus, avec un modèle purement gravitationnel, dépasse la centaine de secondes de degré. Comme les erreurs sur les observations étaient au maximum de quelques secondes de degré, et que la précision de son modèle gravitationnel, utilisé par ailleurs pour les astéroïdes, était aussi de cet ordre, il en déduisit qu'il devait y avoir une perturbation non gravitationnelle.

C'est à la suite de cette constatation que Marsden (1969) entreprit de créer le premier modèle dynamique de forces non-gravitationnelles cométaires. Ne connaissant pas a priori la forme des forces non-gravitationnelles, il les suppose agissant de façon continue le long de l'orbite et les introduit dans les équations du mouvement de la manière suivante :

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_h}{dt^2} = -\mathcal{G}M_\odot \frac{\mathbf{r}_h}{r_h^3} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{r}_h} + F_1 \hat{\mathbf{r}} + F_2 \hat{\mathbf{t}} + F_3 \hat{\mathbf{n}} \quad (5.1)$$

avec :

- \mathbf{r}_h est le vecteur position héliocentrique (r étant sa norme),
- $\mathcal{G}M_\odot$ est la constante de gravitation héliocentrique,
- \mathbf{R} est la fonction de perturbations dues aux planètes,
- $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\mathbf{t}}$ et $\hat{\mathbf{n}}$ sont respectivement les directions radiale, transverse et normale (cf. Fig 5.1),
- F_1 , F_2 et F_3 représentent l'intensité des accélérations non-gravitationnelles suivant les trois directions ci-dessus.

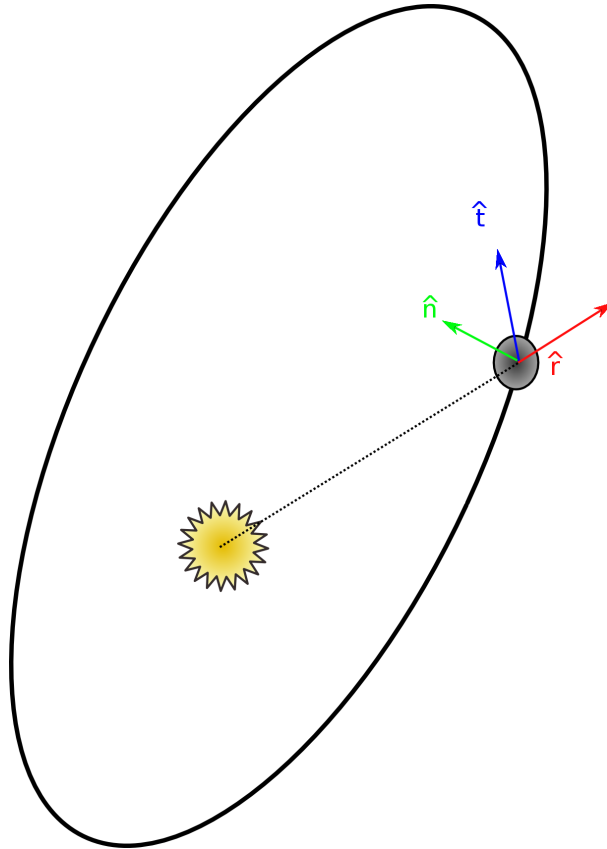


Figure 5.1 – Schéma des directions radiales, transverses et normales à l'orbite de la comète

Après plusieurs essais, Marsden (1969) a conclu que les F_i devaient prendre la forme

suivante :

$$F_i = A_i \frac{e^{-B_i \tau} e^{-\tau_h^2/C}}{r_h^\alpha} \quad (5.2)$$

où C et α sont des constantes non nulles qui sont fixées arbitrairement à 2 et 3 respectivement. Les distances sont mesurées en unités astronomiques et le temps en unités de 40 jours. τ , le temps depuis l'époque initiale, est mesuré en unités de 10^4 jours soit 27,4 années. Les A_i et B_i sont des paramètres ajustables du modèle, les A_i décrivant les variations à court terme de l'orbite et les B_i , les variations à long terme. Ce modèle est empirique mais il repose tout de même sur de la physique simple. Par exemple, on sait que la quantité d'énergie reçue par la comète est proportionnelle à $\frac{1}{r_h^2}$, on s'attendrait donc à ce que α vaille 2. Marsden a essayé plusieurs facteurs, il trouve que $\alpha = 3$ est le meilleur choix. Cela provient du fait que la réponse thermique de la comète n'est pas proportionnelle à l'énergie reçue.

L'ajustement de ce modèle aux observations astrométriques par la méthode des moindres carrés (voir chapitre 11) permet d'obtenir des corrections à appliquer aux valeurs des conditions initiales de position et vitesse et des paramètres A_i et B_i servant à l'intégration de l'orbite afin d'optimiser la différence entre le modèle et les observations. Nous avons donc un modèle à 12 paramètres, il est normal que le modèle s'ajuste mieux aux observations !

Ce modèle est, à présent, connu sous le nom de forces non-gravitationnelles standard de type I. Il permet de calculer des éphémérides mais avec peu de réalité physique.

5.1.2 Les résultats et interprétations

Après ajustement de ce modèle aux observations sur son échantillon de 18 comètes à courte période, Marsden (1969) a noté une forte amélioration des résidus comparés à ceux issus de l'application d'un modèle purement gravitationnel passant d'un écart-type sur les résidus d'au moins une centaine de secondes de degré à un écart-type de l'ordre de quelques secondes de degré.

Ces résultats l'ont aussi amené à s'interroger sur l'interprétation des paramètres A_i et B_i . Il est tout d'abord à noter qu'il n'a jamais réussi à détecter de composante normale aux forces non-gravitationnelles. En effet, si cette composante existe, elle est très faible et du fait de la précision des observations de l'époque, elle en devient indétectable. Il considère alors A_3 et B_3 comme nuls. Il a remarqué, cependant, que les paramètres A_1 et A_2 , relatifs aux variations à court terme, avaient une grande importance pour l'optimisation de l'orbite. Néanmoins, ces deux paramètres ne suffisent pas pour obtenir une orbite satisfaisante. Il est obligé d'introduire les paramètres B_1 et B_2 afin de tenir compte de variations à long terme.

Marsden (1969) a ensuite tenté d'interpréter les différentes valeurs des paramètres non-gravitationnels. Pour cela, il a fallu normaliser les paramètres A_i pour les rendre comparables aux forces gravitationnelles. Le facteur de normalisation est $q^{-1}e^{-q^2/2}$. Il trouve que dans le cas où les A_i sont bien déterminés (l'erreur devant être petite devant la valeur du paramètre), A_1 prend presque toujours des valeurs positives signifiant que la force radiale est opposée au sens comète-Soleil. Ceci aura tendance à augmenter le demi-grand axe de la comète. Un paramètre A_2 non-nul indique qu'il existe une composante transverse

à la force non-gravitationnelle. Whipple explique cette composante en supposant que le noyau cométaire est en rotation et que la direction du maximum d'éjection fait un angle avec la direction du point subsolaire² dû à l'inertie thermique du noyau. Pour un noyau sphérique dont l'équateur fait un angle I avec l'orbite, les paramètres du modèle peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} A_1 = \xi \left[\cos \lambda \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 I \right) + \frac{1}{2} \sin^2 I \right] \\ A_2 = \xi \sin \lambda \cos I \\ A_3 = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

où ξ est l'intensité de la force (toujours positive) et λ est l'angle de déphasage entre la direction du maximum de dégazage et la direction du point subsolaire. Si on fait l'hypothèse, comme Colombo et al. (1968) l'ont proposée, que l'obliquité d'un corps stable est proche de 0 ou 180°, les expressions 5.3 prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} A_1 = \xi \cos \lambda \\ A_2 = \pm \xi \sin \lambda \\ A_3 = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

le choix du signe de l'expression de A_2 dépendant de la valeur adoptée pour I . Si on considère I environ égal à 0° et si λ est compris entre 0 et 90° (comme $A_1/|A_2| \simeq 10$, λ reste petit), alors A_2 sera positif. Cela correspond à un noyau en rotation directe ou prograde (voir Fig. 5.2) et entraîne une décélération séculaire. Ceci s'explique en exprimant la variation du demi-grand axe a en fonction des composantes radiale R_{NG} et transverse T_{NG} (la composante normale étant supposée nulle) de la force non-gravitationnelle (Yeomans et Chodas, 1989) :

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n(1-e^2)^{1/2}} \left((e \sin \nu) R_{NG} + \frac{a(1-e^2)}{r_h} T_{NG} \right) \quad (5.5)$$

avec n le moyen mouvement orbital, e l'excentricité de l'orbite, ν l'anomalie vraie et r_h la distance héliocentrique de la comète au temps t . D'après cette expression, on comprend aisément que si la composante transverse est positive, le demi-grand axe de l'orbite de la comète va croître. Il est à noter que l'effet périodique moyen de la composante radiale de la force sur la variation du demi-grand axe est beaucoup plus faible que l'effet séculaire de la composante transverse. Ainsi, une composante transverse négative aura tendance à diminuer le demi-grand axe de l'orbite et entraînera une accélération séculaire de la comète.

L'inertie thermique joue un grand rôle dans l'interprétation des résultats du modèle de Marsden (1969). Il explique, par ce phénomène, qu'il est possible de trouver des composantes radiales négatives (comme pour les résultats obtenus pour la comète 2P/Encke dont A_1 vaut $(-7,5392 \pm 7,8668) \times 10^{-8}$). En effet, dans le cas de « vieilles » comètes dont le noyau a été recouvert de matériaux réfractaires ayant été éjectés puis étant retombés à sa surface, l'inertie thermique serait beaucoup plus importante que dans le cas des « nouvelles » comètes. Ainsi, l'angle entre la direction du Soleil et la direction du maximum de dégazage devient assez important pour que le dégazage ait lieu du côté non ensoleillé de la comète. Nous verrons plus tard que l'inertie thermique d'une comète est

2. Le point subsolaire est la position sur la comète où le Soleil sera observé au zénith. À cet endroit, les rayons du Soleil arriveront perpendiculairement à la surface. Le calcul de ce point sera développé dans le chapitre 9

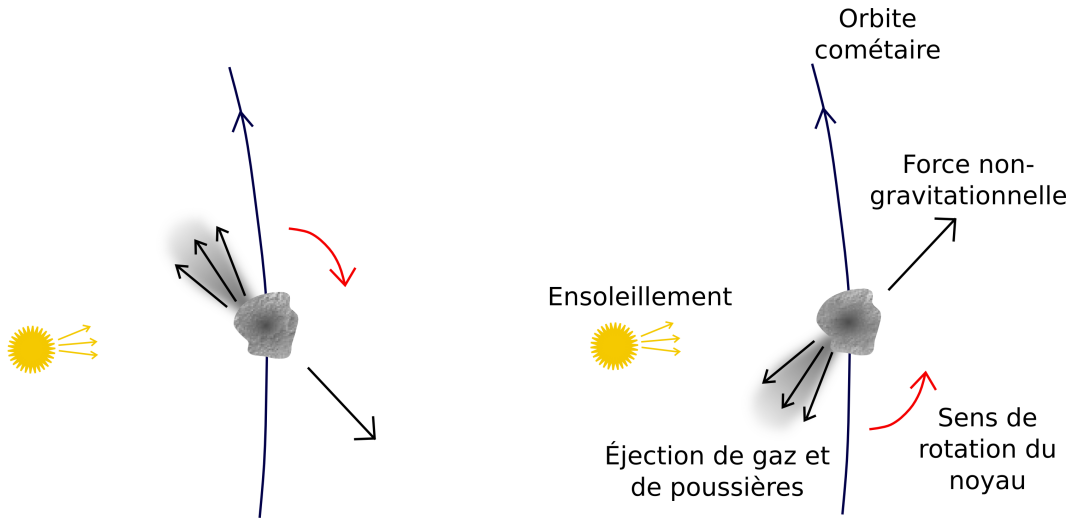


Figure 5.2 – Influence de l'inertie thermique sur la direction du dégazage de la comète

très faible (voir chapitre 10) et donc ne peut expliquer des valeurs négatives de A_1 .

Cependant, même en prenant en compte tous les paramètres non-gravitationnels, Marsden remarque que, pour beaucoup de comètes, des différences systématiques subsistent dans les résidus. Il émet deux hypothèses pour expliquer ce phénomène :

- la comète subit des forces brusques aléatoires s'ajoutant à la contribution continue des forces non-gravitationnelles. Ces forces seraient dues à des dégazages intempestifs du noyau,
- il est très difficile de mesurer correctement les centres de gravité des comètes.

5.2 Le modèle de Marsden de type II

5.2.1 Nouvel énoncé des forces non-gravitationnelles cométaires

À peine quatre années plus tard, Marsden et al. (1973) décident de revisiter le problème des forces non-gravitationnelles afin de prendre en compte plus finement la notion de dégazage cométaire. Se basant sur les travaux de Delsemme et Miller (1971) donnant des courbes de taux de sublimation de plusieurs matériaux volatils considérant un noyau cométaire en rotation rapide, Marsden et al. (1973) suggèrent d'exprimer le taux de vaporisation Z de la neige d'eau empiriquement comme :

$$Z = Z_0 g(r_h) \quad (5.6)$$

où

$$g(r_h) = \alpha \left(\frac{r_h}{r_0} \right)^{-m} \left[1 + \left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n \right]^{-k} \quad (5.7)$$

avec α un facteur de normalisation tel que $g(1) = 1$ pour $\alpha = 0,1113$, r_0 la distance héliocentrique en dessous de laquelle la glace d'eau du noyau commence à se sublimer et m , n et k des constantes. En comparant l'expression 5.6 avec la courbe de vaporisation de l'eau, il est possible de déterminer les valeurs des différentes constantes. On trouve alors $Z_0 = 3 \times 10^{17}$ molécules $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, $r_0 = 2,808$ U.A., $m = 2,15$, $n = 5,093$, $k = 4,6142$ et $\alpha = 0,1113$. La forme de l'expression 5.7 est complètement empirique. Elle est uniquement basée sur l'observation des courbes de taux de sublimation donnée par Delsemme et

Miller (1971) qui ont été reproduites à l'aide de cette formule mathématique.

On rappelle que dans le précédent modèle de Marsden (1969), les composantes cartésiennes des accélérations non-gravitationnelles s'exprimaient comme suit :

$$F_i = G_i f(r) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5.8)$$

où :

$$\begin{cases} G_i = A_i e^{-B_i r} \\ f(r) = \frac{e^{-r^2/2}}{r^3} \end{cases} \quad (5.9)$$

Dans le cas de ce nouveau modèle, les F_i s'exprimeront :

$$F_i = G_i g(r) \quad \text{où } G_i = A_i \quad (5.10)$$

En comparant ces deux expressions, Marsden s'est aperçu que, pour des distances héliocentriques moyennes (comprises entre 1,8 et 4,5 UA), la différence entre ces deux expressions atteignait au maximum 15 %. Cependant, pour des distances héliocentriques plus faibles, ces différences pouvaient s'élever à 150 %. De plus, il a remarqué que, pour une comète proche du Soleil, l'orbite était mieux décrite par l'utilisation de la fonction $g(r)$ dans les accélérations non-gravitationnelles.

Cette nouvelle approche du problème des forces non-gravitationnelles est, à présent, connue sous le nom de forces non-gravitationnelles standard de type II³. Ce modèle est couramment utilisé par la communauté scientifique, notamment à l'IMCCE (P. Rocher (2012), Notes cométaires, <http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/comets>), pour produire les éphémérides de comètes. Il a aussi été utilisé pour une importante étude de la comète 1P/Halley par Rickman et Froeschle (1983a,b). Ils avaient en effet un besoin d'éphémérides précises en prévision du survol du noyau par la sonde *Giotto*. Ils ont ensuite étendu ce travail à un grand nombre de comètes périodiques (Froeschle et Rickman, 1986).

Nous l'avons donc mise en oeuvre pour pouvoir lui comparer les résultats obtenus avec notre modèle (voir chapitre 12 et 13). Encore très utilisé de nos jours, il sera donc à la base de toutes les comparaisons que nous ferons avec notre nouveau modèle. On sait qu'il fonctionne bien pour calculer des éphémérides à courte période mais il ne parvient pas à ajuster, la plupart du temps, tous les passages observés d'une comète.

5.2.2 Résultats et interprétations

Marsden et al. (1973) ont appliqué leur nouveau modèle à neuf comètes à courte période et à cinq à longue période.

Ils ont pu remarquer que, d'une part, les orbites cométaires étaient de manière générale mieux décrites avec ce nouveau modèle. Les résidus des observations sont donc plus faibles. D'autre part, ils ont aussi pu constater que, pour plusieurs comètes à courte période, les résidus diminuaient au fil de leurs passages. Ils ont interprété logiquement ce résultat par le fait que la précision des observations augmentait au cours du temps avec l'apparition de nouveaux instruments.

Ils constatent, comme avec l'application de l'ancien modèle, que pour la plupart des comètes, A_3 peut être considéré comme nul et A_1 est toujours positif et supérieur d'un

3. Ce modèle est aussi très connu sous le nom de modèle de Marsden dans la communauté scientifique

ordre de grandeur à $|A_2|$. Ils font la même conclusion que précédemment, à savoir que l'angle de déphasage entre la direction du maximum de dégazage et la direction du point subsolaire est faible.

Les accélérations non-gravitationnelles étant inversement proportionnelles à la masse de la comète, Marsden et al. (1973) supposent que les paramètres non-gravitationnels A_i sont inversement proportionnels à la densité et au cube du rayon du noyau. Si le rayon du noyau a une influence importante sur ces paramètres, on peut supposer que, plus ils sont faibles, plus le noyau doit être gros et inversement. Cependant, Marsden et al. (1973) constatent que ce n'est pas le cas. En effet, ils remarquent que la comète 31P/Schwassmann-Wachmann 2 présente de grandes valeurs pour les paramètres non-gravitationnels, ce qui devrait impliquer un noyau de faible taille. Or grâce à des observations photométriques, on sait que 31P/Schwassmann-Wachmann 2 est l'une des plus grosses comètes connues de l'époque. De même, ils s'aperçoivent que plusieurs comètes présentant des paramètres non-gravitationnels petits ont en réalité un noyau de faible taille. Ils essaient d'expliquer les valeurs de ces paramètres grâce à la densité du noyau. Cependant, ils se heurtent toujours à un problème. En effet, les hypothèses de base de leur modèle s'appuient sur le modèle de noyau cométaire de Whipple (1950), à savoir que les noyaux cométaires sont de « grosses boules de neige sales ». Ainsi, plus le noyau est gros, plus la gravitation aura tendance à compacter cette boule de neige. La densité du noyau augmentera donc avec sa taille et renforcera l'action du rayon de la comète sur les paramètres non-gravitationnels.

Pour expliquer les différentes valeurs des paramètres, ils reprennent l'idée de comètes « vieilles » et de comètes « jeunes ». Lors du dégazage cométaire, des poussières sont éjectées du noyau en même temps que l'eau et retombent ensuite sur le noyau. Marsden et al. (1973) pensent alors que ces poussières forment une couche réfractaire qui va ralentir la vaporisation des composés volatils. Les accélérations engendrées par de tels dégazages seraient bien moins importantes expliquant alors les faibles valeurs des paramètres non-gravitationnels.

Grâce à cette hypothèse, on peut expliquer que les grandes valeurs de A_1 seraient dues au fait que le noyau contient une quantité non négligeable de composés plus volatils que l'eau (tels que CO ou CH₄). Ces composés très volatils disparaîtront donc en premier de la surface cométaire. Or, Marsden et al. (1973) ont remarqué que dans le cas de comète à courte période, les A_1 sont souvent faibles. Passant souvent proches du Soleil, elles ont donc déjà sublimé une grande partie des matériaux volatils de surface. Dans le cas inverse, les comètes à longue période, passant rarement ou pour la première fois à côté du Soleil, n'ont pas eu le temps de vaporiser tous les éléments volatils et possèdent donc des valeurs de A_1 grandes.

On constate alors que les résultats et leur interprétations physiques obtenus avec ce modèle ne sont pas significativement différents de ceux obtenus avec l'ancien modèle. Cependant, les orbites cométaires calculées sont plus fidèles à la réalité avec le modèle de type II.

5.3 Le modèle asymétrique de Yeomans et Chodas

5.3.1 Une adaptation des forces non-gravitationnelles de type II

En analysant les courbes de lumière de certaines comètes (exemple de la comète 6P/d'Arrest en Fig. 5.3), il a été remarqué que le dégazage, directement lié à la lumi-

nosité, était asymétrique par rapport au périhélie⁴. Cela peut s'expliquer par un dégazage anisotropique de la comète. Dans ce cas, il faut que les parties du noyau qui dégazent soient exposées à la lumière solaire. Or, suivant l'orientation de la comète dans l'espace, certaines régions du noyau ne seront, par exemple, exposées qu'après le passage au périhélie. C'est ce que l'on appelle un effet saisonnier⁵.

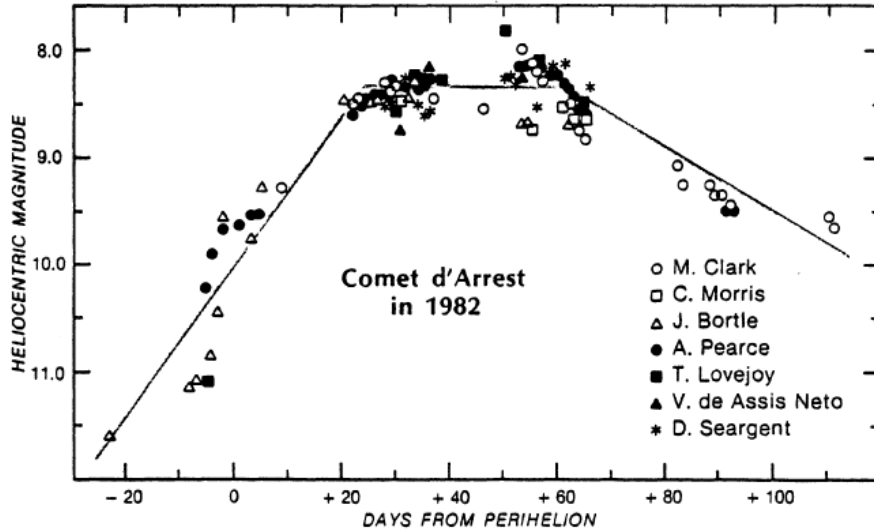


Figure 5.3 – Courbe de lumière de la comète 6P/d'Arrest obtenue en 1982 par J. Bortle. On remarque qu'elle n'est pas symétrique par rapport au passage au périhélie et que le maximum est atteint 40 jours après (Yeomans et Chodas, 1989)

En remarquant la corrélation des asymétries des courbes de lumière et du signe du paramètre A_2 , Yeomans et Chodas (1989) décident d'adapter le modèle de Marsden et al. (1973) de type II afin de tenir compte du dégazage asymétrique des comètes. Ils ajoutent simplement un paramètre DT . Ce paramètre déterminera le nombre de jours avant (DT négatif) ou après (DT positif) le périhélie où le maximum de dégazage sera atteint. Il modifie donc l'expression de la fonction $g(r)$ du modèle de Marsden et al. (1973) qui est alors remplacée par la fonction $g(r')$ où $r' = r(t - DT)$. Le dégazage est donc simplement décalé dans le temps. On peut noter que si $DT = 0$, ce modèle se ramène au modèle de Marsden et al. (1973) de type II.

Ce modèle est actuellement couramment employé au *Jet Propulsion Laboratory* pour calculer des éphémérides de comètes (voir <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>).

5.3.2 Résultats et interprétations

Yeomans et Chodas (1989) ont appliqué ce modèle asymétrique à huit comètes à courte période. Un des premiers résultats notables est qu'avec ce modèle l'écart-type des résidus peut être nettement amélioré dans le cas de comètes présentant une forte asymétrie dans leur dégazage.

On se souvient que dans le cas des deux modèles symétriques de Marsden, les effets non-gravitationnels étaient dus à la composante transverse de l'accélération. L'apparition de cette composante était supposée entièrement due à l'inertie thermique du noyau qui

4. Cette idée avait déjà été suggérée par Bessel (1836)

5. Cet effet est par exemple observé sur Terre. En hiver pour l'hémisphère nord, le pôle nord n'est pas éclairé et inversement en été.

créait un décalage entre la direction du maximum de dégazage et la direction du point subsolaire. Dans l'adaptation de Yeomans et Chodas (1989), les effets non-gravitationnels sont essentiellement dus à la composante radiale de l'accélération qui agit de manière asymétrique par rapport au passage de la comète au périhélie.

Le décalage DT optimal a été déterminé en faisant varier sa valeur et en ajustant les autres paramètres grâce aux observations astrométriques jusqu'à obtenir la plus petite valeur de l'écart-type des résidus. Une fois déterminé, DT a été comparé aux décalages observés sur les courbes de lumière. Pour cinq des huit comètes étudiées, il y a une forte corrélation entre ces deux valeurs. Ainsi, pour ces cinq comètes, leur courbe de lumière représente fidèlement l'histoire de leur dégazage. Cependant, pour certaines comètes ayant une courbe de lumière asymétrique, une valeur de DT non nulle n'améliore, en aucun cas, l'écart-type des résidus. Cela est dû au fait que pour certaines comètes ne manifestant pas une grande activité, il est très difficile de déterminer précisément les paramètres non-gravitationnels.

Yeomans et Chodas (1989) ont aussi comparé les rapports $\frac{A_2}{A_1}$ obtenus avec le modèle asymétrique à ceux obtenus avec le modèle symétrique. Ils se sont aperçus que les premiers étaient souvent beaucoup plus petits que les seconds. Cela implique donc que dans le cas symétrique, l'inertie thermique a été surestimée. De plus, pour certaines comètes, il a été remarqué un changement de signe de A_2 entre le modèle asymétrique et le modèle symétrique. On peut alors noter, dans ces cas là, que c'est l'asymétrie du dégazage qui est prépondérante dans les effets non-gravitationnels. Cette interprétation a été confirmée car il a été observé que des comètes ayant une valeur de A_2 négative avec le modèle symétrique étaient en rotation rétrograde. Or selon les interprétations de Marsden (1969) cela serait impossible.

5.3.3 Autre modèle asymétrique

Dans la même optique que Yeomans et Chodas (1989), Aksnes et Mysen (2011) ont essayé, très récemment, de créer un modèle asymétrique à partir de celui de Marsden et al. (1973). Il remplace donc la fonction $g(r)$ par une fonction $h(r)$ s'exprimant :

$$h(r) = g(r(t - \tau))(1 + \beta t) \quad (5.11)$$

où τ correspond au DT du modèle de Yeomans et Chodas (1989), à savoir le décalage par rapport au périhélie auquel se produit le maximum de dégazage. Le paramètre β , quant à lui, absorbe les changements linéaires des paramètres A_i (voir Fig. 6.1 pour les changements sur le paramètre A_2).

Ils ont testé ce modèle sur sept comètes à courte période. Leurs conclusions ne sont pas très différentes de celles de Yeomans et Chodas (1989). Il est cependant à noter qu'ils ajustent par moindres-carrés τ et β en même temps que les A_i et les éléments osculateurs. En prenant en compte plus de paramètres, ils obtiennent un écart-type inférieur à celui trouvé avec le modèle de Yeomans et Chodas (1989). Comme noté précédemment, ajouter un paramètre au modèle améliore normalement l'ajustement de celui-ci aux observations. Il faut aussi remarquer que ce décalage est vrai mais qu'il est difficile à modéliser, ce décalage temporel de la fonction $g(r_h)$ ne représente pas physiquement le phénomène. Ce modèle est certes meilleur pour la production d'éphémérides mais n'a aucune signification physique.

Chapitre 6

Le modèle physique de Sekanina (1993)

Sommaire

6.1	Présentation du modèle	52
6.2	Mise en oeuvre du modèle par Szutowicz (2000) pour l'ajustement d'orbites	55

Dans ce chapitre, nous allons présenter le modèle physique développé par Sekanina. Il prend en compte le dégazage de zones discrètes à la surface du noyau. La mise en oeuvre de ce modèle par Szutowicz (2000) pour l'adapter aux ajustements d'orbites fera l'objet d'une seconde partie.

6.1 Présentation du modèle

Durant le survol de la comète 1P/Halley par la sonde *Giotto* en 1986, on a pu constater que le dégazage n'était pas uniforme à la surface de la comète mais était originaire de sources discrètes sur la partie ensoleillée. C'est, à partir de ces observations, que Sekanina (1993) a décidé de créer un modèle de forces non-gravitationnelles provenant de ces sources discrètes.

La matière éjectée à une certaine vitesse à partir de ces sources va engendrer une accélération du noyau dirigée dans le sens opposé à la direction du dégazage. L'accélération dépend donc naturellement de la quantité de molécules éjectée du noyau, de leur vitesse et de la direction de celle-ci dans l'espace. Pour modéliser les accélérations non-gravitationnelles, Sekanina (1993) considère alors N sources actives discrètes de surface \mathcal{A}_i ($i = 1, \dots, N$) sur le noyau. Il pose alors $Z_i(z, r)$, le taux de sublimation surfacique de la $i^{\text{ème}}$ source. La sublimation des glaces, étant provoquée par un réchauffement du noyau, elle dépend de la température de surface et donc de l'ensoleillement de la comète. C'est ce qui est exprimé par le paramètre z qui est l'angle zénithal local, c'est à dire l'angle selon lequel les rayons solaires frappent la surface par rapport à la normale du lieu. De plus, le flux solaire dépend aussi de la distance héliocentrique r , d'où la dépendance de Z_i en r .

Il exprime donc l'accélération non-gravitationnelle totale comme une somme des accélérations dues à chacune des sources. Sa projection sur un vecteur \mathbf{X} quelconque

s'écrit alors :

$$j_{\mathbf{X}}(t) = \frac{1}{2\pi\mathcal{M}} \sum_{i=1}^N m\mathcal{A}_i \int_{-\theta_i}^{\theta_i} \zeta_i(t) \nu_{\mathbf{X},i}(\theta, t) u_i(z, r) Z_i(z, r) d\theta \quad (6.1)$$

où :

- θ est la distance angulaire entre la source et le méridien au dessus duquel le Soleil est au zénith,
- θ_i est l'angle critique pour lequel la sublimation de $i^{\text{ème}}$ source s'arrête (durant la nuit polaire, $\theta_i = 0^\circ$, durant le jour polaire $\theta_i = 180^\circ$ et entre les deux $0 < \theta_i < 180^\circ$),
- $u_i(z, r)$ est la vitesse d'éjection des molécules,
- $\nu_{\mathbf{X},i}(\theta, t)$ est une variable permettant de projeter l'accélération sur le vecteur \mathbf{X} ,
- $\zeta_i(t)$ est une variable temporelle permettant de tenir compte des collisions entre les molécules éjectées et leur déviation par rapport à un flux isotropique parfait ($\zeta_i(t) < 1$),
- m est la masse des molécules éjectées,
- \mathcal{M} est la masse du noyau cométaire.

Pour pouvoir intégrer cette expression dans les équations du mouvement, Sekanina (1993) projette l'accélération selon les directions radiale \mathbf{R} , transverse \mathbf{T} et normale \mathbf{N} à l'orbite de la comète (voir Fig. 5.1). Les composantes obtenues sont respectivement $j_{\mathbf{R}}$, $j_{\mathbf{T}}$ et $j_{\mathbf{N}}$.

Dans son étude, Sekanina (1993) n'a pas ajusté son modèle. Il l'a comparé aux accélérations issues de la mise en oeuvre et de l'ajustement du modèle de Marsden et al. (1973).

Grâce à son modèle, il a pu expliquer ou confirmer plusieurs résultats obtenus avec le modèle symétrique de type II.

Marsden et al. (1973) avaient par exemple remarqué que, même après ajustement du modèle aux observations, des différences systématiques persistaient dans les résidus. De plus, le paramètre A_2 variait beaucoup au cours des différentes orbites (voir Fig. 6.1). Ils avaient interprété ce phénomène comme l'apparition de forces brusques s'ajoutant à la contribution continue de la force non-gravitationnelle.

Sekanina (1993) interprète ce phénomène grâce à son modèle. Il en déduit que ces forces brusques étaient certainement dues à des zones du noyau qui deviennent actives alors qu'elles ne l'étaient pas dans les orbites précédentes.

On a pu voir précédemment (voir chapitre 5) que Marsden (1969) explique les forces radiales négatives par une inertie thermique importante. En effet, la chaleur mettant longtemps à pénétrer le noyau, le dégazage aurait lieu du côté non-éclairé. Ceci se produirait dans le cas de comètes anciennes, dont le noyau a été recouvert de poussières formant un manteau réfractaire au cours de ces multiples passages proches du Soleil. On sait maintenant que cette interprétation n'est pas valide car des auteurs (Groussin et al., 2007; Julian et al., 2000) ont montré que l'inertie thermique des noyaux cométaires était très faible (de l'ordre de quelques dizaines de $\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1/2}$). Sekanina (1993) donne une interprétation physique différente des A_1 négatifs. En testant plusieurs combinaisons de positions des sources et orientations de l'axe de rotation, il en a trouvé pour lesquelles la ligne des apsides (ligne reliant le périhélie à l'aphélie) avançait. En d'autres termes, le périhélie de la comète précède (voir Fig. 6.2). En déduisant A_1 à partir de son modèle, Sekanina (1993) trouve des valeurs négatives.

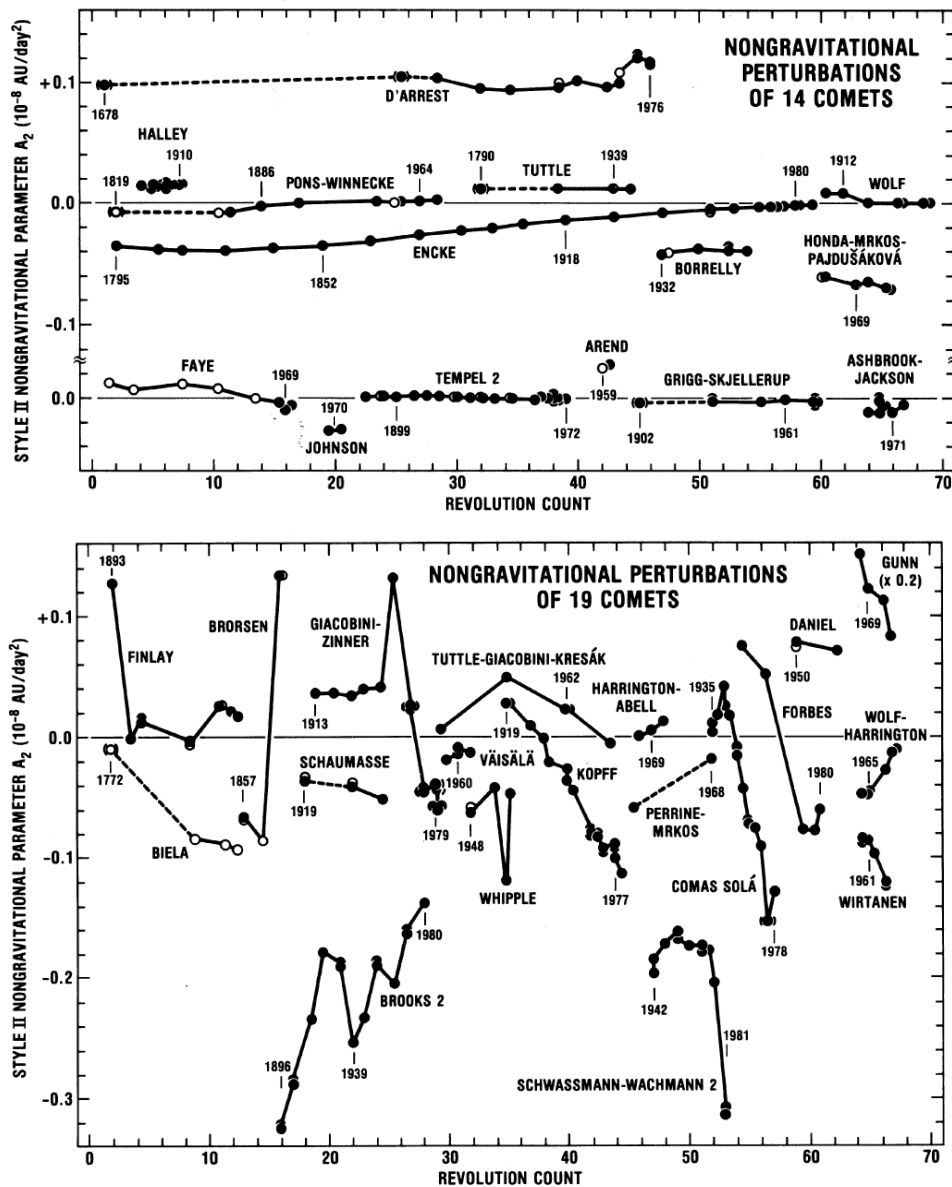


Figure 6.1 – Variation de A_2 pour 33 comètes périodiques. En remarque en haut, que les valeurs de A_2 restent stables au cours des révolutions cométaires. En bas, en revanche, les A_2 varient. Ceci laisse supposer que les comètes de la figure du bas sont soumises à des forces brusques alors que les comètes de la figure du haut ont un mouvement stable.

Afin de pouvoir déduire finement les propriétés physiques du noyau introduites dans ce modèle, il faut pouvoir l'ajuster aux observations. C'est ce qui est proposé dans Szutowicz (2000).

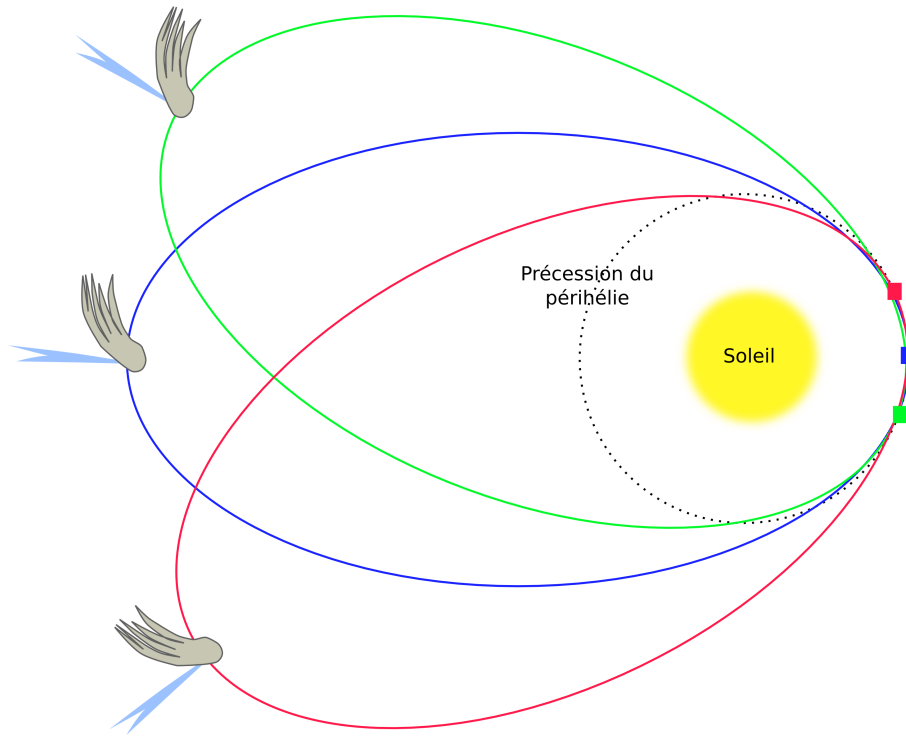


Figure 6.2 – Représentation de la précession du périhélie. Au cours des orbites successives, la ligne des apsides avance. Le périhélie décrit alors un cercle autour du Soleil (pour chaque orbite, on voit que sa position a avancé).

6.2 Mise en oeuvre du modèle par Szutowicz (2000) pour l'ajustement d'orbites

Pour déterminer le taux de sublimation d'eau de la comète en chaque instant, Szutowicz (2000) se base sur la loi empirique de Marsden et al. (1973), à savoir :

$$Z_0(r_h) = Z_0(1)\alpha \left(\frac{r_h}{r_0}\right)^{-m} \left[1 + \left(\frac{r_h}{r_0}\right)^n\right]^{-k} \quad (6.2)$$

Elle est basée sur des observations de courbes de lumière pour redéterminer les valeurs de $Z_0(1)$, α , r_0 , m , n et k obtenant respectivement les valeurs $1,51836 \times 10^{28} \text{ mol km}^{-2} \text{ s}^{-1}$, $0,02726$, $5,6 \text{ UA}$, $2,1$, $3,2$ et $3,9$.

Pour faciliter les calculs, Szutowicz (2000) va remanier l'expression 6.1 sous la forme :

$$a_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N B_i g(r_h) \int_{-\theta_i}^{\theta_i} \xi(z, r_h) C_j(\vartheta, I, \lambda_{\odot}, \beta_i, \theta) d\theta \text{ avec } j = 1, 2, 3 \quad (6.3)$$

où

- a_j sont les composantes de l'accélération non-gravitationnelle selon les axes j du repère d'intégration des équations du mouvement,
- N est le nombre de zones d'activité,
- $g(r_h)$ est la loi du taux de sublimation définie par Marsden et al. (1973) donc les constantes ont été redéterminées,
- $\xi(z, r_h)$ est une fonction qui permet d'ajuster l'intensité du taux de sublimation $Z_0(r_h)$ selon la localisation de la zone active,

- $C_j(\vartheta, I, \lambda_\odot, \beta_i, \theta_i)$ est une fonction qui permet de projeter la force sur les trois axes du repère,
- ϑ est l'angle entre la direction du maximum de dégazage et la direction du Soleil au méridien au dessus duquel le Soleil est au zénith (méridien sub-solaire),
- I est l'obliquité du plan orbital
- λ_\odot est l'argument du Soleil, c'est à dire la somme de la longitude solaire du périhélie et l'anomalie vraie de la comète ϕ ,
- β_i est la latitude cométo-centrique de la $i^{\text{ème}}$ zone active,
- θ est la distance angulaire entre la position de la zone et le méridien sub-solaire,
- θ_i est l'angle critique pour lequel la sublimation de $i^{\text{ème}}$ source s'arrête,
- B_i sont des constantes s'exprimant $B_i = \frac{m\bar{\zeta}}{M_C} \mathcal{A}_i Z_0(1)$ avec $m, \bar{\zeta}, M_C$ et \mathcal{A}_i respectivement la masse des molécules d'eau, la vitesse d'éjection moyenne sur une rotation, la masse du noyau cométaire et la surface de la $i^{\text{ème}}$ zone active.

Pour inclure cette accélération dans les calculs d'orbite, Szutowicz (2000) a exprimé l'intégrale de l'expression sous forme de fonctions trigonométriques dépendantes de $\vartheta, I, \lambda_\odot, \beta_i$ et θ_i . Les paramètres déterminés par ajustement d'orbites sont les éléments orbitaux de la comète, B_i, ϑ, I, ϕ et β_i .

Szutowicz (2000) donne une expression du taux de production d'eau totale de la comète sous forme de combinaisons linéaires des taux de production des sources discrètes :

$$Q_{H_2O} = \mathcal{A}_c \frac{\sum_{i=1}^N B_i \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta_i}^{\theta_i} \xi(z, r_h) Z_0(r_h) d\theta}{B_c} \quad (6.4)$$

avec \mathcal{A}_c la surface totale qui dégaze ($\sum_{i=1}^N \mathcal{A}_i$), B_c la somme des B_i . Par ajustement aux taux de production observés, Szutowicz (2000) déduit la surface totale active. En faisant une hypothèse sur la valeur de la vitesse d'éjection moyenne de l'eau, elle déduit de l'expression de B_i une estimation de la masse du noyau.

Ce modèle n'a pas été étendu à plus de trois zones actives et a été appliqué à une dizaine de comètes. En comparaison avec le modèle asymétrique de Yeomans et Chodas (1989), les écart-types des résidus des observations après ajustement sont du même ordre de grandeur. Szutowicz (2000) a confirmé les interprétations avancées par Sekanina (1993) sur les changements brusques des valeurs de A_2 pour certaines comètes (voir section 6.1).

De manière générale, ce modèle n'est pas utilisé pour la production d'éphémérides cométaires. Il sert principalement à estimer les propriétés physiques du noyau. Pour la réalisation de notre modèle, nous aurons le même type d'approche que Sekanina (1993) et Szutowicz (2000).

Chapitre 7

Objectifs de la thèse

Sommaire

7.1	Détermination des paramètres physiques des noyaux cométaires	58
7.2	Un modèle avec peu de paramètres et sans a priori	58

Dans ce chapitre, nous allons rappeler les différents problèmes liés aux modèles expliqués précédemment. Nous expliquerons ensuite les objectifs de cette thèse afin de répondre à ces problèmes.

7.1 Détermination des paramètres physiques des noyaux cométaires

Dans les deux chapitres précédents, nous avons présenté les différents modèles de forces non-gravitationnelles. Nous avons pu en distinguer deux types : les modèles empiriques et les modèles physiques.

Bien qu'ils améliorent les calculs d'orbites de comète, les modèles empiriques ne prennent pas en compte la géométrie des noyaux et les processus de dégazage. Il est donc impossible de reproduire fidèlement la réalité. Ils sont néanmoins relativement efficaces pour la production d'éphémérides de nombreuses comètes.

L'objectif est donc de développer un modèle prenant en compte les processus physiques liés au dégazage de la comète engendrant les effets non-gravitationnels. Le fait de modéliser de façon physique ces forces nous permettra, dans un premier temps, de reproduire au mieux l'orbite observée des comètes. Dans un second temps, nous pourrions déterminer les différents paramètres physiques des noyaux (masse du noyau, fraction de surface active, orientation de l'axe de rotation). Nous avons, dans ce travail, appliqué notre modèle à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko.

7.2 Un modèle avec peu de paramètres et sans a priori

Nous avons pu voir que Sekanina (1993) a développé un modèle physique de forces non-gravitationnelles. Il suggère que ces forces sont dues aux dégazages issus de plusieurs sources actives à la surface du noyau. Sekanina (1993) modélise alors ces effets en considérant N zones actives sur le noyau. Chacune des ces zones est caractérisée par

sa surface et sa localisation. L'accélération non-gravitationnelle totale est donc une combinaison linéaire des contributions de chaque zone. Pour chacune de ces surfaces actives il faut ajuster deux paramètres : sa latitude cométocentrique et un paramètre relatif à sa surface (voir chapitre 6). Il faut aussi ajouter l'ajustement de paramètres liés au noyau : un angle dû à l'inertie thermique (angle entre la direction du Soleil et la direction du maximum de dégazage), l'obliquité de l'orbite et l'anomalie vraie de la comète, mais aussi sa position et vitesse initiales. Le nombre de paramètres de ce modèle s'élève donc à $9 + 2N$ avec N le nombre de zones actives.

Dans le cadre de cette thèse, nous allons développer un modèle dans lequel on limitera le nombre de paramètres. L'idée de base est de moyenniser les forces non-gravitationnelles pour une rotation du noyau. Le modèle de Sekanina (1993) présente trop de paramètres. Il est impossible de les ajuster aux observations, sauf dans le cas d'images provenant de sondes spatiales (en particulier en ce qui concerne la localisation et la surface des zones actives). Nous allons découper un noyau simulé en bandes latitudinales et déduire de l'ajustement le pourcentage de zones actives sur chacune de ces bandes. Les paramètres de notre modèle dynamique seront donc au nombre de $6 + N_b$ représentant les position et vitesse initiales de la comète (6 paramètres : 3 composantes pour la position et 3 composantes pour la vitesse) et un paramètre relatif à l'activité pour chaque bande (N_b paramètres soit le nombre de bandes).

Le fait d'ajuster l'activité de chaque bande nous permet de ne pas faire d'hypothèses sur le nombre de zones actives sur le noyau. Cela n'est pas le cas pour le modèle de Sekanina (1993) qui est obligé de supposer un nombre de zones discrètes actives.

Nous explorerons dans un second temps l'espace possible pour l'orientation de l'axe de rotation de la comète. Nous pourrons alors déduire l'axe qui minimisera les résidus des observations après ajustement. Enfin, en ajustant les taux de production à partir de l'activité de chaque bande déduite de l'ajustement aux observations astrométriques, nous pourrons déterminer la masse.

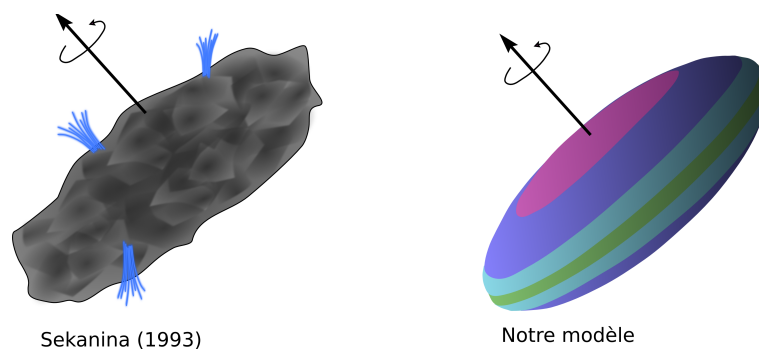


Figure 7.1 – Illustration du modèle de Sekanina (1993) et de notre modèle.

La masse du noyau est difficile à obtenir en général du fait qu'elle est faible comparé aux autres corps du système solaire. Il est donc impossible de mesurer la perturbation induite par cette masse sur d'autres corps comme les astéroïdes. Nous reviendrons en détail sur cette détermination.

Troisième partie

Notre nouveau modèle

Chapitre 8

Modèle dynamique

Sommaire

8.1	Les équations du mouvement	64
8.1.1	La gravitation et le problème à N corps	64
8.1.2	Prise en compte de la relativité générale	65
8.2	Expression de l'accélération non-gravitationnelle	66
8.2.1	Expression de l'accélération dans le repère du noyau	69
8.2.2	Changement de repère	69
8.2.3	Intégration de la force sur une rotation	71
8.2.4	Expression de l'accélération non-gravitationnelle dans le repère équatorial héliocentrique	71
8.3	Résumé	74

Ce chapitre traite du modèle dynamique développé pendant cette thèse. Nous présenterons des équations du mouvement simples. Nous leur ajouterons ensuite les effets relativistes dus principalement à la présence du Soleil. Nous montrerons ensuite comme nous avons modélisé les accélérations non-gravitationnelles de manière physique.

8.1 Les équations du mouvement

8.1.1 La gravitation et le problème à N corps

La gravitation est à l'origine des forces principales régissant le mouvement des corps dans le système solaire. En première approximation, on considère que le référentiel héliocentrique équatorial est galiléen. Il est ainsi possible d'appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD) sur un corps évoluant dans ce référentiel.

On ne prend en compte pour l'instant, que les forces de gravitation exercées par le Soleil, les huit planètes et Pluton. On déduit alors du PFD, les équations du mouvement suivantes du corps, dans le référentiel héliocentrique équatorial (P_{\odot}, x, y, z) :

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_h}{dt^2} = \underbrace{-\mathcal{G}M_{\odot} \frac{\mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_h\|^3}}_{\text{Intéraction avec le Soleil}} + \underbrace{\sum_{i=1}^9 \mathcal{G}m_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h\|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_i\|^3} \right)}_{\text{Intéactions avec les planètes et Pluton}} \quad (8.1)$$

avec :

- \mathbf{r}_h : le vecteur position héliocentrique du corps (les composantes de vecteurs s'exprime en m),
- \mathcal{G} : la constante de gravitation (en $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$),
- M_\odot : la masse du Soleil (en kg),
- m_i : la masse de la $i^{\text{ème}}$ planète (en kg),
- \mathbf{r}_i : le vecteur position de la $i^{\text{ème}}$ planète (les composantes de vecteurs s'expriment en m).

Afin de simplifier les calculs et de ne pas manipuler de grandes valeurs, on introduit la constante de gravitation de Gauss $k = \sqrt{\mathcal{G}}$ exprimée dans le système des unités astronomiques (UA), des masses solaires (M_\odot) et des jours juliens (j). k vaut $0,01420209895 \text{ UA}^{\frac{3}{2}} M_\odot^{-\frac{1}{2}} \text{ j}^{-1}$.

Ces équations ne prennent en compte que les interactions gravitationnelles des différents corps (Soleil, les huit planètes et Pluton) du système solaire avec la comète. Les accélérations dues aux forces gravitationnelles sont de l'ordre de $10^{-4} \text{ UA j}^{-2}$ à 1 UA du Soleil. Afin de décrire au mieux son orbite, nous devons corriger ces équations de forces plus faibles mais néanmoins perceptibles dues aux effets relativistes et aux effets non gravitationnels. En considérant, un corps situé à 1 UA et ayant une vitesse d'environ $0,01 \text{ UA j}^{-1}$ (ordre de grandeur des vitesses des comètes au périhélie), ces effets engendrent des accélérations respectivement de l'ordre de $10^{-9} \text{ UA j}^{-2}$ et de $10^{-10} \text{ UA j}^{-2}$ à $10^{-8} \text{ UA j}^{-2}$.

8.1.2 Prise en compte de la relativité générale

Certaines comètes passant près du Soleil à leur passage au périhélie, il est important de prendre en compte les effets relativistes dus à cet astre. On part donc des équations du mouvement post-newtoniennes d'un corps en interaction avec le Soleil, les huit planètes et Pluton selon le formalisme de la théorie de la relativité générale d'Einstein dans le repère barycentrique équatorial¹ (Beutler, 2005) :

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 \mathbf{r}_B}{dt^2} = & -\mathcal{G} \sum_{i=0}^9 m_i \frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i\|^3} \left[1 - \frac{4\mathcal{G}}{c^2} \sum_{k=0}^9 \frac{m_k}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_k\|} - \frac{\mathcal{G}}{c^2} \sum_{k=0}^9 \frac{m_k}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_k\|} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{d\mathbf{r}_B}{dt} \right)^2 \right. \\
& + \frac{2}{c^2} \left(\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \right)^2 - \frac{4}{c^2} \frac{d\mathbf{r}_B}{dt} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} - \frac{3}{2c^2} \left(\frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i\|} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \right)^2 - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i) \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} \left. \right] \\
& + \frac{\mathcal{G}}{c^2} \sum_{i=0}^9 \frac{m_i}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i\|^3} \left[(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i) \left(4 \frac{d\mathbf{r}_B}{dt} - 3 \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \right) \right] \left(\frac{d\mathbf{r}_B}{dt} - \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \right) \\
& + \frac{7\mathcal{G}}{2c^2} \sum_{i=0}^9 \frac{m_i}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i\|} \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2}
\end{aligned} \tag{8.2}$$

où \mathbf{r}_B est le vecteur position barycentrique du corps perturbé, \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_k sont les vecteurs position barycentrique du $i^{\text{ème}}$ ou $k^{\text{ème}}$ corps perturbateur, $i, k=0$ étant le Soleil et $m_0 = M_\odot$ sa masse.

En supposant que les masses des différentes planètes sont très petites face à celle du Soleil ($m_i \ll m_0 = M_\odot$, $i = 1, \dots, 9$), en se plaçant dans le repère héliocentrique équatorial

1. Le centre du repère barycentrique est comme son nom l'indique le barycentre du système solaire

et en remplaçant \mathcal{G} par k^2 comme suggéré dans la section 8.1.1, l'équation 8.2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}_h}{dt^2} = & -k^2 \frac{\mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_h\|^3} + \sum_{i=1}^9 k^2 m_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h\|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_i\|^3} \right) \\ & + \frac{k^2}{c^2 \|\mathbf{r}_h\|^3} \left[\left(4 \frac{k^2}{\|\mathbf{r}_h\|} - \left(\frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right)^2 \right) \mathbf{r}_h + 4 \left(\mathbf{r}_h \cdot \frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right) \frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right] \end{aligned} \quad (8.3)$$

où les masses m_i sont exprimées en unités de masses solaires et les distances en unités astronomiques.

La prise en compte de ces effets est importante dans le cas des comètes (voir chapitre 5). Les ignorer peut nuire à la détermination des forces non-gravitationnelles. Étant d'un ordre de grandeur similaire, les accélérations relativistes peuvent en effet être compensées lors de l'ajustement de l'orbite par les accélérations non-gravitationnelles dues au dégazage cométaire.

8.2 Expression de l'accélération non-gravitationnelle

Pour décrire le mouvement d'une comète, nous devons ajouter à l'équation 8.3 l'accélération non-gravitationnelle due à la sublimation de la glace d'eau. La force non-gravitationnelle, étant liée au dégazage du noyau, sera d'abord exprimée dans le repère mobile lié à la comète. Un changement de repère permettra de l'écrire dans le repère héliocentrique équatorial pour pouvoir l'inclure dans les équations du mouvement de la comète.

On rappelle que lorsque la comète s'approche du Soleil, une partie de sa surface se sublime. Cette sublimation se traduit sous forme de jets provenant de zones dites actives (voir Fig. 8.1). Ces jets vont être à l'origine de petites accélérations sur le noyau, telles que celles rencontrées dans une fusée lors de l'allumage de réacteur (voir Fig. 8.1). Nous voulons donc modéliser l'action de ces jets sur la dynamique du noyau cométaire.

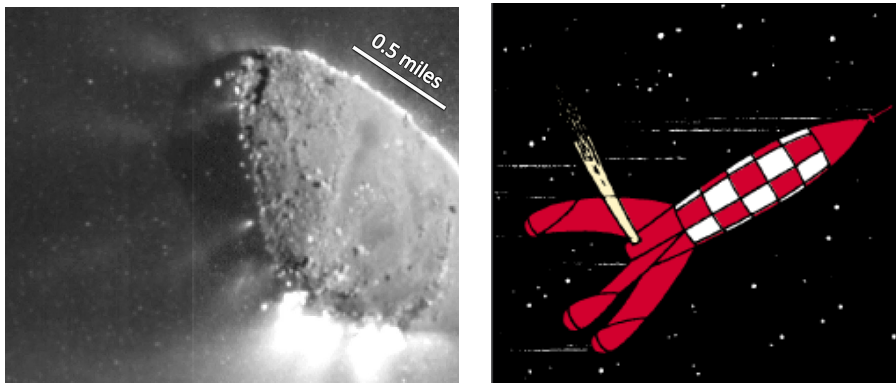


Figure 8.1 – A gauche : jets à la surface de la comète 103P/Hartley2 lors du survol de la sonde *EPOXI* (Crédit : NASA). À droite : Illustration de l'effet fusée dans *Objectif Lune* (Crédit : Hergé)

L'image de 103P/Hartley 2 montre que pour faire un modèle parfait, il faudrait simuler une forme de noyau complexe avec des zones actives discrètes. Ceci est clairement impossible en particulier pour l'immense majorité des comètes qui n'ont jamais été survolées par des sondes spatiales. Cette complexité du noyau peut cependant être

moyennée sur une période de rotation du noyau. Le problème ne se rapporte plus à une multitude de jets mais à quelques bandes latitudinales. Ceci est possible car la période de rotation du noyau est très petite par rapport à la période orbitale (par exemple : pour 19P/Borrelly, nous avons respectivement des périodes de 25,0h (Lamy et al., 1998) et de 6.75 ans.

Finalement notre modèle revient à calculer le pourcentage de surface active pour chaque bande. Pour éviter une surabondance de paramètres, notre modèle comporte un nombre optimal de bandes (généralement 3, voir le chapitre 11 concernant l'ajustement pour la détermination du nombre optimal de bandes), cela revient à ajuster trois paramètres de plus aux éléments orbitaux standards. Cela est semblable au modèle de Marsden et al. (1973).

La force non-gravitationnelle est intimement liée à la sublimation des glaces et donc à l'ensoleillement du noyau. Afin de modéliser de façon physique cette force, nous devons avant tout simuler un noyau. Dans un premier temps, nous avons considéré un noyau de forme simple sphérique pour tester notre modèle. Puis pour l'appliquer à des données réelles, nous avons projeté le modèle sphérique sur un ellipsoïde triaxial (voir Fig. 8.2) qui est une meilleure approximation des formes réelles des noyaux cométaires.

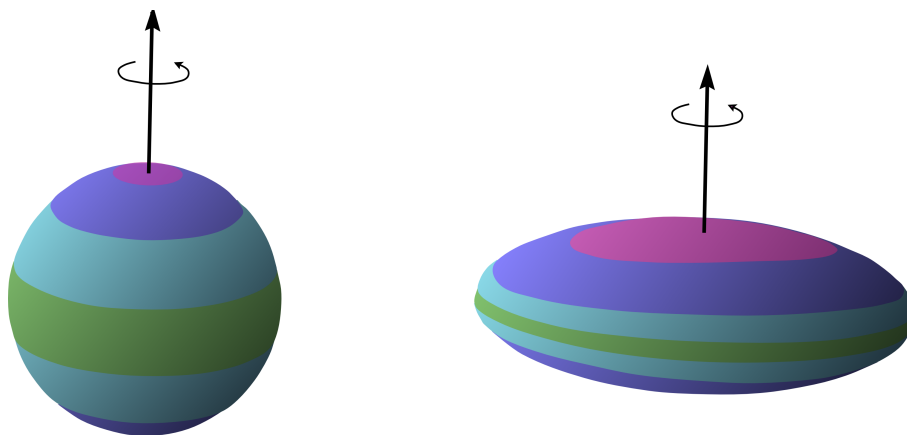


Figure 8.2 – Le modèle sphérique de noyau à 7 bandes et sa projection sur un ellipsoïde triaxial.

Le dégazage dépend essentiellement de la distance héliocentrique de la comète mais aussi et surtout de l'incidence des rayons du Soleil. Afin de tenir compte des variations d'incidence des rayons du Soleil en fonction de la position sur la comète, nous découpons notre noyau en bandes latitudinales. Pour chacune de ces bandes, nous déterminerons sa fraction de surface active qui sera représentée par le paramètre C_i . C_i sera nul si la bande ne dégaze pas du tout et sera égal à un si toute la surface de la bande dégaze. Avant tout, nous avons besoin de calculer la contribution maximale à l'accélération non-gravitationnelle totale de chaque bande. Ce calcul faisant intervenir des moyennes de la force sur une période de rotation du noyau et des résolutions d'équation par dichotomie, il ne peut s'effectuer en même temps que l'intégration de l'orbite de la comète. C'est pourquoi nous calculons les accélérations non-gravitationnelles maximales de chacune des bandes qui seront pondérées dans l'expression finale de l'accélération par les paramètres C_i . Nous stockons ensuite ces valeurs dans des tableaux. Ainsi, au moment de l'intégration de l'orbite, il ne nous suffit plus que d'interpoler l'accélération de chaque bande à partir de ces tables.

On calcule la force non-gravitationnelle pour un point situé à la latitude moyenne de la bande. Puis on fait l'approximation que tous les points de la bande dégazent de la même façon. C'est à dire que pour une bande comprise entre les latitudes 10° et 30° , on calcule la contribution moyenne à la force non-gravitationnelle d'un point de latitude 20° moyenné sur une période de rotation, on considère que tous les autres points de la bande contribuent à la force totale de la même façon. On considère que la direction de la force non-gravitationnelle est normale à la surface au point moyen. Le principe est que la sublimation se fait au départ sans vitesse initiale, l'éjection s'effectue de façon symétrique. La résultante des vitesses d'éjection est donc perpendiculaire à la surface (voir Fig. 8.3).

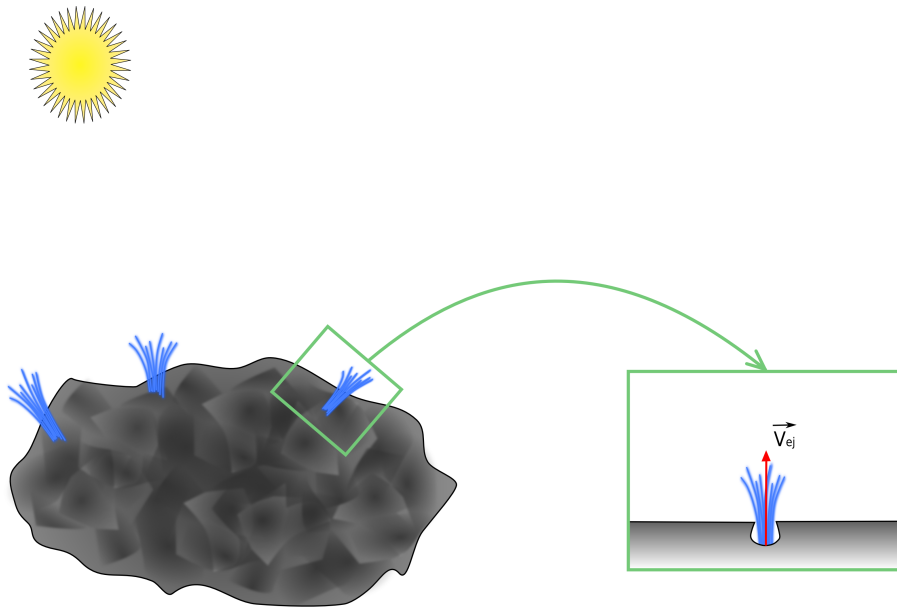


Figure 8.3 – Schématisation de l'éjection du gaz perpendiculairement à la surface du noyau.

Le calcul de la contribution des bandes se fait en sept étapes :

- Calcul de l'incidence des rayons du Soleil en tous points du noyau
- Intégration de l'orbite de la comète en ne prenant en compte que les forces gravitationnelles et les effets relativistes dus au Soleil pour obtenir la distance héliocentrique du noyau
- Calcul du taux de production surfacique des différentes bandes et de la température en tous points du noyau
- Calcul de la force non-gravitationnelle surfacique pour chaque bande dans le repère du noyau
- Changement de repère pour obtenir cette force dans le repère héliocentrique équatorial
- Intégration de cette force surfacique sur une rotation du noyau pour s'affranchir de la longitude
- Calcul des surfaces de chaque bande pour obtenir leur force maximale puis leur accélération.

Dans cette section, nous allons décrire les quatre dernières étapes. Les trois premières étapes nécessitant l'application d'un modèle thermique seront développées dans le chapitre 9. Dans la suite de cette section, nous considérerons Z_j comme le taux de production surfacique de la $j^{\text{ème}}$ bande.

8.2.1 Expression de l'accélération dans le repère du noyau

On se place en un point du noyau défini par sa latitude θ et sa longitude ϕ . À partir de Z_j , on déduit que les composantes de la force non-gravitationnelle surfacique en coordonnées cartésiennes dans le repère de la comète (O, x', y', z') en ce point s'expriment :

$$\begin{cases} \left(\frac{dF_{x'}(t)}{dS} \right)_j = Z_j(T_n(t)) V_{g_j}(T_n(t)) m_{H_2O} \cos \theta \cos \phi \\ \left(\frac{dF_{y'}(t)}{dS} \right)_j = Z_j(T_n(t)) V_{g_j}(T_n(t)) m_{H_2O} \cos \theta \sin \phi \\ \left(\frac{dF_{z'}(t)}{dS} \right)_j = Z_j(T_n(t)) V_{g_j}(T_n(t)) m_{H_2O} \sin \theta \end{cases} \quad (8.4)$$

où m_{H_2O} est la masse de molécules d'eau soit $2,988954 \times 10^{-26}$ kg, et $V_{g_j}(T_n(t))$ est la vitesse thermique du gaz. $T_n(t)$ est la température de surface du noyau (en Kelvin) au temps t . Cette température est déduite du modèle thermique décrit dans le chapitre 9. Une expression de la vitesse a été proposée par Crifo (1987) sous la forme :

$$V_g = \eta \sqrt{\frac{8k_B T_n}{\pi m_{H_2O}}} \quad (8.5)$$

avec k_B la constante de Boltzman ($k_B = 1,380662 \times 10^{-23}$ J K⁻¹). η est un paramètre local qui varie en fonction de la position sur le noyau cométaire. Ce paramètre permet notamment de prendre en considération le fait que la surface cométaire n'est pas exactement de la glace pure et qu'elle n'est pas parfaitement lisse. Crifo (1987) suggère de choisir ce paramètre dans l'intervalle $[0,39; 0,5]$. Nous fixerons donc ce paramètre à la valeur intermédiaire de 0,45 dans la suite. Les vitesses typiques calculées sont de l'ordre de 200 m s⁻¹ du côté ensoleillé du noyau et de quelques mètres par seconde de l'autre côté.

Il est cependant à noter que dans l'expression de l'accélération non-gravitationnelle, la masse du noyau est inversement proportionnelle à ce paramètre. Nous calculerons donc, dans les applications aux comètes (chapitres 12 et 13), l'intervalle de masse possible correspondant aux valeurs extrémales de η .

Pour tenir compte de cette force dans les équations du mouvement, nous devons effectuer un changement de repère afin d'obtenir l'expression de ses composantes cartésiennes dans le repère d'intégration des équations du mouvement : le repère héliocentrique équatorial. Nous intégrons les équations dans ce repère car cela facilitera la comparaison des positions calculées aux positions observées de la comète qui sont données dans ce même repère.

8.2.2 Changement de repère

Le repère lié à la comète dont l'origine est le centre du noyau, est un repère tournant (ses axes x' et y' tournant autour du troisième z'). Dans le cas d'un ellipsoïde, ces axes sont alignés selon les axes principaux d'inertie de la comète, z' étant dans la direction du pôle de la comète.

Afin de pouvoir passer du repère du noyau au repère équatorial, nous devons définir une origine pour la direction des axes x' et y' . On définit la direction origine de l'axe x' à l'instant du passage au périhélie comme étant la direction de l'axe x_1 de la figure 8.4. Les axes x' , y' et z' forment un trièdre direct.

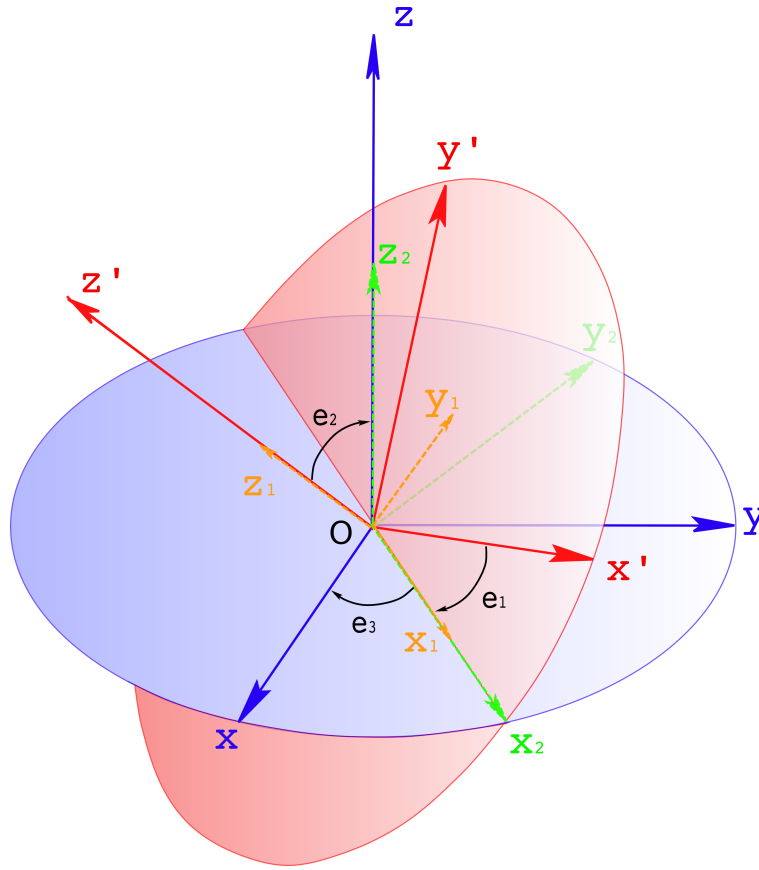


Figure 8.4 – Passage du repère lié au noyau au repère équatorial. Le plan bleu représente le plan de l'équateur céleste et le plan rouge, l'équateur cométaire. Les axes bleus définissent le repère équatorial et les axes rouges, ceux liés au noyau. Les axes verts et oranges sont les repères intermédiaires pour passer de celui lié au noyau au repère équatorial.

En considérant (α_p, δ_p) l'orientation de l'axe de rotation de la comète dans le repère équatorial, le passage du repère lié au noyau (O, x', y', z') au repère équatorial (O, x, y, z) nécessite trois rotations :

1. Une rotation dans le sens indirect d'axe (O, z') et d'angle $e_1 = \frac{2\pi t_p}{P_R}$ où t_p est le temps depuis l'instant du périhélie et P_R la période de rotation du noyau. On obtient le repère (O, x_1, y_1, z_1) .
2. Une rotation indirecte d'axe (O, x_1) et d'angle $e_2 = \frac{\pi}{2} - \delta_p$. On obtient le repère (O, x_2, y_2, z_2) .
3. Une rotation indirecte d'axe (O, z_2) et d'angle $e_3 = \frac{\pi}{2} + \alpha_p$. On obtient alors le repère équatorial.

Il en découle les formules de passage suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{M}(e_1, e_2, e_3) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1}(e_1, e_2, e_3) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (8.6)$$

La matrice $\mathbf{M}(e_1, e_2, e_3)$ produit des trois rotations décrites ci-dessus s'écrit :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos e_1 \cos e_3 - \sin e_1 \cos e_2 \sin e_3 & \sin e_1 \cos e_3 + \cos e_1 \cos e_2 \sin e_3 & \sin e_2 \sin e_3 \\ \sin e_1 \cos e_2 \cos e_3 + \cos e_1 \sin e_3 & \cos e_1 \cos e_2 \cos e_3 - \sin e_1 \sin e_3 & \sin e_2 \cos e_3 \\ \sin e_1 \sin e_2 & \cos e_1 \sin e_2 & \cos e_2 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

La matrice $\mathbf{M}^{-1}(e_1, e_2, e_3)$ se déduit des trois rotations inverses :

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos e_1 \cos e_3 - \sin e_1 \cos e_2 \sin e_3 & \cos e_1 \sin e_3 + \sin e_1 \cos e_2 \cos e_3 & \sin e_1 \sin e_2 \\ -\cos e_1 \cos e_2 \sin e_3 - \sin e_1 \cos e_3 & \cos e_1 \cos e_2 \cos e_3 - \sin e_1 \sin e_3 & \cos e_1 \sin e_2 \\ \sin e_2 \sin e_3 & -\sin e_2 \cos e_3 & \cos e_3 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

Ces deux matrices de passage sont appelées matrice d'Euler et e_1 , e_2 et e_3 les angles d'Euler.

La matrice \mathbf{M} nous permet d'obtenir les composantes cartésiennes de la force surfacique dans le repère équatorial $\frac{dF_x}{dS}$, $\frac{dF_y}{dS}$ et $\frac{dF_z}{dS}$.

8.2.3 Intégration de la force sur une rotation

Pour s'affranchir de la longitude du point où est calculée la force surfacique, on intègre cette force sur une rotation de la comète afin de calculer sa contribution moyenne. Ceci est possible car, comme dit précédemment, la période de rotation du noyau est petite par rapport à la période orbitale de la comète.

Nous intégrons numériquement la force surfacique exprimée dans le repère équatorial par la méthode simple des trapèzes. Nous échantillons la force surfacique avec 50 points par 24 heures de rotation. C'est à dire que pour une période de rotation de 48 heures, nous calculons la force surfacique une centaine de fois à intervalle de temps régulier. On fait l'approximation que tous les points d'une bande dégazent de la même façon qu'un point situé à la latitude moyenne de cette bande. L'intégrale de la force divisée par une période de rotation nous donne la valeur moyenne de force surfacique en n'importe quel point de la bande à $t_{ip} + \frac{P_R}{2}$ où t_{ip} est l'instant de début de la période de rotation.

8.2.4 Expression de l'accélération non-gravitationnelle dans le repère équatorial héliocentrique

De la force surfacique des bandes, on peut déduire l'expression de l'accélération non-gravitationnelle totale :

$$\mathbf{A}_{\text{NG}}(t) = \lambda \frac{1}{M_C} \sum_{j=1}^{N_b} \left[C_j S_j \frac{1}{P_R} \int_{t-\frac{P_R}{2}}^{t+\frac{P_R}{2}} \left(\frac{d\mathbf{F}(t')}{dS} \right)_j dt' \right] \quad (8.9)$$

où :

- $\frac{d\mathbf{F}}{dS}$ et \mathbf{A}_{NG} sont respectivement les vecteurs force surfacique (en N m^{-2}) et accélération non-gravitationnelle (en UA j^{-2}),
- λ est un facteur de conversion pour passer des m s^{-2} en UA j^{-2} ($\lambda \simeq 0,050$),
- M_C est la masse du noyau cométaire (en kg),
- S_j est la surface de la $j^{\text{ème}}$ bande (en m^2)
- C_j est la fraction de surface qui dégaze de la $j^{\text{ème}}$ bande (en m^2). Si $C_j = 0$ la bande ne dégaze pas, si $C_j = 1$ la bande dégaze totalement,

– N_b est le nombre de bandes considérées sur le noyau.

Dans le cas sphérique, le calcul de la surface des bandes se fait simplement par intégration analytique. La surface S_j d'une bande comprise entre les latitudes θ_1 et θ_2 s'exprime alors :

$$S_j = 2\pi R^2(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (8.10)$$

où R est le rayon du noyau (en m).

Dans le cas de l'ellipsoïde, on ne peut pas calculer sa surface de façon analytique. Afin de projeter notre modèle sphérique sur un ellipsoïde, il faut garder la même définition de la latitude, à savoir que la latitude est l'angle entre la normale et un plan perpendiculaire à l'axe des z . Ainsi dans le cas d'une sphère, une courbe d'isolatitude est comprise dans un plan orthogonal à l'axe des z . Dans le cas de l'ellipsoïde, seul l'équateur est plan (voir Fig. 8.5).

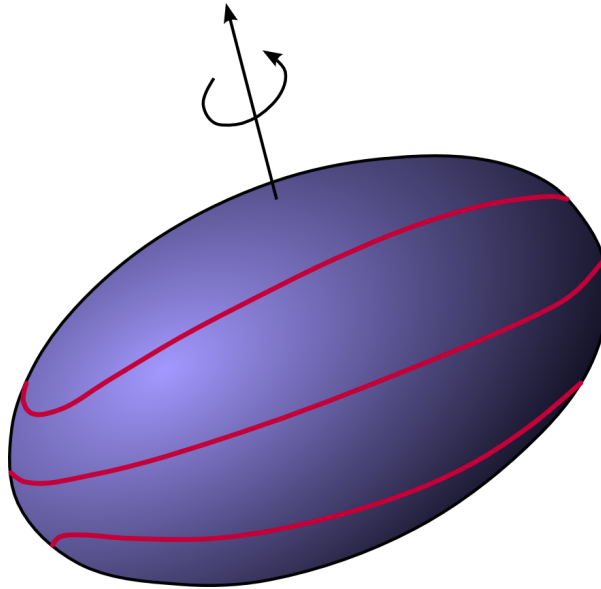


Figure 8.5 – Courbes d'isolatitude sur un ellipsoïde triaxial.

Pour calculer la surface entre deux courbes d'isolatitude, on va paramétrer l'ellipsoïde en fonction de la latitude θ et la longitude ϕ :

$$\begin{cases} x = a\sqrt{1 - \frac{z^2}{c^2}} \cos \phi \\ y = b\sqrt{1 - \frac{z^2}{c^2}} \sin \phi \\ z = z \end{cases} \quad (8.11)$$

avec a , b et c les trois axes de l'ellipsoïde et ϕ la longitude d'un point de coordonnées (x, y, z) (cf. Fig. 8.6). De ce fait, un point sur l'ellipsoïde peut se définir à l'aide des deux coordonnées (z, ϕ) .

Afin de paramétrer la surface en fonction de la latitude et de la longitude, il faut exprimer z en fonction de θ et ϕ . Pour cela, on calcule la normale $\vec{N}(N_x, N_y, N_z)$ à la surface en un point M de coordonnées (x, y, z) via le produit vectoriel des dérivées du vecteur \vec{OM} par rapport à z et à ϕ :

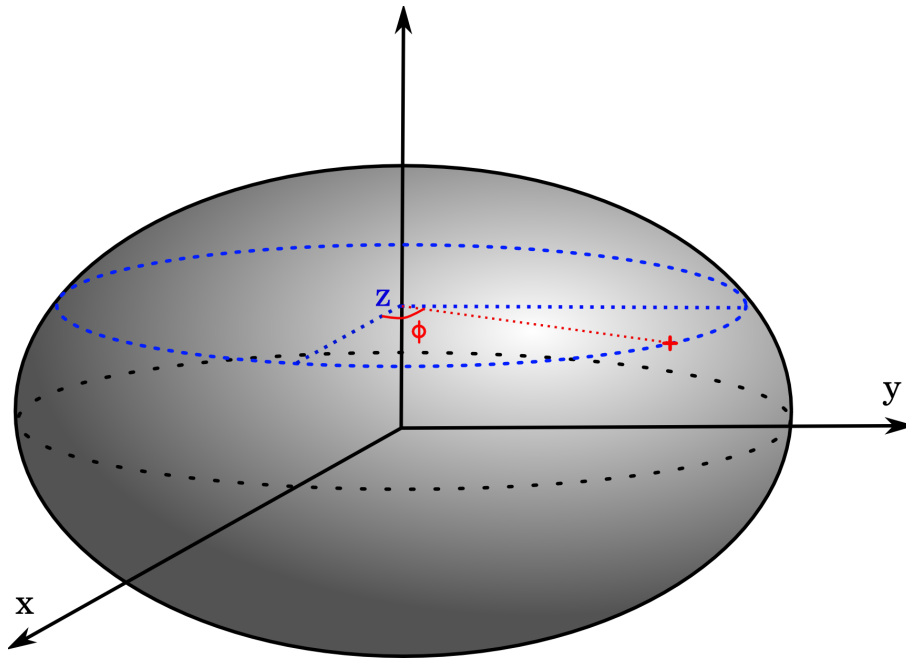


Figure 8.6 – Paramétrisation de l'ellipsoïde

$$\begin{cases} N_x = \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \phi} - \frac{\partial z}{\partial z} \cdot \frac{\partial y}{\partial \phi} = -b\sqrt{1 - \frac{z^2}{c^2}} \cos \phi \\ N_y = \frac{\partial z}{\partial z} \cdot \frac{\partial x}{\partial \phi} - \frac{\partial x}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \phi} = -a\sqrt{1 - \frac{z^2}{c^2}} \sin \phi \\ N_z = \frac{\partial x}{\partial z} \cdot \frac{\partial y}{\partial \phi} - \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial x}{\partial \phi} = -\frac{azb}{c^2} \end{cases} \quad (8.12)$$

La latitude d'un lieu à la surface de l'ellipsoïde étant l'angle entre la normale à la surface et un plan perpendiculaire à l'axe z , on peut la déterminer en calculant le produit scalaire de \vec{N} et de sa projection sur le plan (x, y) , de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ 0 \end{pmatrix} = \cos \theta \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} \cdot \sqrt{N_x^2 + N_y^2} \quad (8.13)$$

La latitude est donc la solution de l'équation suivante :

$$(N_x^2 + N_y^2 + N_z^2) \cdot \cos^2 \theta = N_x^2 + N_y^2 \quad (8.14)$$

On en déduit l'expression de $\frac{z^2}{c^2}$ en fonction de la latitude et on exprime les coordonnées (x, y, z) en fonction de θ et ϕ comme étant :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(1-C)^{\frac{1}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & b(1-C)^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & c(C)^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8.15)$$

où

$$C = \frac{c^2(\cos^2 \theta - 1)(b^2 \cos^2 \phi + a^2 \sin^2 \phi)}{c^2(\cos^2 \theta - 1)(b^2 \cos^2 \phi + a^2 \sin^2 \phi) - \cos^2 \theta a^2 b^2} \quad (8.16)$$

Pour pouvoir calculer la surface d'une bande (surface entre deux isolatitudes), il est nécessaire de connaître l'élément de surface de l'ellipsoïde dans le nouveau système de coordonnées. Il est défini de la manière suivante :

$$dS = |\det J_F(\theta, \phi)| d\theta d\phi \quad (8.17)$$

où F est l'application relative au changement de variable $(x, y, z) \mapsto (\theta, \phi)$. $J_F(\theta, \phi)$ est la matrice jacobienne de F en fonction de (θ, ϕ) , telle que son déterminant vaut :

$$\begin{cases} |\det J_F(\theta, \phi)| = \left(\frac{a^6 b^6 c^4 \cos^2 \theta \sin^2 \theta (a^2 \sin^2 \phi + b^2 \cos^2 \phi)^2}{-\sin^2 \theta (\sin^2 \theta (a^2 c^2 \sin^2 \phi + b^2 c^2 \cos^2 \phi) - a^2 b^2 \cos^2 \theta)^4} \right)^{\frac{1}{2}} & \text{si } \theta \neq 0 \\ |\det J_F(0, \phi)| = \left(\frac{c^4 (a^2 \sin^2 \phi + b^2 \cos^2 \phi)^2}{a^2 b^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} |\det J_F(\theta, \phi)| \end{cases} \quad (8.18)$$

La surface d'une bande est alors obtenue par l'intégration suivante :

$$S_j = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{2\pi} |\det J_F(\theta, \phi)| d\phi d\theta \quad (8.19)$$

Du fait de la discontinuité de l'élément de surface, j'ai choisi de calculer l'intégrale de manière numérique en employant la méthode de la quadrature de Gauss.

Par la méthode de Gauss, l'intégrale d'une fonction $f(x)$ est approximée de la manière suivante :

$$I = \int_a^b W(x) f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i) \quad (8.20)$$

où n est le nombre de pas considérés pour l'intégration numérique. Plus n sera grand plus l'intégration sera précise. $W(x)$ est une fonction de pondération pouvant assurer l'intégrabilité de la fonction. Dans notre cas, on prendra $W(x) = 1$. Selon la méthode de Gauss pour $W(x) = 1$, on utilisera les polynômes de Gauss-Legendre afin de déterminer les coefficients de quadrature ou poids ω_i et les nœuds x_i . $f(x)$ est la fonction à intégrer.

La quadrature de Gauss utilisant les polynômes de Gauss-Legendre n'étant valide que sur l'intervalle $[-1, 1]$, le changement de variable suivant est nécessaire pour passer de l'intervalle $[a, b]$ à $[-1, 1]$:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 f\left(\frac{b-a}{2}t + \frac{a+b}{2}\right) dt \quad (8.21)$$

Les n nœuds x_i ($i = 1, \dots, n$) sont les racines du $n^{\text{ième}}$ polynôme de Legendre :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1} \quad (8.22)$$

$$\omega_i = \frac{2}{(1-x_i^2)[P'_N(x_i)]} \quad (8.23)$$

En adaptant cette méthode à une intégrale double avec l'équation 8.19, j'ai pu calculer les surfaces des différentes bandes sur l'ellipsoïde.

8.3 Résumé

En résumé, on rappelle que l'équation du mouvement de la comète est :

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_h}{dt^2} = -k \frac{\mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_h\|^3} + \sum_{i=1}^9 km_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_h\|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_i\|^3} \right) + \mathbf{R} + \mathbf{A}_{\text{NG}} \quad (8.24)$$

avec l'accélération due aux effets relativistes causés par le Soleil :

$$\mathbf{R} = \frac{k}{c^2 \|\mathbf{r}_h\|^3} \left[\left(4 \frac{k}{\|\mathbf{r}_h\|} - \left(\frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right)^2 \right) \mathbf{r}_h + 4 \left(\mathbf{r}_h \cdot \frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right) \frac{d\mathbf{r}_h}{dt} \right] \quad (8.25)$$

et l'accélération non-gravitationnelle :

$$\mathbf{A}_{\text{NG}}(t) = \lambda \frac{1}{M_C} \sum_{j=1}^{N_b} \left[C_j \cdot S_j \cdot \frac{1}{P_R} \cdot \int_{t-\frac{P_R}{2}}^{t+\frac{P_R}{2}} \left(\frac{d\mathbf{F}(t)}{dS} \right)_j dt \right] \quad (8.26)$$

Les mouvements du Soleil et des planètes ne sont pas intégrés en même temps que celui de la comète. Pour obtenir leur position et leur vitesse à tout instant, nous utilisons une théorie planétaire (ici *DE406*, Standish, 1998).

Les paramètres du modèle sont :

- Les vecteurs position et vitesse initiaux,
- La masse M_C du noyau cométaire,
- Les fractions de surface active C_j par bande,
- Le nombre de bandes N_b ,
- La taille du noyau (le rayon pour un modèle sphérique et les trois axes pour un modèle ellipsoïdal)
- La direction de l'axe de rotation (α_p, δ_p) .

Chapitre 9

Taux de production d'eau

Sommaire

9.1	Présentation	78
9.2	Taux de production d'eau d'une bande	79
9.2.1	Calcul du taux de production en un point actif du noyau	79
9.2.2	Ensoleillement de la comète	81
9.3	Résolution du bilan énergétique	83
9.4	Taux de production d'eau total	83

Ce chapitre présente le calcul des taux de production simulés qui seront ensuite comparés aux observations. La sublimation dépendant de l'ensoleillement de la comète, nous montrerons aussi comment calculer l'incidence des rayons lumineux sur le noyau cométaire.

9.1 Présentation

On rappelle que les forces non-gravitationnelles sont dues principalement à la sublimation de la glace d'eau.

La différence de quantité de mouvement d'un corps $\frac{dm\mathbf{v}}{dt}$ est égale par définition à $m\mathbf{a}$ (avec \mathbf{a} le vecteur accélération) c'est à dire à la force exercée sur le corps en mouvement (principe fondamental de la dynamique introduit par Newton). Dans notre cas, il suffit de connaître le taux de production d'eau par seconde et la vitesse d'éjection, on suppose que la molécule d'eau accélère d'une vitesse nulle à sa vitesse terminale en une seconde. L'accélération d'une molécule d'eau se calcule de la manière suivante :

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (9.1)$$

Dans le cas des molécules d'eau s'échappant des comètes on a donc :

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_{terminale} - \mathbf{v}_{initiale}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_{terminale} - 0}{1}. \quad (9.2)$$

Ainsi, la force non gravitationnelle est bien égale au taux de production massique d'eau de la comète en kg s^{-1} multiplié par la vitesse terminale des molécules d'eau. Nous devons donc connaître le taux de production d'eau à chaque instant.

Dans le but de calculer la force non-gravitationnelle, nous développerons dans ce chapitre l'expression du taux de production d'eau total de la comète.

Comme pour le calcul de la force non-gravitationnelle, le taux de production d'eau du noyau sera considéré comme une combinaison linéaire des contributions de chaque bande du noyau simulé (voir le chapitre 8). Ainsi, nous devons calculer la contribution maximale au taux de production de chaque bande à tout instant et la pondérer par la surface active de la bande.

Nous utiliserons un modèle thermique simple dans lequel nous négligeons l'inertie thermique. Plusieurs auteurs (Groussin et al., 2007; Julian et al., 2000) ont en effet montré que l'inertie thermique d'un noyau cométaire était très faible ($< 50 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1/2}$).

9.2 Taux de production d'eau d'une bande

9.2.1 Calcul du taux de production en un point actif du noyau

Afin de pouvoir calculer le taux de production qui est lié à l'ensoleillement du noyau, nous devons dresser un bilan énergétique du noyau. Sur le noyau, nous pouvons considérer deux types de zones : les zones actives et celles qui ne le sont pas. Pour les zones non actives, l'énergie solaire est majoritairement absorbée par le sol du noyau à cause de son albédo très faible. Cette énergie est ensuite réémise sous la forme d'un rayonnement thermique de corps noir. Pour les zones actives, il se passe la même chose sauf qu'une partie de l'énergie absorbée est utilisée pour sublimer la glace d'eau à la surface du noyau.

Nous allons alors considérer un point actif (qui dégage) du noyau, pour lequel le bilan énergétique surfacique se réduit à :

$$\overbrace{(1 - A_b) \frac{F_{\odot}}{r_h^2} \cos i_s}^{\text{Ensoleillement}} = \overbrace{\eta_b \epsilon \sigma T_n^4}^{\text{Rayonnement}} + \overbrace{\frac{L(T_n)Z(T_n)}{\mathcal{N}_a}}^{\text{Sublimation}} \quad (9.3)$$

avec :

- A_b : l'albédo de Bond (sans unité) qui est le produit de l'albédo géométrique (albédo d'un corps ayant une phase nulle) par l'intégrale de sa phase (Li et al., 2007),
- F_{\odot} : le flux reçu du Soleil à une distance de 1 UA (1370 Wm^{-2}),
- r_h : la distance héliocentrique de la comète (en UA),
- i_s : l'angle d'incidence des rayons du Soleil au point considéré (en rad),
- η_b : un facteur appelé « beaming factor » introduit par Lebofsky et Spencer (1989) (sans unité) pour ajuster la température au point sub-solaire,
- ϵ : l'émissivité infrarouge du noyau (sans unité),
- σ : la constante de Stefan-Boltzmann valant $5,67 \times 10^{-8} \text{ JK}^{-4} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$
- T_n : la température de surface du noyau (en K),
- \mathcal{N}_a : la constante d'Avogadro valant $6,022045 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$,
- $L(T_n)$: la chaleur latente de sublimation de la glace d'eau (en J mol^{-1}),
- $Z(T_n)$: le taux de sublimation surfacique de la glace d'eau (en $\text{molecules s}^{-1} \text{ m}^{-2}$).

Les différents paramètres :

Jones et Morrison (1974) ont pu remarquer que la température de surface était constamment plus élevée que la température qu'ils calculaient. Ceci s'explique par la rugosité de la surface (voir Fig. 9.1). Jones et Morrison (1974) ont donc introduit le « **beaming factor** » pour ajuster la température au point sub-solaire. Lebofsky et Spencer (1989) l'ont ensuite repris pour ajuster les modèles thermiques et les observations en infrarouge.

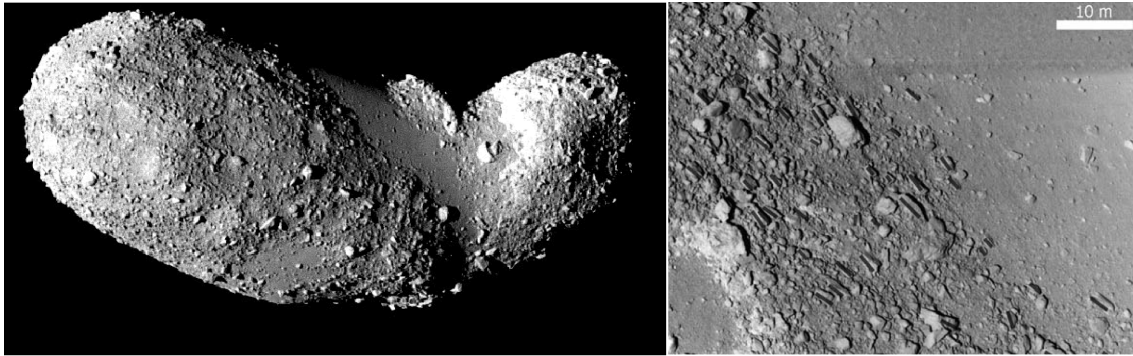


Figure 9.1 – L’astéroïde Itokawa d’environ 530m de long à gauche, à droite : un zoom de sa surface pris par la sonde Hayabusa (Crédit : JAXA). On remarque bien deux sortes de terrains : des terrains très rugueux et d’autres beaucoup plus lisses (Noguchi et al., 2010)

Sur une surface rugueuse, la température atteinte sera plus élevée que sur une surface lisse grâce à l’absorption du rayonnement par les parois environnantes . Plus la surface sera rugueuse plus η_b sera faible. Cependant, dans le cas des zones actives, Groussin (2002) a montré que l’influence de ce paramètre était négligeable à une distance héliocentrique inférieure à 5 UA car la sublimation de la glace d’eau domine le rayonnement du noyau et utilise une très grande partie de l’énergie reçue du Soleil. Nous prendrons donc une valeur de η_b de 1 pour nos calculs.

L’**émissivité infrarouge** est comme son nom l’indique la capacité du noyau à émettre dans le rayonnement infrarouge. Lorsque ϵ vaut 1, le noyau réémet toute l’énergie qu’il reçoit en infrarouge (cas d’un corps noir parfait). Comme pour le « beaming factor » la température sera très peu sensible à ce paramètre en deçà de 5 UA. Nous adoptons néanmoins la valeur 0,95 souvent admise par différents auteurs (Enzian et al., 1997; Groussin, 2002; Julian et al., 2000).

La chaleur latente et le taux de sublimation surfacique :

La chaleur latente de sublimation de la glace d’eau $L(T)$ est interpolée comme le polynôme du troisième degré à partir des valeurs de Washburn (1928) suivant :

$$L(T) = (2740 + 2,01 T - 0,014 T^2 + 0,00002 T^3) \times 17,529929 \quad (9.4)$$

Le taux de sublimation surfacique des molécules d’eau $Z(T)$ est donné par :

$$Z(T) = (1 - \alpha) \frac{P(T)}{\sqrt{2\pi m_{H_2O} k T}} \quad (9.5)$$

où α est un paramètre de recondensation de la vapeur d’eau introduit par Crifo (1987), m_{H_2O} est la masse des molécules d’eau (kg), k est la constante de Boltzmann et vaut $1,381 \times 10^{-28}$ J K⁻¹. $P(T)$ est la pression de vapeur saturante (Pa) donnée par Fanale et Salvail (1984) :

$$P(T) = A \exp\left(\frac{-T_0}{T}\right) \quad (9.6)$$

avec $A = 3,56 \times 10^{12}$ Pa et $T_0 = 6141,6607$ K.

Le **facteur de recondensation de la vapeur d'eau** α est un facteur permettant de prendre en compte la recondensation de molécules d'eau n'ayant pas pu s'échapper du noyau, retombées à sa surface du fait des collisions entre molécules en sublimation. Ainsi, seule une fraction $(1 - \alpha)$ des molécules s'échappe réellement du noyau. Pour ce paramètre, nous adoptons la valeur donnée par Crifo (1987) de 0,25.

Pour pouvoir résoudre le bilan énergétique (l'équation 9.3), nous devons pouvoir calculer l'ensoleillement de la comète en tous points et à tout instant.

9.2.2 Ensoleillement de la comète

L'augmentation de la température surfacique du noyau due au rayonnement solaire provoque une sublimation des glaces de surface. Le taux de production d'eau d'une bande est donc intimement lié à la température de surface du noyau, elle-même liée à l'ensoleillement de la comète. Dans un premier temps, il est important de pouvoir calculer à chaque instant l'incidence des rayons lumineux sur le noyau.

Nous considérons, dans la suite de cette section, un noyau sphérique découpé en bandes latitudinales tel que celui décrit dans la section 8.2. Nous projetterons ensuite le modèle sphérique sur un ellipsoïde triaxial décrit dans cette même section.

En supposant que les rayons du Soleil arrivent parallèles les uns par rapport aux autres sur la surface du noyau, déterminer l'incidence des rayons lumineux en un point de coordonnées (θ_p, ϕ_p) revient à calculer son angle zénithal i_s avec le point sub-solaire¹ dans le repère du noyau (voir Fig. 9.2). Pour cela, nous devons d'abord déterminer la position du point sub-solaire dans le repère de la comète. Cette position, notée (θ_s, ϕ_s) , varie au cours du temps en fonction de la position de la comète et de la rotation autour de son axe mais dépend aussi de l'orientation de la comète dans l'espace. Nous rappelons par ailleurs que la direction de l'axe de rotation est donnée dans le repère équatorial et notée (α_p, δ_p) .

Pour calculer la position du point sub-solaire sur le noyau à l'instant t , nous devons connaître la position de la comète dans l'espace à cet instant. Nous intégrons donc la position du noyau avec des équations du mouvement ne prenant en compte que les forces gravitationnelles et relativistes. En effet, rappelons qu'il est nécessaire de connaître le taux de production d'eau maximal de chaque bande pour pouvoir déterminer les forces non-gravitationnelles s'appliquant à la comète. Nous ne pouvons donc pas les prendre en compte à ce stade de calcul. Nous avons pensé à utiliser le modèle de Marsden et al. (1973) pour déterminer au mieux la position de la comète mais cela aurait rendu notre modèle dépendant d'un autre. De plus, j'ai comparé la position du point sub-solaire obtenue en utilisant les équations du mouvement simple à celle obtenue en utilisant le modèle de Marsden sur plusieurs révolutions de la comète et j'obtiens des différences en position inférieures à 1%.

Nous notons donc la position de la comète à l'instant t en coordonnées cartésiennes équatoriales héliocentriques (x_h, y_h, z_h) . Ces coordonnées définissent le vecteur Soleil-comète. Pour un noyau sphérique, la direction du point sub-solaire, en se plaçant au centre de la comète, sera la direction du vecteur comète-Soleil. Nous devons donc exprimer ce vecteur dans le repère du noyau, nous obtiendrons ainsi par un changement de coordonnées la position (θ_s, ϕ_s) . Pour exprimer le vecteur comète-Soleil dans le repère du noyau, nous employons la matrice de changement de repère \mathbf{M}^{-1} de la sous-section 8.4 avec les mêmes

1. Le point sub-solaire est le point d'un corps du système solaire où le Soleil est observé au zénith

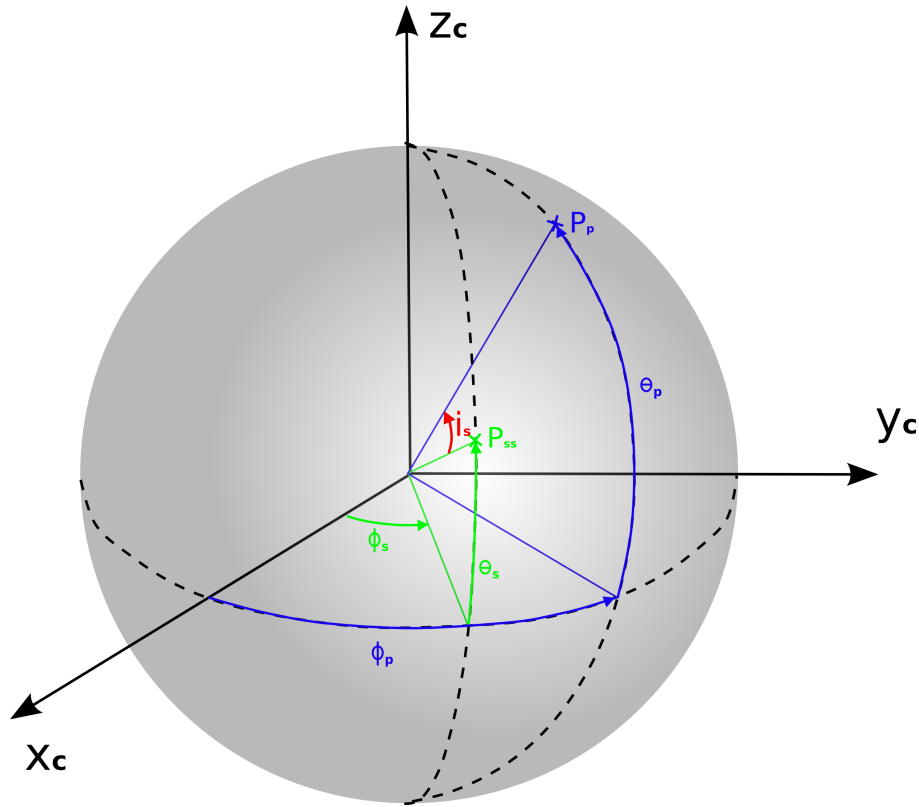


Figure 9.2 – Représentation de l'angle zénithal i_s entre le point sub-solaire de coordonnées (θ_s, ϕ_s) et un point quelconque du noyau de coordonnées (θ_p, ϕ_p) dans le repère du noyau

angles $e_1 = \frac{2\pi t_p}{P_R}$, $e_2 = \frac{\pi}{2} - \delta_p$ et $e_3 = \frac{\pi}{2} + \alpha_p$ pour passer du repère équatorial au repère du noyau :

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1}(e_1, e_2, e_3) \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

On obtient donc les coordonnées du point sub-solaire dans le repère cométo-centrique (θ_s, ϕ_s) , en utilisant les relations :

$$\begin{cases} x_s = \cos(\theta_s) \cos(\phi_s) \\ y_s = \cos(\theta_s) \sin(\phi_s) \\ z_s = \sin(\theta_s) \end{cases} \quad (9.8)$$

Rappelons que nous cherchons à déterminer le cosinus de l'angle d'incidence des rayons lumineux sur la surface cométaire pour pouvoir l'introduire dans l'équation 9.3. En déterminant la longueur du segment $[P_{ss}P_p]$ de la figure 9.2, nous pouvons déterminer ce cosinus comme :

$$\cos i_s = \cos \theta_p \cos \theta_s \cos(\phi_s - \phi_p) + \sin \theta_p \sin \theta_s \quad (9.9)$$

Outre le fait que nous pouvons à présent résoudre l'équation 9.3, le calcul de cet angle nous renseigne sur la localisation des parties ensoleillées de la comète à chaque instant de son orbite en traçant des cartes d'ensoleillement (voir Fig. 9.3). Cela nous aidera à interpréter les résultats dans les chapitres 12 et 13.

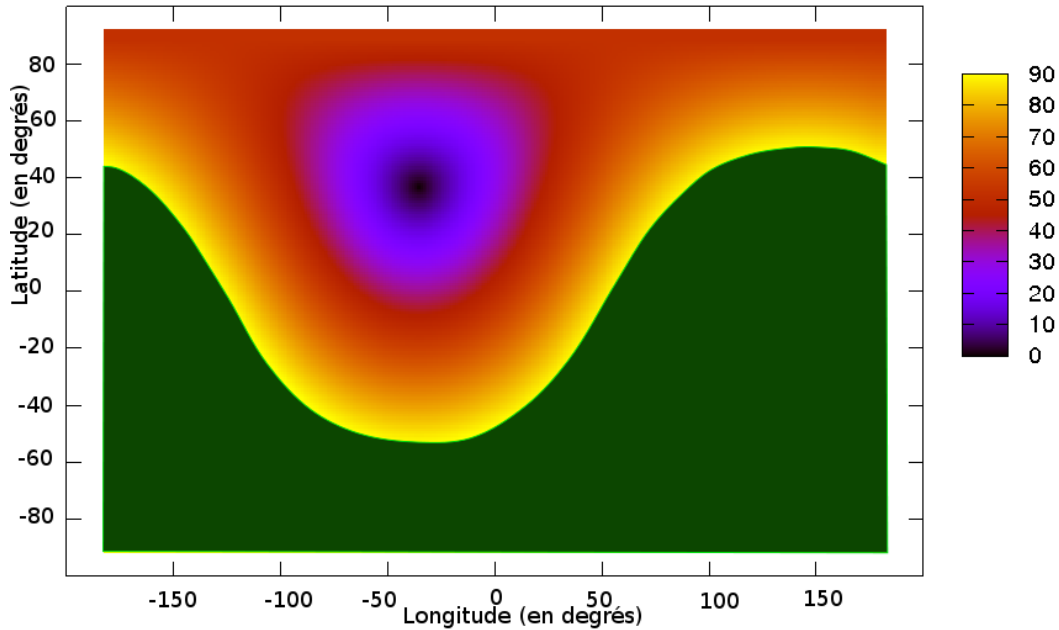


Figure 9.3 – Exemple de carte d'enseillement pour un noyau sphérique ou ellipsoïdal dont l'axe de rotation est ($\alpha_p = 195^\circ, \delta_p = -20^\circ$) et dont les éléments osculateurs sont les mêmes que pour la comète 19P/Borrelly lors de son passage de 2001, 30 jours après son passage au périhélie. Nous sommes ici dans le repère du noyau. L'incidence des rayons solaires est mesurée par rapport à la normale à la surface. Donc lorsque $i_s(\theta_p, \phi_p)$ est nul, le Soleil est au zénith et lorsqu'il vaut 90° , le Soleil est rasant. La partie verte est le côté non-éclairé de la comète. On voit bien ici que 30 jours après le périhélie, c'est le pôle nord qui est principalement enseillé.

9.3 Résolution du bilan énergétique

Nous sommes à présent capable d'exprimer chaque élément du bilan énergétique (équation 9.3). Nous pouvons donc l'exprimer sous la forme de la fonction $f(T)$ dépendant de la température à tout instant t comme suit :

$$f(T) = (1 - A_b) \frac{F_\odot}{r_h^2} \cos i_s - \eta_b \epsilon \sigma T^4 - \frac{L(T)Z(T)}{\mathcal{N}_a} \quad (9.10)$$

La résolution de cette équation s'est faite numériquement par dichotomie pour déterminer la température T qui annule cette fonction. En obtenant la température, nous déduisons le taux de sublimation surfacique $Z(T)$.

9.4 Taux de production d'eau total

Pour le calcul du taux de production d'eau total du noyau, nous procédons comme pour le calcul de l'accélération non-gravitationnelle totale (voir section 8.2). Le taux de production d'eau total sera alors une combinaison linéaire des contributions de chaque bande du noyau modélisé.

Pour calculer la contribution maximale d'une bande, on suppose (comme pour les accélérations non-gravitationnelles) que tous les points de la bande dégazent de la même façon qu'un point situé à une latitude moyenne sur une période de rotation. De ce fait, le

taux de production maximale d'une bande est alors l'intégrale du taux de production surfacique $Z_j(t, \theta_j)$ en un point de latitude moyenne θ_j multiplié par la surface de la bande S_j .

Le taux de production total $Q_{H_2O}(t)$ de la comète est alors :

$$Q_{H_2O}(t) = \sum_{j=1}^{N_b} C_j S_j \frac{1}{P_R} \int_{t-\frac{P_R}{2}}^{t+\frac{P_R}{2}} Z_j(t', \theta_j) dt' \quad (9.11)$$

avec N_b le nombre de bande sur le noyau modélisé, C_j les paramètres relatifs à l'activité de la $j^{\text{ème}}$ bande et P_R la période de rotation de la comète.

Chapitre 10

Les contraintes observationnelles

Sommaire

10.1 Positions astrométriques	86
10.1.1 Présentation	86
10.1.2 Contraintes sur les paramètres	88
10.2 Taux de production d'eau	88
10.2.1 Présentation	88
10.2.2 Contraintes sur les paramètres	92
10.3 Observations du noyau cométaire	93
10.3.1 Taille, forme du noyau et période de rotation	93

Ce chapitre traite des différents types d'observations auxquelles notre modèle peut être comparé. Nous présentons les observations astrométriques puis celles des taux de production d'eau et les observations des noyaux cométaires. Nous expliquons, pour chacune d'entre elles, les contraintes sur les paramètres du modèle qu'elles peuvent apporter.

10.1 Positions astrométriques

10.1.1 Présentation

Les observations astrométriques des comètes (mesures de leur position dans le ciel) sont les plus vieilles données connues pour ces corps. Les Chinois s'attelaient déjà à cette tâche en notant le déplacement et la position des comètes dans le ciel deux millénaires avant notre ère (voir chapitre 1). Avec l'apparition des plaques photographiques puis des caméras CCD, on a pu accroître la précision et le nombre de ces observations.

Une observation astrométrique moderne consiste à mesurer la position topocentrique d'un corps du système solaire par rapport à un catalogue d'étoile (par exemple : *HIP-PARCOS*, *2MASS*, etc.). On mesure ainsi la position d'un corps dans un champ d'étoiles (voir Fig. 10.1) sur l'image CCD. Pour chaque image, on mesure les positions de la comète et des étoiles de fond de ciel dans le repère de l'image en unité de pixels. Il est possible d'avoir une précision de mesure inférieure à celle du pixel en ajustant des modèles de réponse impulsionnelle (PSF). Nous pouvons obtenir un catalogue astrométrique d'étoiles correspondant à notre champ. Il faut, dans un premier temps, faire la correspondance entre les étoiles dans le repère du CCD avec celles du catalogue. Ensuite, un modèle simple souvent polynomial peut être ajusté et permet de passer du repère en pixels au repère

céleste J2000.0¹. Il est ensuite facile de connaître la position en ascension droite et en déclinaison de la comète en utilisant le modèle de transformation sur ces positions en pixels.

Cependant, le processus de réduction astrométrique ne consiste pas seulement en une mesure simple. Il nécessite quelques corrections sur l'image elle-même (réfraction due à l'atmosphère, prise en compte des aberrations, etc.) et aussi une bonne connaissance des repères de temps et d'espace (précession et nutation de l'axe terrestre, échelle de temps, etc.) afin d'aboutir à un jeu de coordonnées (α, δ) du corps donné dans le repère équatorial topocentrique J2000.0 à un temps donné en temps universel (UTC). La position de l'objet est directement liée à la position de son photocentre souvent déterminée par le biais d'ajustements de fonctions gaussiennes. Dans la suite de notre étude, nous nous appuyerons sur les observations fournies par le *Minor Planet Center (MPC)* données dans le repère J2000.0 à une date en UTC.

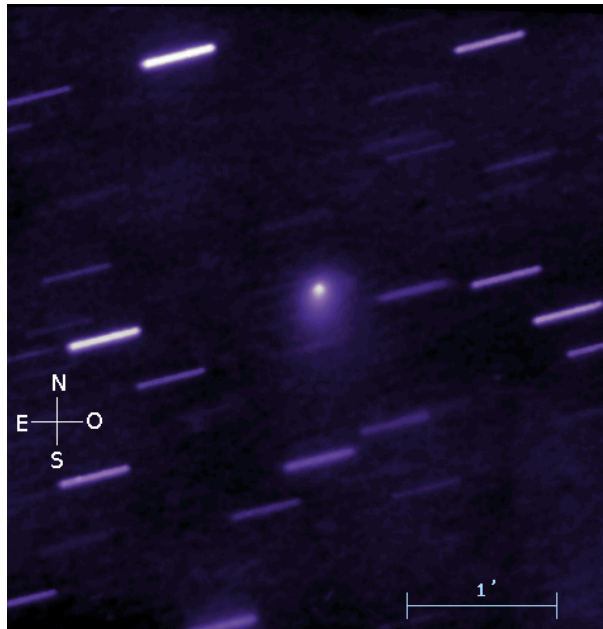


Figure 10.1 – Exemple d'image servant pour les mesures astrométriques. Dans cette image prise avec le télescope de 1m au Pic du Midi par François Colas le 29 juin 1998, on voit la comète 21P/Giacobini-Zinner au centre. Sur cette image est un suivi de la comète. Ainsi, les étoiles sont filées.

- On peut distinguer deux types d'observations astrométriques effectuées sur les comètes :
- celles faites à petites distances héliocentriques,
 - celles faites à grandes distances héliocentriques.

Les comètes observées à petites distances héliocentriques (moins de 3 UA du Soleil) sont actives. Le noyau est alors invisible car noyé dans une coma brillante. Ce phénomène pose donc des problèmes pour la détermination de la position de la comète. En effet, pour des objets ne présentant pas d'activité, comme des astéroïdes par exemple, le photocentre est une bonne approximation de la position du centre de gravité de cet objet. Dans le cas d'une comète active, la position du photocentre de la coma est plus difficile à déterminer car elle est étalée et asymétrique. De plus, elle est souvent décalée par rapport

1. L'expression J2000.0 fait référence au jour julien 2451545,0 TT (temps terrestre). Un repère équatorial J2000.0 se base sur l'équateur céleste moyen et l'équinoxe à J2000.0.

à la position réelle de la comète. Ce problème affecte la précision des observations. Nous considérerons pour les observations du MPC que leur précision a une valeur typique de 1 arcsec, leur précision réelle n'étant pas communiquée.

On peut espérer augmenter la précision des observations astrométriques en observant des comètes à grandes distances héliocentriques. Effectivement, au delà de 5 UA, l'activité cométaire due à la sublimation de la glace d'eau diminue fortement, faisant ainsi disparaître la coma (Meech et Hainaut, 1997). Cependant, ce type d'observation est peu utilisé car il requiert l'utilisation d'un grand télescope, qu'il soit au sol ou dans l'espace, du fait de la faible luminosité des objets à de telles distances. De plus, il a parfois été remarqué que l'activité cométaire n'était pas forcément inexistante au delà de 5 UA (Meech et al., 2009). Des molécules plus volatiles que l'eau peuvent créer cette activité (Biver et al., 1996, le CO peut se sublimer jusqu'à plus de 50 UA par exemple). Enfin, plus le corps est loin plus l'erreur angulaire sur ses coordonnées dans le repère céleste se traduira par une erreur kilométrique importante dans un repère cartésien.

10.1.2 Contraintes sur les paramètres

Dans le chapitre 8, nous avons développé les équations du mouvement de la comète de notre modèle. On a pu voir que les positions calculées grâce à l'intégration de ces équations dépendaient de la position et de la vitesse initiales de la comète mais aussi des paramètres non-gravitationnels $\frac{C_i}{M_C}$. En intégrant ces observations, nous pouvons calculer la position de la comète à n'importe quelle date. On pourra donc comparer les positions obtenues par le calcul aux observations astrométriques.

Ce type d'observation nous servira à contraindre les paramètres intervenant dans les équations du mouvement. On pourra notamment déterminer la position et la vitesse initiales, le rapport du coefficient relatif à l'activité des bandes du modèle de noyau sur la masse $\frac{C_i}{M_C}$.

De plus, les forces non-gravitationnelles étant sensibles à l'orientation du noyau dans l'espace, nous pourrions essayer de déduire la direction de l'axe de rotation pour lequel les résidus des observations sont les plus petits.

Ces paramètres pourront servir à produire des éphémérides de comète grâce au modèle développé dans les deux chapitres précédents.

L'ajustement de ces différents paramètres est développé dans le chapitre 11. L'ajustement de l'orientation est détaillé dans les applications faites sur deux comètes (chapitre 12 et 13)

10.2 Taux de production d'eau

10.2.1 Présentation

Pour mesurer les taux de production d'eau, différentes méthodes sont employées :

- l'observation directe de l'eau par spectroscopie et imagerie spectrale,
- les observations des produits de photodissociation de l'eau,
- l'utilisation de la photométrie d'ouverture pour le calcul des magnitudes.

L'imagerie spectrale et la spectroscopie

L'imagerie spectrale consiste à prendre des images d'objet en utilisant des filtres interférentiels (voir Fig. 10.2). Les filtres interférentiels fonctionnent sur le principe de l'interféromètre de Fabry-Perot, c'est à dire qu'ils sont constitués de plusieurs lames partiellement réfléchissantes ne laissant passer que quelques longueurs d'onde du spectre lumineux. De ce fait, on peut sélectionner une fenêtre centrée sur la longueur d'onde d'une émission moléculaire. Dans notre cas, il faut utiliser des filtres interférentiels OH ou H₂O pour faire apparaître uniquement la contribution à la luminosité de ces espèces chimiques produites lors du dégazage cométaire. Il faut soustraire du spectre, les contributions de l'atmosphère terrestre et réfléchies par la poussière de la lumière solaire. On a alors une mesure de la lumière émise par la comète dans une raie d'émission. Il faut ensuite appliquer un modèle d'émission pour obtenir le taux de production de molécules.

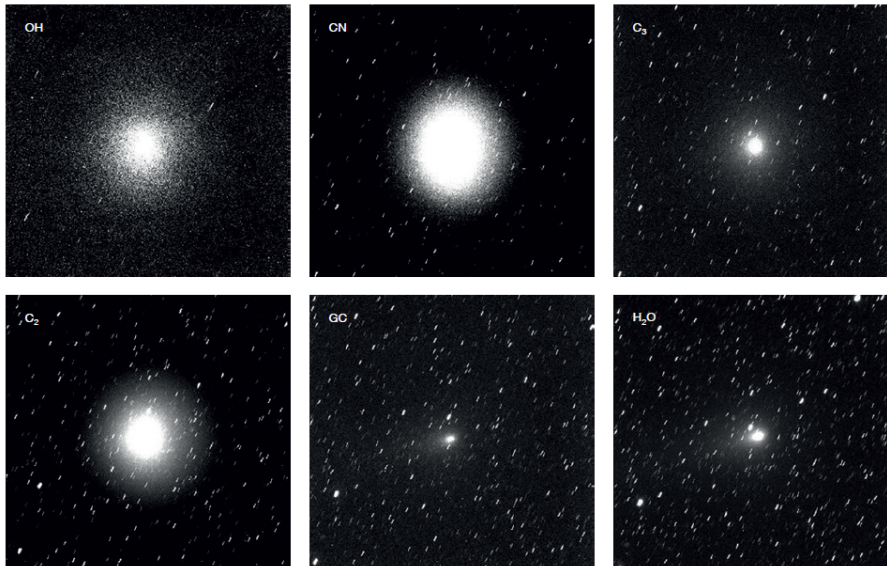


Figure 10.2 – Exemple d'images de la comète 103P/Hartley 2 prises avec différents filtres interférentiels (de gauche à droite et de haut en bas : OH, CN, C₃, C₂, vert continu et H₂O⁺) pendant son dernier passage en 2010. Ces images ont été prises avec le télescope robotique *TRAPPIST* à l'observatoire de La Silla au Chili (Jehin et al., 2011).

Le principe de la spectroscopie, quant à lui, consiste à décomposer la lumière provenant de la comète à travers une fente (voir Fig. 10.3). En étudiant l'intensité des raies, il est possible de remonter au taux de production de OH ou de H₂O.

Il faut savoir que les molécules d'eau lorsqu'elles sont excitées se mettent à vibrer et à tourner. Suivant les longueurs d'ondes choisies, on verra alors apparaître des raies dues à ces deux phénomènes. En observant dans les longueurs submillimétriques (avec, par exemple, les télescopes spatiaux *SWAS*, *Odin* ou encore *Herschel*) on peut voir des raies de rotation de la molécule d'eau apparaître. Dans le rayonnement infrarouge (avec les grands télescopes tels que *IRTF*, *Keck* ou encore *VLT*), on peut observer des raies de ro-vibration dues aux rotations et aux vibrations des molécules d'eau.

Le problème de la spectroscopie par rapport à l'imagerie spectrale est que l'on n'observe qu'une partie de la coma et non la quantité totale. Il est donc difficile d'estimer

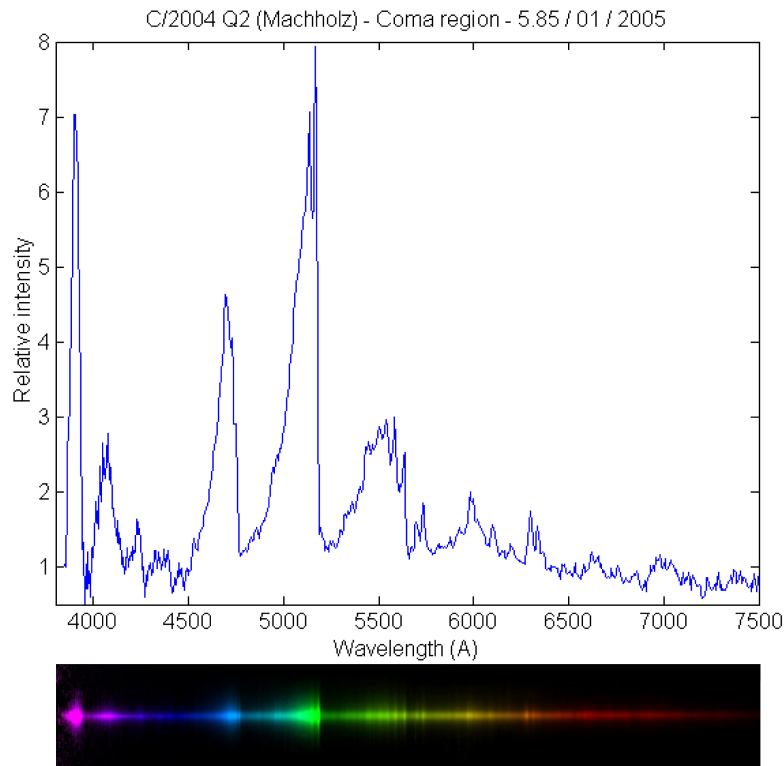


Figure 10.3 – Exemple de spectre cométaire. En bas : le spectre en deux dimensions et en haut le même spectre en une dimension. (Crédit : Christian Buil)

correctement la totalité de OH ou de H_2O produite par la comète surtout dans le cas d'une coma anisotrope. L'erreur sur le taux de production sera donc plus grande avec cette méthode.

Les observations des produits de photodissociation de l'eau

Pour une molécule, il existe plusieurs configurations électroniques (répartition des électrons suivant leur énergie et leur spin). L'état de plus basse énergie est appelé l'état fondamental. Au sein même de ces états d'excitation, on peut voir des structures hyperfines apparaître, c'est à dire une séparation de ces niveaux en états d'énergie très proches.

Dans le cas des comètes, nous allons nous concentrer sur la structure hyperfine du doublet Λ de l'état fondamental de OH. L'excitation de ces molécules par le rayonnement solaire provoque une inversion de populations des niveaux de la structure hyperfine. La désexcitation de ces populations produit alors l'apparition de la raie à 18 cm dans le spectre de la comète en émission ou en absorption (voir Fig. 10.4). Cette transition correspond en réalité à quatre transitions au sein de la structure hyperfine de l'état fondamental du doublet Λ de OH à quatre fréquences différentes (1612, 1665, 1667 et 1720 MHz, les raies à 1665 et 1667 étant les plus intenses). Les premières observations du radical OH sur les comètes ont débuté avec le radiotélescope de Nançay en 1973 sur la comète Kohoutek 1973 XII (Biraud et al., 1974).

Haser (1957) suppose que les radicaux cométaires OH proviennent de la photodissocia-

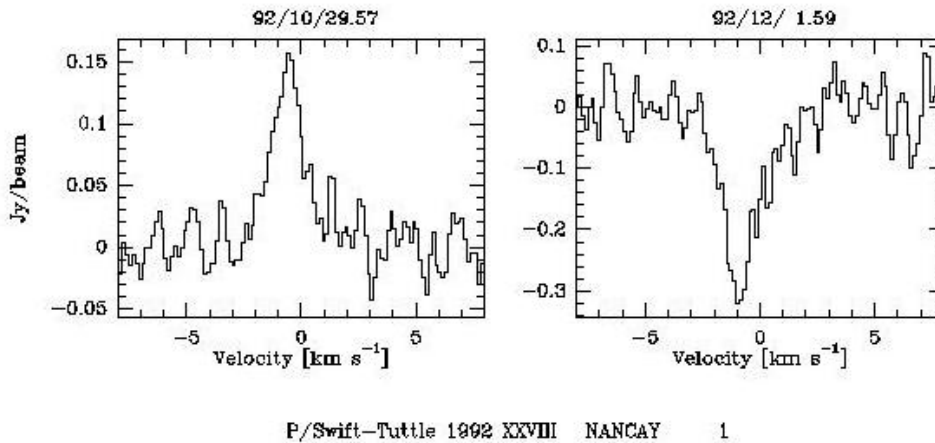


Figure 10.4 – Exemple de spectres de la raie OH à 18 cm observés dans la comète P/Swift-Tuttle au radiotélescope de Nançay le 29 octobre 1992 (à gauche) en émission et le 1^{er} décembre 1992 (à droite) en absorption.

tion² de l’eau. À partir de ce postulat, il en déduira une méthode, appelée modèle de Haser, pour calculer le taux de production de OH par le noyau cométaire. Ce modèle sera par la suite corrigé par Combi et Delsemme (1980) pour tenir compte, de façon plus réaliste, de la vitesse d’éjection des produits de photodissociation. Par application de ce modèle, on obtient le taux de production Q_{OH} . Le taux de production de OH étant intimement lié à la production d’eau, on le convertira en Q_{H_2O} par la formule empirique suivante donnée par Huebner et al. (1992) :

$$Q_{H_2O} = 1,1Q_{OH} \quad (10.1)$$

Le radical OH est aussi observé dans d’autres longueurs d’onde. On peut, par exemple, observer des raies dans le rayonnement proche ultra-violet par avec des télescopes au sol ou dans l’espace comme le *Hubble Space Telescope*.

Un autre produit de photodissociation est l’hydrogène atomique. On observe des raies caractéristiques de cet élément en Lyman- α (en utilisant par exemple l’instrument *SOHO/SWAN*). Ces raies correspondent aux transitions électroniques des états excités de l’atome d’hydrogène vers son état fondamental.

Utilisation de la photométrie d’ouverture pour le calcul des magnitudes

Grâce à des mesures photométriques (voir Fig. 10.5), il est possible de déterminer la magnitude absolue de la comète.

Jorda et al. (1992) a établi la relation entre le taux de production d’eau et la magnitude absolue m_H (magnitude à 1 UA de l’observateur) de la comète à partir de la corrélation existante entre ces deux paramètres comme étant :

$$\log Q_{H_2O} = 30,78 - 0,26m_H \quad (10.2)$$

Nous avons ainsi accès au taux de production de l’eau de la comète. Cette méthode donne une bonne idée du taux de production d’eau du noyau mais n’est pas d’une grande

2. Réaction chimique dans laquelle une molécule est décomposée par la lumière

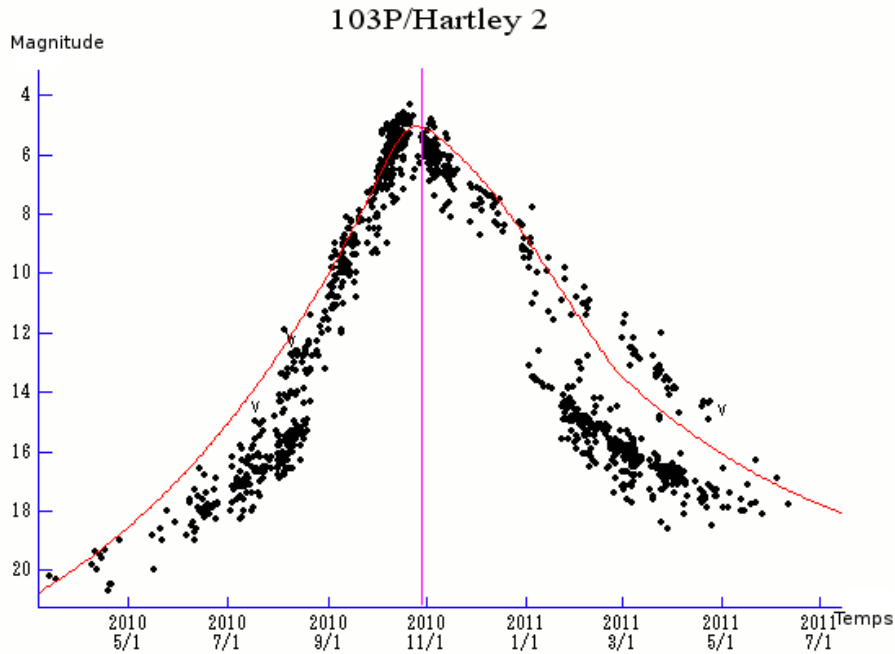


Figure 10.5 – Exemple de mesures photométriques sur la comète 103P/Hartley 2. (Source : <http://www.aerith.net/>)

précision. Cette mauvaise précision est due aux erreurs de mesure de la magnitude de la comète et à l'empirisme de la formule. De plus, la dispersion des mesures n'est pas seulement due aux erreurs sur la magnitude mais aussi au fait que la brillance d'une comète provient du gaz et des poussières, or, le rapport gaz/poussières diffère d'une comète à une autre.

La photométrie d'ouverture consiste à compter le nombre de photons nous parvenant d'un objet, en l'occurrence ici une comète, à travers plusieurs diaphragmes. Cette méthode permet de déduire le paramètre $Af\rho$ introduit par A'Hearn et al. (1984). Il est le produit de l'albédo A des grains éjectés par le facteur de remplissage f et le rayon du champ du diaphragme ρ . $Af\rho$ présente l'avantage d'être indépendant du diaphragme utilisé pour une coma isotrope et est directement proportionnel au flux lumineux de la comète donc à sa magnitude si celle-ci est en régime constant. Il est ainsi possible d'utiliser des données de divers télescopes sans biais instrumental. Moyennant la correction de l'extinction due à l'atmosphère terrestre, on peut ainsi avoir accès à la magnitude absolue de la comète. Cette mesure de la magnitude est plus précise et permettra donc en adaptant l'expression 10.2, d'avoir une meilleure estimation du taux de production d'eau de la comète. Cependant, comme précédemment, les mesures seront tout de même dispersées à cause du rapport gaz/poussières variant pour chaque comète.

10.2.2 Contraintes sur les paramètres

Dans le chapitre 9, on a vu que l'expression du taux de production d'eau total de la comète (voir équation 11.33) dépendait essentiellement de la surface active du noyau ou encore des fractions de surfaces actives des bandes C_i .

En comparant les observations des taux de production d'eau aux taux calculés grâce

au modèle, on pourra contraindre les paramètres entrant en jeu dans le calcul du taux de production théorique, à savoir les paramètres C_i liés à l'activité des bandes du modèle.

On a vu que l'on pouvait déterminer les rapports $\frac{C_i}{M_C}$ par comparaison des positions calculées avec les observations astrométriques. Or, grâce aux mesures de taux de production, on peut obtenir les paramètres C_i par ajustement. On pourra donc en déduire la masse M_C de la comète.

10.3 Observations du noyau cométaire

On sait que les calculs du taux de production d'eau et des accélérations non-gravitationnelles dépendent en partie de la surface de la comète mais aussi de son ensoleillement. Il faut donc estimer sa taille et son orientation dans l'espace. On utilise plusieurs méthodes pour déterminer la taille et la forme du noyau, sa période de rotation et son orientation dans l'espace.

10.3.1 Taille, forme du noyau et période de rotation

Pour déterminer la taille, la forme du noyau et la période de rotation, on peut observer les comètes à grandes distances héliocentriques lorsqu'elles sont supposées inactives. Cette méthode est régulièrement utilisée et a permis de déterminer leur taille via le flux lumineux reçu du noyau. En effet, en connaissant la luminosité du noyau et en déterminant son albédo grâce aux données infrarouges (plus un corps sera sombre plus il chauffera à cause du rayonnement solaire), on calcule un rayon équivalent qui correspond au rayon qu'aurait le noyau s'il était de forme sphérique (Lowry et al., 1999; Lowry et Fitzsimmons, 2001; Lowry et al., 2003). De plus, si on dispose de courbes de lumière du noyau, on peut obtenir l'élongation du noyau voire sa forme et sa taille. On peut aussi déduire sa période de rotation. Cette détermination a toute de même des limites du fait de la luminosité très faible de l'objet à ces distances.

Des observations photométriques avec le *Hubble Space Telescope* ont permis à Lamy et Toth (1995), d'isoler la contribution du noyau de celle de la coma et ainsi de mesurer le rayon équivalent en adoptant un albédo de 0,04 et un coefficient de phase de 0,04 mag deg⁻¹. Dans certains cas, il a même été possible de mesurer des courbes de lumière et donc d'obtenir une forme approximative. Cette étude a été menée sur une trentaine de comètes dont près de la moitié a bénéficié de courbes de lumière (Lamy et al., 2004).

Une dernière méthode consiste à envoyer directement une sonde spatiale étudier la comète. C'est la seule manière d'avoir une idée précise de la forme et de la taille du noyau. À l'heure actuelle, seulement cinq noyaux cométaires ont été vus in situ : 1P/Halley, 19P/Borrelly, 81P/Wild2, 9P/Tempel 1 et 103P/Hartley2 (voir Fig. 10.6).

Par l'observation des structures dans les comas (voir Fig. 10.7) et par leur modélisation, on peut enfin contraindre l'axe et la période de rotation de la comète (Sekanina, 1979).

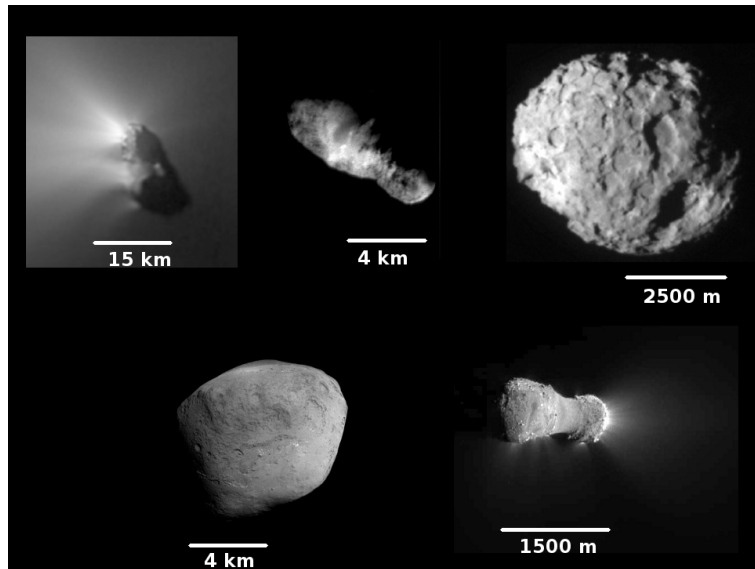


Figure 10.6 – Noyaux de comètes observées in-situ (de gauche à droite et de haut en bas : 1P/Halley, 19P/Borrelly, 81P/Wild2, 9P/Tempel 1 et 103P/Hartley2).

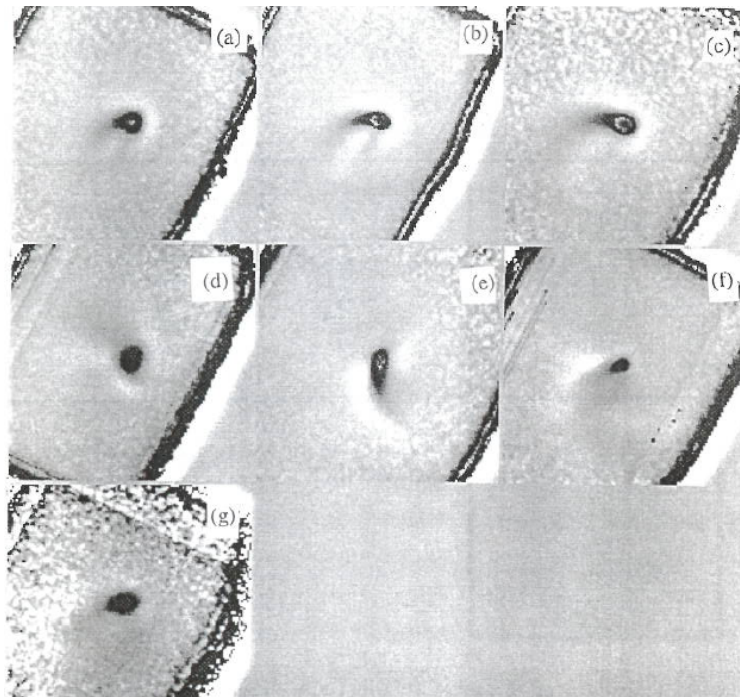


Figure 10.7 – Observations des jets dans la coma de la comète 109P/Swift-Tuttle à l'observatoire du Pic du Midi en novembre 1992 (Jorda, 1995)

Chapitre 11

Ajustement aux observations

Sommaire

11.1 Ajustement aux données astrométriques	96
11.1.1 Présentation	96
11.1.2 Corrections à appliquer	97
11.1.3 Méthodes d'optimisation	99
11.1.4 Calcul des dérivées partielles et du gradient du χ^2	103
11.1.5 Problèmes liés à l'ajustement	105
11.2 Ajustement du taux de production d'eau total : détermination de la masse du noyau	111
11.3 Conclusion	112

Pour déterminer les paramètres physiques des noyaux nous devons comparer les positions calculées avec notre modèle et les positions observées de la comète. On ajuste alors ces paramètres pour minimiser les différences entre le modèle et les observations. Dans ce chapitre, nous présentons les méthodes d'ajustement testées et employées durant cette thèse. Nous expliquons d'abord les bases d'un ajustement d'orbite, puis la méthode des moindres-carrés et la méthode BFGS. Nous montrerons ensuite comment calculer les dérivées partielles ou le gradient du χ^2 utiles pour l'application de l'ajustement. Nous exposerons les différents problèmes rencontrés. Enfin, nous terminerons sur l'explication de la méthode de Monte-Carlo pour ajuster les taux de production en vue de déterminer la masse du noyau.

11.1 Ajustement aux données astrométriques

11.1.1 Présentation

Le principe général de l'ajustement aux observations est de déterminer les corrections à apporter aux paramètres initiaux du modèle qui vont minimiser les différences entre les positions observées et les positions calculées (voir Fig. 11.1). Ces différences (ou résidus) seront appelées $O - C$ dans la suite.

Pour pouvoir comparer les positions observées aux positions calculées, nous devons effectuer plusieurs corrections explicitées dans la section suivante. On peut adopter plusieurs algorithmes pour déterminer les corrections à apporter aux paramètres initiaux afin de minimiser les $O - C$. Dans le cadre de mon modèle, j'en ai testé deux : la méthode des moindres carrés et la méthode Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). Nous les expliquons en section 11.1.3

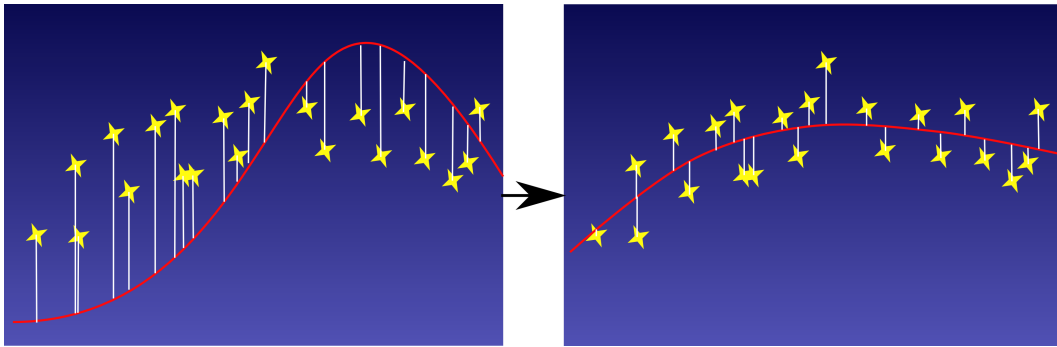


Figure 11.1 – Schématisation du principe général de l'ajustement. La courbe rouge représente le modèle, les traits blancs les $O - C$ et les étoiles jaunes les observations. À gauche, le modèle n'est pas ajusté et les $O - C$ sont grands. À droite, le modèle optimisé et les $O - C$ sont minimales.

11.1.2 Corrections à appliquer

Passage dans les coordonnées de l'observation

Les équations du mouvement sont écrites dans le repère héliocentrique équatorial et les observations sont données dans le repère topocentrique équatorial. Une première correction consiste donc à exprimer la position calculée dans ce dernier repère.

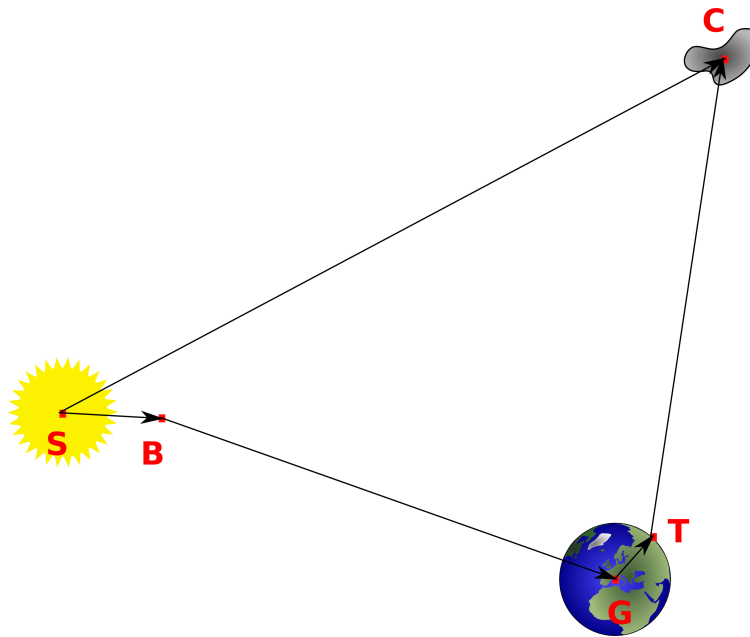


Figure 11.2 – Schéma explicatif pour le calcul de la position topocentrique et pour le temps lumière (S : héliocentre, B : barycentre du système solaire, G : géocentre, T : topocentre et C : cométocentre)

On passe ainsi des coordonnées héliocentriques calculées de la comète à ses coordonnées topocentriques par une simple égalité vectorielle :

$$\vec{TC} = \vec{TG} + \vec{GS} + \vec{SC} \quad (11.1)$$

À partir du code UAI de l'observatoire donné pour chaque observation de la base du MPC, on peut déterminer les coordonnées topocentriques de l'observatoire \overrightarrow{GT} . Nous utilisons pour cela, une routine fortran *GetCoord_ObsUAI* de la librairie *Eproc4.0* (Berthier, 1998). Les coordonnées obtenues sont données dans l'ITRS (*International Terrestrial Reference System*). Nous les convertissons dans l'ICRS (*International Celestial Reference System*) à la date t du calcul grâce à la routine *TRStoCRS* de la même librairie. Enfin le vecteur \overrightarrow{SG} est donné par la même théorie planétaire que celle utilisée dans les équations du mouvement.

Utilisation d'une échelle de temps uniforme

Les observations des MPC sont données dans l'échelle de temps UTC (Temps Universel Coordonné). Notre modèle dynamique utilise la théorie planétaire *DE406* qui nous donne les positions calculées des planètes dans l'échelle de temps TDB (Temps Dynamique Barycentrique). Nous devons donc convertir les dates des observations dans l'échelle de temps TDB. Ces échelles de temps sont liées par les relations suivantes via le TAI (Temps Atomique International) :

$$UTC = TAI - n \quad (11.2)$$

avec n (en s) un entier donné par IERS (International Earth Rotation Service).

$$TDB = TAI + 32,184 + P \quad (11.3)$$

où P est donné par Fairhead et Bretagnon (1990) comme étant :

$$P = \sum_{\alpha} TDB^{\alpha} \left[\sum_i A_i^{\alpha} \sin(\nu_i^{\alpha} TDB + \psi_i^{\alpha}) \right] \quad (11.4)$$

avec TDB le temps dynamique barycentrique (en siècles juliens de 36 525 jours) écoulé depuis l'époque J2000.0. A_i^{α} , ν_i^{α} et ψ_i^{α} sont des coefficients de la série¹ exprimés respectivement en secondes, radians/siècle et radians.

Correction du temps de lumière

Le temps de lumière, noté τ , est le temps que met un photon émis ou réfléchi par l'objet observé pour parcourir la distance le séparant de l'observateur. Ainsi, un observateur observe au temps t la position où l'astre était au temps $t - \tau$. De ce fait, on doit calculer la position du corps au temps $t - \tau$ et la position de l'observateur au temps t . Le barycentre du système solaire étant un point immobile dans le temps (dans le repère isolé du système solaire), on calcule la position de la comète et celle de l'observateur par rapport au barycentre. Le temps de lumière suit alors la relation suivante :

$$\tau = \frac{\|\overrightarrow{BT}(t) - \overrightarrow{BC}(t - \tau)\|}{c} \quad (11.5)$$

où \overrightarrow{BT} est le vecteur barycentre-observateur, \overrightarrow{BC} est le vecteur barycentre-comète et c la vitesse de la lumière (voir fig. 12.1 pour une localisation des points B, T et C).

1. Cette série a été développée à l'ordre $i = 474$ pour $\alpha = 0$, $i = 81$ pour $\alpha = 1$, $i = 6$ pour $\alpha = 2$ et $i = 1$ pour $\alpha = 3$ par Fairhead et Bretagnon (1990)

Le calcul du temps de lumière se fait de manière itérative de la manière suivante :

$$\begin{cases} \tau_{n+1} = \frac{\|\overrightarrow{BT}(t) - \overrightarrow{BC}(t - \tau_n)\|}{c} \\ \tau_0 = \frac{\|\overrightarrow{BT}(t) - \overrightarrow{BC}^c(t)\|}{c} \end{cases} \quad (11.6)$$

où la condition d'arrêt est que la différence entre τ_n et τ_{n+1} soit très petite. Généralement, seules quatre à six itérations suffisent.

11.1.3 Méthodes d'optimisation

Principe général

Le principe général d'un ajustement d'orbite est d'optimiser les paramètres du modèle qui minimiseront la différence entre le modèle et les observations. Les valeurs initiales des paramètres permettent de calculer les positions de l'objet aux dates des observations moyennant les corrections de la section précédente. Ces positions calculées sont ensuite comparées aux observations. On applique ensuite une méthode d'optimisation. Dans le cadre de ce travail, deux techniques ont été testées : celle des moindres carrés et la méthode BFGS. Elles nécessitent différents paramètres en entrée. Cela est expliqué dans les deux sous-sections suivantes détaillant les deux méthodes. Elles nous donnent de nouvelles conditions initiales corrigées afin de calculer de nouvelles positions de la comète aux dates des observations qui seront comparées aux observations et ainsi de suite. Il s'agit d'un processus itératif. Il est décrit en figure 11.3.

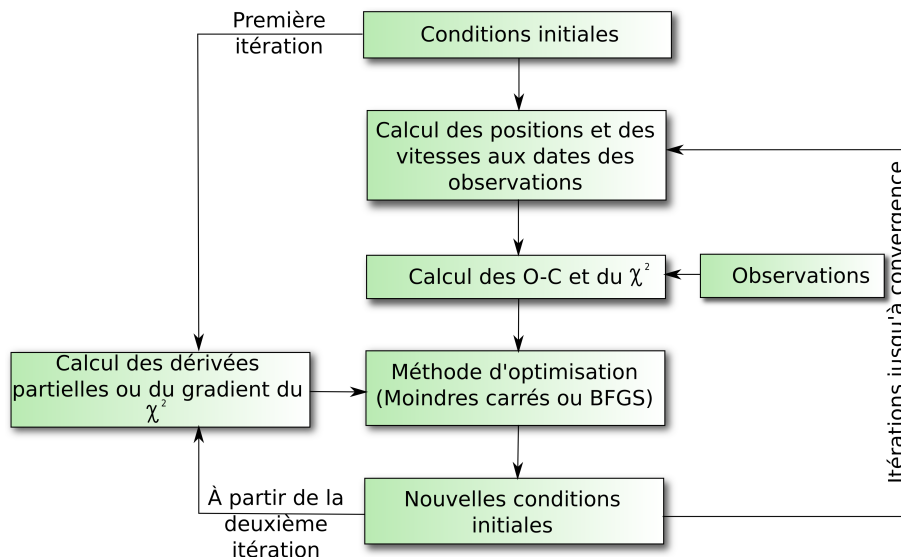


Figure 11.3 – Algorithme général de l'ajustement

Les moindres carrés

Les positions observées sur la sphère céleste et calculées de la comète en J2000.0 sont notées respectivement $(\alpha_n^{(o)}, \delta_n^{(o)})$ et $(\alpha_n^{(c)}, \delta_n^{(c)})$ pour un temps t_n . Si nous notons

p_i les différents paramètres du modèle (position et vitesse initiales, coefficients non-gravitationnels), les $(O - C)_n$ s'écrivent grâce à la formule de Taylor comme le système de n équations suivantes (n étant le nombre d'observations) :

$$(O - C)_n = \begin{cases} \Delta\alpha_n = \alpha_n^{(o)} - \alpha_n^{(c)} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial\alpha_n^{(c)}}{\partial p_i} \Delta p_i + O((\Delta p_i)^2) \\ \Delta\delta_n = \delta_n^{(o)} - \delta_n^{(c)} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial\delta_n^{(c)}}{\partial p_i} \Delta p_i + O((\Delta p_i)^2) \end{cases} \quad (11.7)$$

où N est le nombre de paramètres du modèle et Δp_i sont les différences des nouvelles conditions initiales après ajustement et les anciennes avant ajustement. On peut passer en écriture matricielle en écrivant $\Delta X = \phi \Delta P$ comme :

$$\begin{pmatrix} \Delta\alpha_1 \\ \Delta\delta_1 \\ \vdots \\ \Delta\alpha_n \\ \Delta\delta_n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial\alpha_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial\alpha_1}{\partial p_N} \\ \frac{\partial\delta_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial\delta_1}{\partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial\alpha_n}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial\alpha_n}{\partial p_N} \\ \frac{\partial\delta_n}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial\delta_n}{\partial p_N} \\ \frac{\partial\delta_n}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial\delta_n}{\partial p_N} \end{pmatrix}}_{\phi} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_N \end{pmatrix} \quad (11.8)$$

Les dimensions des matrices sont :

- $\Delta X = \mathcal{Mat}(2n, 1)$, le vecteur des $(O - C)_n$,
- $\phi = \mathcal{Mat}(2n, N)$, la matrice de dérivées partielles en (α, δ) ,
- $\Delta P = \mathcal{Mat}(N, 1)$, les corrections sur les paramètres.

Nous cherchons donc à déterminer le vecteur ΔP qui seront les corrections à appliquer aux paramètres initiaux du modèle. On considère l'application suivante :

$$\mathcal{F} : \Delta P \mapsto \|\Delta X - \phi \Delta P\|^2 = \sum_{j=1}^n \left(\Delta X_j - \sum_{i=1}^N \phi_{ji} \Delta P_i \right)^2 \quad (11.9)$$

Pour déterminer ΔP , nous cherchons le minimum de la fonction \mathcal{F} , ce qui implique que l'on cherche à résoudre $d\mathcal{F} = 0$. Ceci s'écrit aussi sous la forme d'un système de n équations appelé système normal :

$$\sum_{j=1}^n \left(\phi_{ji} \Delta X_j - \sum_{i=1}^N \phi_{ji} \Delta P_i \phi_{ij} \right) = 0 \quad (11.10)$$

encore écrit de façon matricielle comme ${}^t\phi \Delta X = {}^t\phi \phi \Delta P$. Par inversion de matrice, la solution recherchée s'écrit $\Delta P = ({}^t\phi \phi)^{-1} {}^t\phi \Delta X$. Ceci est la solution des moindres carrés. L'inversion de la matrice carrée ${}^t\phi \phi$ est effectuée grâce à la routine des *SVDFIT* des *Numerical Recipes*.

Il est à noter que comme nous intégrons les positions de la comète dans un repère cartésien, on décompose les termes de ϕ suivant les trois composantes de ce repère comme :

$$\frac{\partial f_j}{\partial p_i} = \frac{\partial f_j}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} + \frac{\partial f_j}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_i} + \frac{\partial f_j}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_i} \quad (11.11)$$

où f_j représente les α_j et δ_j . ϕ s'écrit donc sous la forme du produit matriciel $\phi = HA$:

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}, \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}, \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i} \\ \frac{\partial \delta_i}{\partial x_i}, \frac{\partial \delta_i}{\partial y_i}, \frac{\partial \delta_i}{\partial z_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial p_1}, \dots, \frac{\partial x_i}{\partial p_N} \\ \frac{\partial y_i}{\partial p_1}, \dots, \frac{\partial y_i}{\partial p_N} \\ \frac{\partial z_i}{\partial p_1}, \dots, \frac{\partial z_i}{\partial p_N} \end{pmatrix} \quad (11.12)$$

Le calcul de H donne l'égalité suivante :

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\sin \alpha_i}{r_{hi} \cos \delta_i} & \frac{\cos \alpha_i}{r_{hi} \cos \delta_i} & 0 \\ -\frac{\sin \delta_i \cos \alpha_i}{r_{hi}} & -\frac{\sin \delta_i \cos \alpha_i}{r_{hi}} & \frac{\cos \delta_i}{r_{hi}} \end{pmatrix} \quad (11.13)$$

Pour appliquer la méthode des moindres carrés, nous devons donc connaître la matrice de dérivées partielles A . Son calcul est expliqué en section 11.1.4.

La méthode de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Au cours des différents tests effectués, nous avons remarqué que les paramètres C_i/M_C étaient parfois très corrélés suivant leur nombre (voir section 11.1.5). Ainsi, l'action d'une bande compensait celle d'une autre. Les C_i/M_C pouvaient alors prendre des valeurs négatives. Pour résoudre ce problème, nous avons pensé à employer une méthode d'ajustement sous contraintes afin de forcer les C_i/M_C à être positifs.

La méthode Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (Broyden, 1970; Fletcher, 1970; Goldfarb, 1970; Shanno, 1970) est fondée sur une méthode d'optimisation quasi-newtonienne. Dans notre cas, la fonction à minimiser sera le χ^2 des $O - C$ s'écrivant :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (O - C)_i^2 \quad (11.14)$$

De façon basique, cette minimisation se fonde sur l'analyse des valeurs du gradient du χ^2 par rapport aux différents paramètres du modèle. On va réfléchir, dans un premier temps, en considérant un modèle à un paramètre. Admettons que 0,5 soit la valeur du paramètre qui minimise le χ^2 . Si on prend une condition initiale pour ce paramètre de 0,1, le gradient du χ^2 en ce point sera négatif. Un gradient négatif indique que le paramètre est trop petit, il faudra donc l'augmenter. On l'augmente jusqu'à 0,2 puis on recalcule le gradient et ainsi de suite jusqu'à trouver la valeur du paramètre annulant le gradient. De manière naturelle et si on faisait l'optimisation à la main, on augmenterait la valeur du paramètre progressivement. De façon logique, on ralentirait l'augmentation du paramètre en voyant la valeur du gradient s'approcher de zéro en passant parfois au-delà de la valeur optimale et en revenant en arrière. La façon de procéder est assez simple tant que le nombre de paramètres reste petit. Au delà, d'un certain nombre de paramètres (trois en moyenne), pour des questions de temps de calcul, il devient nécessaire d'appliquer une optimisation numérique telle que la méthode itérative BFGS.

Pour un modèle à N paramètres, le principe consiste à déterminer une direction et un pas de descente à chaque itération, le produit des deux étant la valeur dont on va corriger le paramètre. Ainsi, à l'itération j les paramètres p_i prendront la forme suivante :

$$p_i^{(j)} = p_i^{(j-1)} + \gamma_i^{(j)} d_i^{(j)} \quad (11.15)$$

où $\gamma_i^{(j)}$ et $d_i^{(j)}$ sont respectivement les pas et les directions de descente pour les paramètres $p_i^{(j)}$.

Dans la méthode BFGS, la direction de descente est de la forme :

$$\mathbf{d}^{(j)} = -M^{(j)-1} \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j)}) \quad (11.16)$$

où $\mathbf{p}^{(j)}$ est le vecteur de paramètres et $M^{(j)}$ est définie comme :

$$M^{(j)} = M^{(j-1)} - \frac{M^{(j-1)} \mathbf{s}^{(j-1)} t_{\mathbf{s}^{(j-1)}} M^{(j-1)}}{t_{\mathbf{s}^{(j-1)}} M^{(j-1)} \mathbf{s}^{(j-1)}} + \frac{\mathbf{y}^{(j-1)} t_{\mathbf{y}^{(j-1)}}}{t_{\mathbf{y}^{(j-1)}} \mathbf{s}^{(j-1)}} \quad (11.17)$$

avec $\mathbf{s}^{(j-1)} = \mathbf{p}^{(j)} - \mathbf{p}^{(j-1)}$ et $\mathbf{y}^{(j-1)} = \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j)}) - \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j-1)})$.

Le pas γ^j quant à lui est déterminé de manière à satisfaire les conditions de Wolfe suivantes :

$$\begin{cases} \chi^2(\mathbf{p}^{(j+1)}) \leq \chi^2(\mathbf{p}^{(j)}) + \omega_1 \gamma_i \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j)}) \cdot \mathbf{d}^{(j)} \\ \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j+1)}) \cdot \mathbf{d}^{(j)} \geq \omega_2 \gamma_i \nabla \chi^2(\mathbf{p}^{(j)}) \cdot \mathbf{d}^{(j)} \end{cases} \quad (11.18)$$

où $\mathbf{d}^{(j)}$ est le vecteur des directions de descente et ω_1 et ω_2 sont des paramètres de l'ajustement compris entre 0 et 1 qui détermineront sa précision. Le pas γ^j est toujours positif et il est appelé *pas de Wolfe*.

Cette méthode de descente vers le point optimal est illustrée en figure 11.4 pour un modèle à deux paramètres.

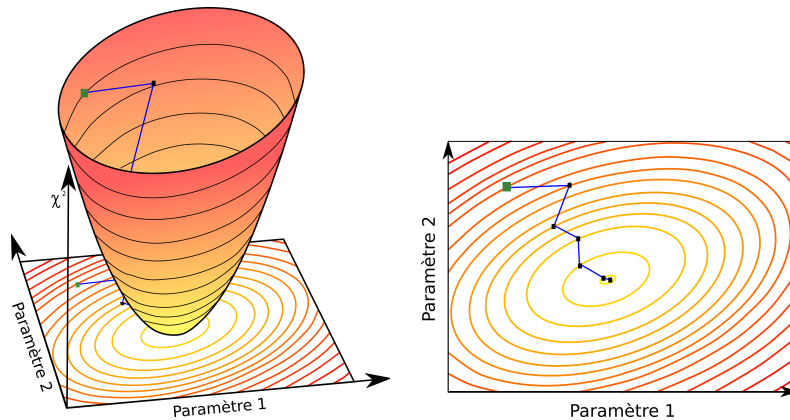


Figure 11.4 – Exemple de χ^2 à deux paramètres. Le gradient du χ^2 indique dans quel sens faire varier les paramètres. La ligne bleue montre les différentes étapes de l'algorithme qui « descend la pente » du χ^2 pour aller vers la valeur minimale où le gradient sera nul. Le point vert symbolise les conditions initiales des paramètres.

Pour effectuer l'ajustement de notre modèle grâce à cette méthode, j'ai utilisé la bibliothèque en fortran *L-BFGS-B* de Zhu et al. (1994). La méthode codée dans cette bibliothèque est la méthode L-BFGS. Il s'agit d'une adaptation de la méthode BFGS applicable à un grand nombre de paramètres (au delà de 500). L'avantage de cette méthode est qu'elle permet un ajustement dans lequel on peut contraindre les paramètres. Pour pouvoir appliquer cette méthode d'ajustement, nous devons pouvoir déterminer le gradient du χ^2 .

11.1.4 Calcul des dérivées partielles et du gradient du χ^2

Les dérivées partielles

Les dérivées partielles représentent de manière qualitative les variations des positions de la comète en fonction des variations des paramètres calculées aux dates des observations. Elles s'écrivent de manière générale dans un repère cartésien comme $\frac{\partial x}{\partial p_i}$, $\frac{\partial y}{\partial p_i}$ et $\frac{\partial z}{\partial p_i}$. On peut les déterminer par la résolution d'un système d'équations différentielles, appelées équations aux variations qu'il s'agit donc de déterminer.

On rappelle que les équations du mouvement sont sous la forme d'un système de trois équations différentielles du 2^{ème} ordre comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_1}{M_C}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_i) \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_2}{M_C}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_i) \\ \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{F_3}{M_C}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_i) \end{cases} \quad (11.19)$$

où F_i est la somme des forces s'appliquant à la comète, x , y et z les composantes de sa position, \dot{x} , \dot{y} et \dot{z} les composantes de sa vitesse et M_C sa masse.

Pour simplifier la détermination des expressions analytiques des équations aux variations dans la suite, on fait le changement de variable suivant : $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$, $\dot{x} = x_4$, $\dot{y} = x_5$ et $\dot{z} = x_6$. On se ramène ainsi au système de six équations différentielles du premier ordre suivant :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_4 = H_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_5 = H_2 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_6 = H_3 \\ \frac{dx_4}{dt} = H_4 \\ \frac{dx_5}{dt} = H_5 \\ \frac{dx_6}{dt} = H_6 \end{cases} \quad (11.20)$$

résumé par l'expression $\frac{dx_j}{dt} = H_j$ avec $j = 1 \dots 6$.

Nous désignons par p_i , l'un des paramètres du modèle (composantes initiales de position ou de la vitesse ou paramètres non-gravitationnels C_i/M_C initiaux). Il vient alors :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{dx_j}{dt} = \sum_{l=1}^6 \frac{\partial H_j}{\partial x_l} \frac{\partial x_l}{\partial p_i} \quad (11.21)$$

Comme les p_i sont indépendants du temps, on a l'égalité suivante :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{dx_j}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{\partial x_j}{\partial p_i} = \sum_{l=1}^6 \frac{\partial H_j}{\partial x_l} \frac{\partial x_l}{\partial p_i} \quad (11.22)$$

avec $\frac{\partial x_j}{\partial p_i}$, les dérivées partielles que l'on cherche à déterminer. Ces dérivées partielles se déterminent en intégrant le système de $6N$ équations, N étant le nombre de paramètres. En effet, on doit résoudre N systèmes d'équations (un pour chaque paramètre du modèle)

de 6 équations (une pour chaque composante de la position et de la vitesse). Dans notre modèle, N vaut $6 + M$ où M est le nombre de bandes du modèle. De manière générale, on intègre toutes ces équations numériquement en même temps que les équations du mouvement. Nous avons utilisé cette méthode pour l'ajustement du modèle de Marsden de type II, très utilisé dans la détermination d'orbite, pour pouvoir le comparer au cas des ajustements sur des données réelles (voir partie IV). Les équations aux variations sont données en annexe A. Cependant, cette méthode n'est pas applicable pour notre modèle.

En effet, comme précisé au chapitre 9, la température de surface du noyau est déterminée par dichotomie à partir de l'équation du bilan énergétique. Or cette température sert à déterminer le taux de production d'eau des bandes de la comète lui-même servant à déterminer l'accélération non-gravitationnelle de la bande (voir chapitre 8). De plus, on rappelle qu'on moyenne la contribution de chaque bande sur une période de rotation du noyau. On ne peut donc pas dériver les accélérations non-gravitationnelles par les paramètres du modèle afin d'obtenir les expressions analytiques des équations aux variations. Nous allons donc déterminer les dérivées partielles de manière numérique.

Nous pouvons approcher les dérivées partielles $\frac{\partial x_j}{\partial p_i}$ grâce aux développements de Taylor. Si on considère une fonction $g(x)$ quelconque de classe \mathcal{C}^2 , on peut écrire, grâce aux développements de Taylor, les deux expressions suivantes :

$$\begin{cases} g(x + \epsilon) = g(x) + \epsilon g'(x) + \frac{\epsilon^2}{2} g''(x) + O(\epsilon^3) \\ g(x - \epsilon) = g(x) - \epsilon g'(x) + \frac{\epsilon^2}{2} g''(x) + O(\epsilon^3) \end{cases} \quad (11.23)$$

où ϵ est très petit devant x . En soustrayant ces deux expressions, on en déduit :

$$g'(x) = \frac{g(x + \epsilon) - g(x - \epsilon)}{2\epsilon} \quad (11.24)$$

Nous pouvons donc appliquer cette méthode pour calculer numériquement nos dérivées partielles. Elles prennent alors la forme :

$$\frac{\partial x_j}{\partial p_i} \approx \frac{x_j(p_1, \dots, p_i + \epsilon, \dots, p_N) - x_j(p_1, \dots, p_i - \epsilon, \dots, p_N)}{2\epsilon} \quad (11.25)$$

Les x_j étant déterminés par intégration des équations du mouvement avec les paramètres initiaux $(p_1, \dots, p_i \pm \epsilon, \dots, p_N)$. On remarque alors que le calcul de chaque dérivée partielle nécessite deux fois l'intégration de l'orbite pour déterminer à chaque date d'observation les dérivées partielles et pouvoir appliquer la méthode des moindres carrés. Ce calcul numérique de dérivées partielles est donc coûteux en temps de calcul. Cependant, c'est une méthode robuste dans le cas où il n'est pas possible d'exprimer de façon analytique les équations aux variations.

Le gradient du χ^2

De même que pour les dérivées partielles, nous ne pouvons pas développer d'expression analytique afin de calculer le gradient du χ^2 . Nous allons donc le déterminer numériquement de la même façon que les dérivées partielles.

On rappelle ici l'expression du χ^2 :

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n (O - C(\mathbf{p}))_i^2 \quad (11.26)$$

où \mathbf{p} est le vecteur des paramètres p_i du modèle, les O sont les positions observées de la comète et les $C(\mathbf{p})$ sont les positions calculées grâce à notre modèle prenant en compte les paramètres p_i .

Le gradient s'exprime de la manière suivante :

$$\nabla \chi^2(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi^2(\mathbf{p})}{\partial p_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \chi^2(\mathbf{p})}{\partial p_i} \\ \vdots \\ \frac{\partial \chi^2(\mathbf{p})}{\partial p_N} \end{pmatrix} \quad (11.27)$$

Nous devons donc déterminer les dérivées partielles du χ^2 en fonction de tous les paramètres p_i du modèle. Nous le déterminons de manière numérique en procédant de la même façon que dans la section 11.1.4. Les composantes du gradient s'expriment alors comme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^2(\mathbf{p})}{\partial p_i} &= \frac{\chi^2(p_1, \dots, p_i + \epsilon, \dots, p_N) - \chi^2(p_1, \dots, p_i - \epsilon, \dots, p_N)}{2\epsilon} \\ &= \frac{\sum_n (O - C(p_1, \dots, p_i + \epsilon, \dots, p_N))_n^2 - \sum_n (O - C(p_1, \dots, p_i - \epsilon, \dots, p_N))_n^2}{2\epsilon} \end{aligned} \quad (11.28)$$

On remarque, comme pour les dérivées partielles, que le calcul du gradient nécessite aussi deux fois l'intégration de l'orbite. Cependant, on peut de cette manière déterminer le gradient du χ^2 et appliquer la méthode BFGS.

11.1.5 Problèmes liés à l'ajustement

Ordre de grandeur des dérivées partielles et du gradient du χ^2

L'un des plus gros problèmes rencontrés est dû aux trop grandes différences d'ordre de grandeur entre les dérivées partielles ou entre les composantes du gradient du χ^2 .

On sait que le mouvement d'une comète est principalement régi par les forces de gravitation sensibles à la position et à la vitesse du corps. On comprendra alors sans mal qu'une variation même faible de sa position initiale ou de sa vitesse initiale produira, quelques temps plus tard, un grand écart par rapport à l'orbite initiale.

Les forces non-gravitationnelles dues au dégazage cométaire, quant à elles, perturbent légèrement mais néanmoins de façon perceptible, l'orbite des comètes. Ainsi, une petite variation des paramètres non-gravitationnels ne provoquera pas de grande différence sur l'orbite finale de la comète.

Ces différences d'influence entre les forces gravitationnelles et non-gravitationnelles sur le mouvement de la comète produisent donc des différences de plusieurs ordres de grandeur entre les dérivées partielles. Les dérivées partielles des positions en fonction des composantes de la position et de la vitesse sont de l'ordre de 10^{-4} alors que celles par rapport aux paramètres non-gravitationnels sont de l'ordre de 10^{-12} . De même, il y a de grandes différences d'ordre de grandeur entre les composantes du gradient du χ^2 atteignant parfois plus de huit.

Lorsqu'on essaie d'ajuster tous les paramètres du modèle (les position et vitesse initiales et les paramètres non-gravitationnels) en même temps, quelle que soit la méthode d'ajustement employée, nous avons des problèmes à cause de la différence d'ordre de grandeur. On aura alors tendance à mieux ajuster les paramètres ayant beaucoup d'importance dans le mouvement des comètes que les autres paramètres. On peut aussi complètement diverger et ne jamais trouver les paramètres minimisant les $(O - C)_n$.

D'un point de vue calculatoire, dans la méthode des moindres-carrés, la matrice des dérivées partielles est dite mal conditionnée. C'est à dire que les colonnes de cette matrice ont des ordres de grandeur différents. On rappelle que pour appliquer la méthode des moindres-carrés, il est nécessaire d'inverser cette matrice. Or lorsque celle-ci est mal conditionnée, cela induit des erreurs numériques importantes lors du calcul de l'inverse de la matrice. Les nouveaux paramètres obtenus au fil des itérations ne sont donc pas corrects et font même diverger l'ajustement.

Dans la méthode BFGS, les différences entre les composantes du gradient du χ^2 auront tendance à amener les composantes des position et vitesse initiales vers une solution gravitationnelle. Il faut savoir que la valeur de départ des paramètres non-gravitationnels $\frac{C_i}{M_C}$ est arbitrairement définie à 0. Les composantes du gradient en fonction de ces paramètres étant très faibles, l'ajustement aura tendance à interpréter leurs valeurs comme le fait que ces paramètres sont correctement définis. Il ne changera donc pas les valeurs des paramètres non-gravitationnels, alors qu'il modifiera fortement celles des composantes des position et vitesse initiales pour les faire converger vers une solution sans forces non-gravitationnelles (car $\frac{C_i}{M_C}$ sont toujours proche de zéro). Il ne convergera donc pas vers la bonne solution.

Pour résoudre ce problème, j'ai eu l'idée de découper l'ajustement en deux sous-ajustements. On optimise ainsi d'une part les position et vitesse initiales puis les paramètres non-gravitationnels. L'ajustement suit alors l'algorithme illustré par la figure 11.5. On détermine donc par ajustement d'orbite des valeurs de composantes de position et vitesse initiales en fixant la valeur des paramètres non-gravitationnels (à la première itération à 0). Dans un deuxième temps, on fixe les nouvelles position et vitesse et on détermine la valeur des paramètres non-gravitationnels. Enfin, on boucle en redéterminant de meilleurs paramètres non-gravitationnels et ainsi de suite jusqu'à convergence des paramètres du modèle.

Des contributions de bandes semblables

Pour valider les méthodes de calculs des dérivées partielles ou du gradient du χ^2 et les méthodes d'ajustement d'orbite, j'ai effectué plusieurs tests sur des données simulées. Ces tests consistaient à produire des observations simulées à l'aide de notre modèle avec un certain jeu de paramètres appelé JEU1. On appelle le jeu d'observations simulées

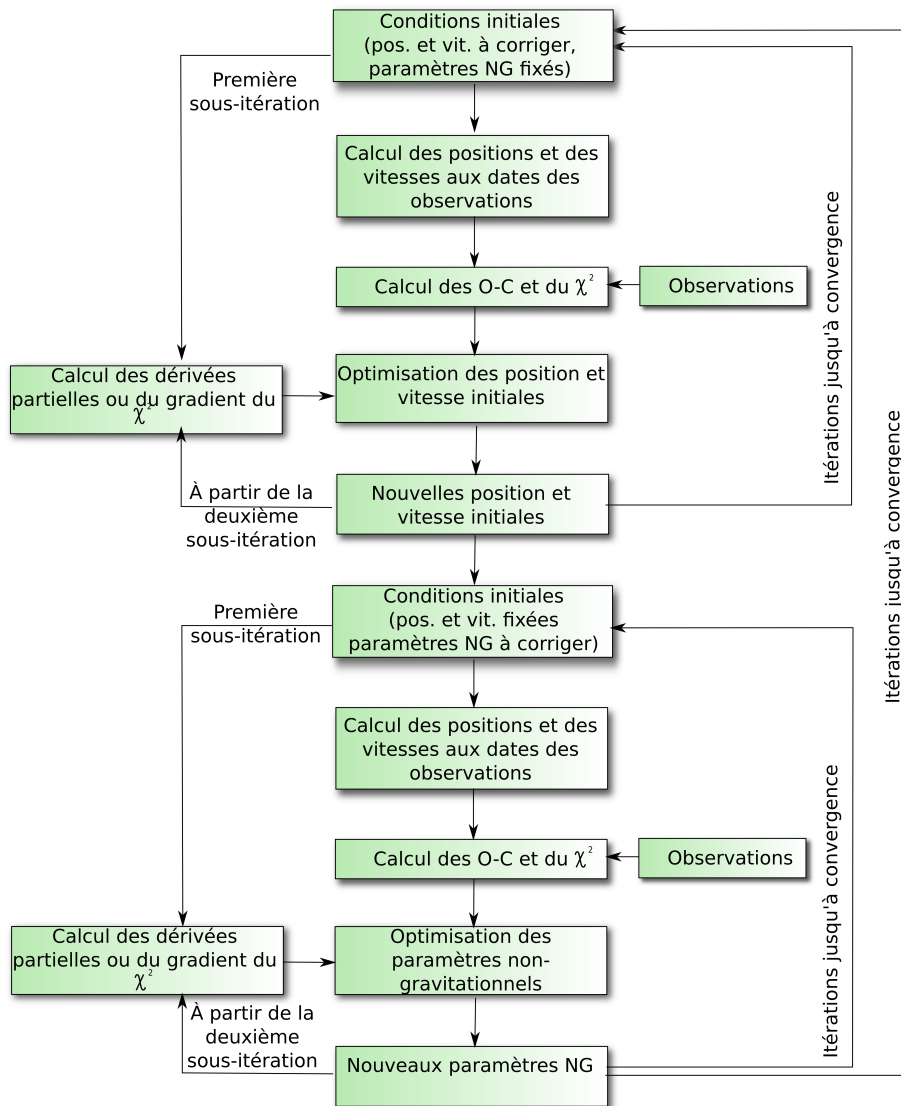


Figure 11.5 – Algorithme de l'ajustement découpé en deux sous-ajustements

ainsi produit OBS1. On conserve OBS1 puis on modifie le jeu de paramètres. Les valeurs de ces changements sont tirées aléatoirement en augmentant peu à peu leur ordre de grandeur. Ainsi on a modifié les composantes de la position initiale jusqu'à 10^{-3} UA, la vitesse initiale jusqu'à 10^{-4} UA j^{-1} et les paramètres non-gravitationnels ont été remis à zéro. On obtient donc un jeu de paramètres appelé JEU2. Le but du test est de retrouver par ajustement d'orbite JEU1 à partir de JEU2. Si le test est concluant, il valide toute la procédure, du calcul des dérivées partielles ou du gradient du χ^2 aux méthodes d'ajustement.

Lors des tests, on s'est aperçu que la redétermination des paramètres non-gravitationnels se détériorait avec le nombre de bandes latitudinales utilisées. Ainsi, plus on augmente le nombre de bandes, moins on retrouve les paramètres non-gravitationnels. Ceci est dû au fait que les actions des bandes sont similaires. En effet, si on découpe le noyau en un grand nombre de bandes, les forces non-gravitationnelles maximales engendrées par deux bandes situées côte à côte seront orientées, à peu de chose près, dans la même direction et le même sens. De même, leurs intensités seront similaires car les surfaces des bandes seront presque égales.

Dans le cas d'un ajustement parfait, on devrait retrouver les paramètres du modèle avec une précision égalant la précision numérique ($\simeq 10^{-16}$). Cependant, les paramètres non-gravitationnels ont un effet très limité sur les positions calculées par rapport aux paramètres que sont les position et vitesse initiales. De ce fait, la précision relative sur les paramètres non-gravitationnels redéterminés est beaucoup moins grande que celle sur les conditions initiales de la comète. Pour des modèles de 3 à 7 bandes, la précision sur les paramètres non-gravitationnels passe d'un ordre de grandeur de 0,001% à environ 0,1% et la précision continue de décroître avec le nombre de bandes.

Dans un second temps, un ajustement sur des données simulées bruitées se rapprochant plus de données réelles a été testé. Pour bruite les données, j'ai appliqué à chacune d'entre elles une erreur, simulée de façon aléatoire et distribuée selon une loi gaussienne. Sur de telles données bruitées, le nombre de bandes devient très limité. Pour un modèle à 3 bandes, on peut redéterminer les $\frac{C_i}{M_C}$ avec une précision de l'ordre de 5% à 10% si le bruit sur les mesures a un écart-type d'une seconde d'arc, ce qui est à peu près l'erreur à laquelle on s'attend sur des données réelles.

Pour déterminer plus finement les corrélations entre les paramètres, nous avons calculé, à partir de la matrice de dérivées partielles, la matrice de corrélation. Pour calculer cette matrice, nous devons d'abord déterminer la matrice de variance-covariance des paramètres. Elle se calcule simplement de la manière suivante (Pelat, 2007) :

$$\text{Cov}(A) = (\text{Cov}_{ij}) = \sigma^2 ({}^t AA)^{-1} \quad (11.29)$$

où A est la matrice des dérivées partielles de la forme $\left(\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right)$. σ^2 est la variance des résidus, autrement dit la racine carrée de l'écart-type des $(O - C)_n$. Elle se calcule comme suit :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_n \left((O - C)_n - \overline{(O - C)_n} \right)^2}{n} \quad (11.30)$$

où n est le nombre de résidus et $\overline{(O - C)_n}$ est la moyenne des résidus.

Il est à noter que l'on peut déduire l'erreur formelle sur le $i^{\text{ème}}$ paramètre ajusté comme étant $\sigma_i = \sqrt{\text{Cov}_{ii}}$.

La matrice de corrélation entre les paramètres se calcule à partir de la matrice de variance-covariance comme suit :

$$\text{Cor}(A) = (c_{ij}) \text{ où } c_{ij} = \frac{\text{Cov}_{ij}}{\sqrt{\text{Cov}_{ii}\text{Cov}_{jj}}} \quad (11.31)$$

On peut noter que cette matrice ne dépend que de la matrice de dérivées partielles et non de la précision des observations. Deux paramètres p_i et p_j sont alors exactement corrélés si le coefficient c_{ij} est égal à 1. De même, on dit qu'ils sont anti-corrélés si $c_{ij} = -1$. De ce fait, un changement de la valeur de p_i peut être compensé par un changement de la valeur de p_j . On s'aperçoit, dans le cas de notre modèle, que plus on augmente le nombre de bandes sur le noyau, plus les coefficients de corrélation entre deux paramètres non-gravitationnels de deux bandes situées côte à côte tendent vers 1. Pour représenter les corrélations entre différents paramètres, nous pouvons tracer des cartes de χ^2 (voir Fig. 11.6). Pour cela, on fixe tous les paramètres à leur valeur du JEU1, puis nous faisons varier uniquement deux paramètres autour de leur valeur optimale. Nous calculons le χ^2 pour chaque couple de valeurs testées sur les observations simulées sans erreurs créées avec le JEU1. Si le χ^2 décrit des ellipses parallèles autour du couple de valeurs optimales, alors il n'est pas dégénéré et les paramètres ne sont pas corrélés. Si en revanche il décrit des lignes parallèles, il est dégénéré et les paramètres sont corrélés.

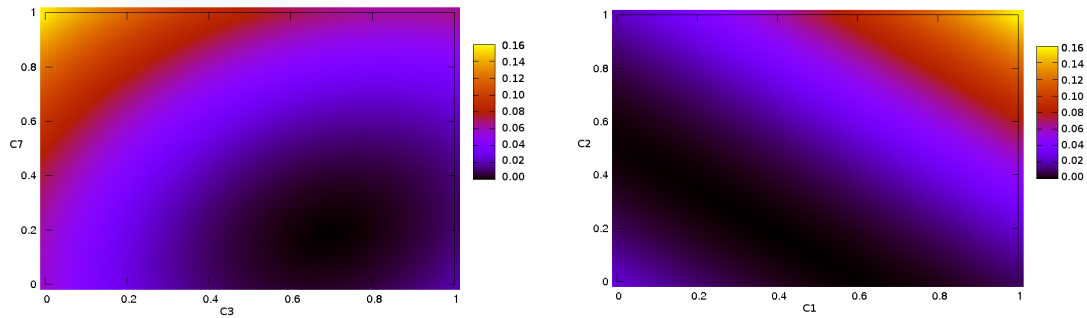


Figure 11.6 – Exemple de carte de χ^2 en fonction de deux paramètres pour un modèle à 9 bandes. On voit sur la figure de gauche que le χ^2 décrit des ellipses parallèles les unes aux autres et que le minimum du χ^2 est situé en un point. Sur la figure de droite par contre, on voit que le minimum du χ^2 peut se trouver sur toute la barre noire. Dans le cas de la figure de droite, on dit que le χ^2 est dégénéré. (Les paramètres sur les figures sont normalisés par la masse du noyau choisie pour la simulation, ainsi nous avons choisi une valeur comprise entre 0 et 1 pour chacun d'entre eux.)

On pourrait se contenter d'étudier les coefficients de corrélation pour sélectionner le nombre de bandes à prendre en compte dans notre modèle. Cependant, il arrive que des paramètres très corrélés soient déterminés avec une bonne précision et inversement. C'est pourquoi pour sélectionner le nombre de bande, j'ai analysé les corrélations et la précision des redéterminations conjointement.

Dans le cas de corrélation forte entre deux bandes (coefficient de corrélation tendant vers 1), on constate que leurs paramètres non-gravitationnels respectifs sont de signes opposés car, comme dit précédemment, leurs actions se compensent. C'est pour cette raison que nous avons pensé employer la méthode d'ajustement BFGS. En effet, cette méthode permettait de contraindre les paramètres et ainsi de les obliger à avoir une valeur positive ou nulle. Ces paramètres sont nécessairement positifs car ils sont relatifs à

une surface. Cependant, la solution n'a pas été satisfaisante car les paramètres qui étaient inférieurs à zéro lors de l'ajustement par moindres-carrés ont seulement été fixés à zéro et n'ont pas pu être redéterminés. De plus, cette solution étant coûteuse en temps de calcul, elle n'a pas été retenue.

La solution est alors de simplement limiter le nombre de bandes. Pour notre étude, on se limitera à trois bandes.

Difficultés d'ajustement en ascension droite

Lors d'un ajustement d'orbite classique, on s'aperçoit que suivant la déclinaison de l'objet observé, on peut rencontrer des difficultés à ajuster les ascensions droites. Ceci s'explique par le fait que plus l'objet est proche du pôle céleste plus son ascension droite sera dégénérée. Les longueurs définies par un angle en ascension droite près du pôle seront donc contractées par rapport à celles définies par le même angle près de l'équateur céleste (voir Fig. 11.7).

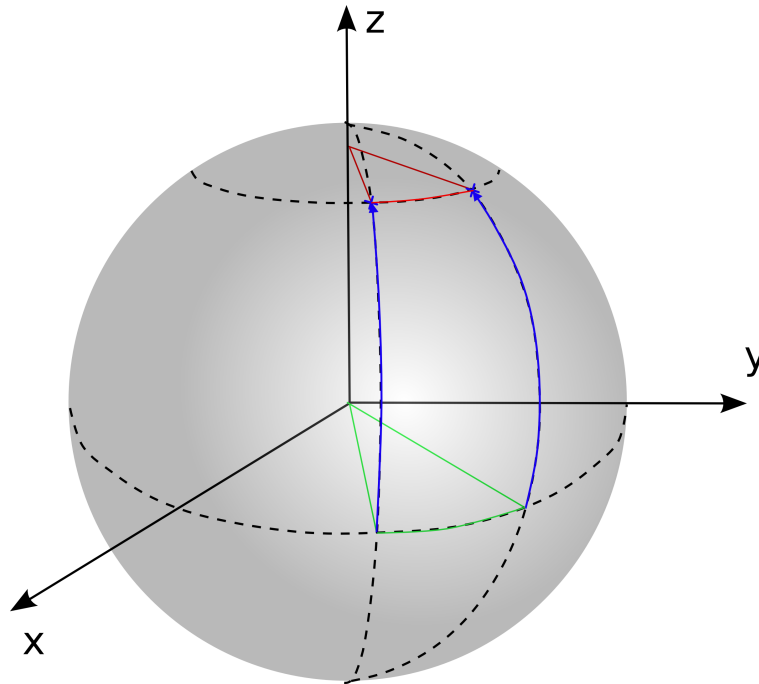


Figure 11.7 – Les deux arcs de cercle vert et rouge sont définis par le même angle au centre sur l'équateur pour l'un et sur un parallèle pour l'autre. On constate cependant que la longueur de l'arc sur la sphère céleste est moins grande dans le cas de l'arc rouge près du pôle que pour le vert.

À cause de ce phénomène, une petite erreur de mesure sur l'observation d'un objet près du pôle peut engendrer un grand décalage en ascension droite. Pour résoudre ce problème, la méthode toujours employée consiste à non plus minimiser les couples $(\Delta\alpha, \Delta\delta)$, mais les couples $(\Delta\alpha \cos \delta, \Delta\delta)$.

La matrice H de la section 11.1.3 devient alors :

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\sin \alpha_i}{r_{hi}} & \frac{\cos \alpha_i}{r_{hi}} & 0 \\ -\frac{\sin \delta_i \cos \alpha_i}{r_{hi} \cos \delta_i} & -\frac{\sin \delta_i \cos \alpha_i}{r_{hi} \cos \delta_i} & \frac{\cos \alpha_i}{r_{hi}} \end{pmatrix} \quad (11.32)$$

11.2 Ajustement du taux de production d'eau total : détermination de la masse du noyau

On rappelle que l'expression du taux de production d'eau totale de la comète est :

$$Q_{H_2O}(t) = \sum_{j=1}^{N_b} C_j S_j \frac{1}{P_R} \int_{t-\frac{P_R}{2}}^{t+\frac{P_R}{2}} Z_j(t', \theta_j) dt' \quad (11.33)$$

On voit donc qu'il est proportionnel aux paramètres C_i relatifs à l'activité de la comète.

On se souvient que par ajustement du modèle dynamique sur les observations astrométriques, on est capable de déterminer les rapports $\frac{C_i}{M_C}$.

On introduit ces rapports dans l'expression du taux de production d'eau total et on compare ces taux de production calculés au taux de production observés. On a alors :

$$Q_{obs}(t_j) = M_C \sum_{i=1}^{N_b} \frac{C_i}{M_C} Q_{max}^{(i)}(t_j) \quad (11.34)$$

On est donc capable de déterminer la masse du noyau comme étant :

$$M_C = \frac{\sum_{j=1}^{N_{sub}} \left[Q_{obs}(t_j) \sum_{i=1}^{N_b} \left(\frac{C_i}{M_C} Q_{max}^{(i)}(t_j) \right) \right]}{\left[\sum_{j=1}^{N_{sub}} \sum_{i=1}^{N_b} \left(\frac{C_i}{M_C} Q_{max}^{(i)}(t_j) \right) \right]^2} \quad (11.35)$$

où $Q_{obs}(t_j)$ est le taux de production d'eau observé à la date t_j , $Q_{max}^{(i)}(t_j)$ est le taux de production maximale de la $i^{\text{ème}}$ bande à la même date. N_{sub} et N_b sont respectivement le nombre d'observations et le nombre de bandes.

L'erreur sur la masse n'est pas triviale à calculer, il faut pour cela utiliser une méthode de Monte-Carlo pour explorer l'ensemble des variations des paramètres dont on connaît l'incertitude. On suppose que l'erreur sur les $\frac{C_i}{M_C}$ et sur les observations est gaussienne. La méthode consiste à générer des jeux de paramètres $\frac{C_i}{M_C}$. On génère aussi des observations bruitées par des erreurs gaussiennes dont l'écart-type est la valeur de l'erreur sur le paramètre déterminé grâce à la matrice de variance-covariance dans le processus d'ajustement ou inhérent à l'observation. On détermine la masse grâce à l'expression 11.35. En générant beaucoup de jeux de paramètres, on va pouvoir constater que la masse suit une distribution gaussienne ayant une certaine moyenne et un certain écart-type (voir Fig. 11.8). Cette moyenne et cet écart-type seront respectivement la masse et l'erreur sur la masse.

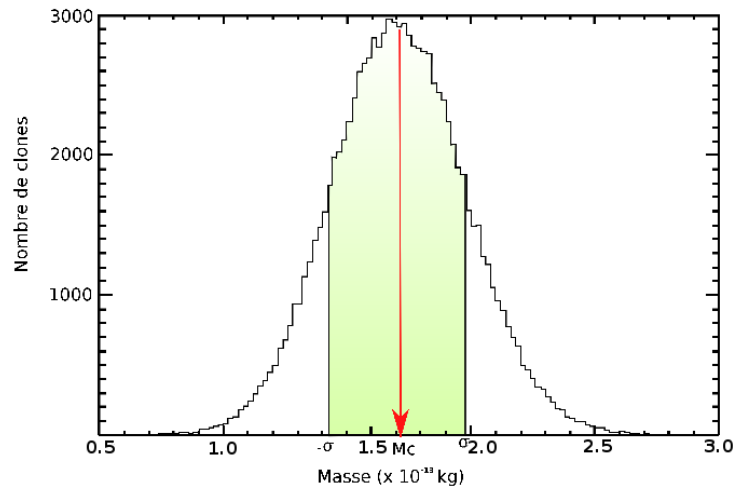


Figure 11.8 – Exemple de détermination de la masse du noyau M_C et de son erreur σ par la méthode de Monte-Carlo. Cette figure a été obtenue pour la comète 19P/Borrelly. Son étude est approfondie dans le chapitre 12

11.3 Conclusion

On dispose donc, à présent, d'un modèle dynamique physique pour reproduire les orbites de comètes. Ce modèle est ajustable à différents types d'observations : positions astrométriques et taux de production d'eau.

Nous allons, dans la suite de ce travail, appliquer notre modèle à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko. Cette dernière est la cible de la mission européenne *ROSETTA*.

La force de notre modèle réside dans le fait que le nombre de paramètres est petit et qu'il reproduit de façon physique et non empirique le mouvement des comètes. On pourra donc déterminer des paramètres physiques importants tels que la masse et l'orientation de l'axe de rotation.

Nous verrons aussi, dans la suite, que ce modèle est plus performant que celui de Marsden et al. (1973) couramment utilisé pour le calcul d'éphémérides.

Quatrième partie

Application à deux comètes et perspectives

Chapitre 12

La comète 19P/Borrelly

Sommaire

12.1 Présentation de la comète	116
12.2 Résultats et interprétations	117
12.2.1 Données observationnelles	117
12.2.2 Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle	118
12.2.3 Détermination de l'axe de rotation	120
12.2.4 Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active	122
12.2.5 Conclusion	125

Ce chapitre traite des résultats obtenus sur la détermination des paramètres physiques du noyau de la comète 19P/Borrelly. Après une description des observations utilisées, nous présenterons les résultats des ajustements de l'astrométrie et des taux de production. Nous les discuterons en les comparant à ceux obtenus pas d'autres auteurs.

12.1 Présentation de la comète

La comète 19P/Borrelly a été découverte par l'astronome Alphonse Borrelly, de l'observatoire de Marseille, le 28 décembre 1904. Il s'agit d'une comète à courte période (6,75 ans) de la famille de Jupiter.

Elle fait partie des rares comètes ayant eu la chance de faire l'objet d'une mission spatiale puisque Deep Space 1 l'a survolée le 21 septembre 2001. La sonde a pu obtenir des images détaillées de la comète laissant alors apparaître un noyau allongé d'environ 9 km (voir Fig. 12.1). Ayant observé deux types de morphologie à la surface du noyau, Britt et al. (2002) ont émis l'hypothèse que le noyau serait une comète binaire en contact.

La comète 19P/Borrelly a fait l'objet d'une étude par Yeomans (1971). Il a, entre autre, montré qu'elle était très active et qu'elle subissait des forces non-gravitationnelles importantes expliquant les observations astrométriques. Yeomans (1971) a cependant montré que ces forces variaient peu d'un passage au suivant. À son passage au périhélie le 14 septembre 2001, son taux de production total atteignait environ 5×10^{28} molécules/s. Elle était alors à une distance de 1,35 UA du Soleil.

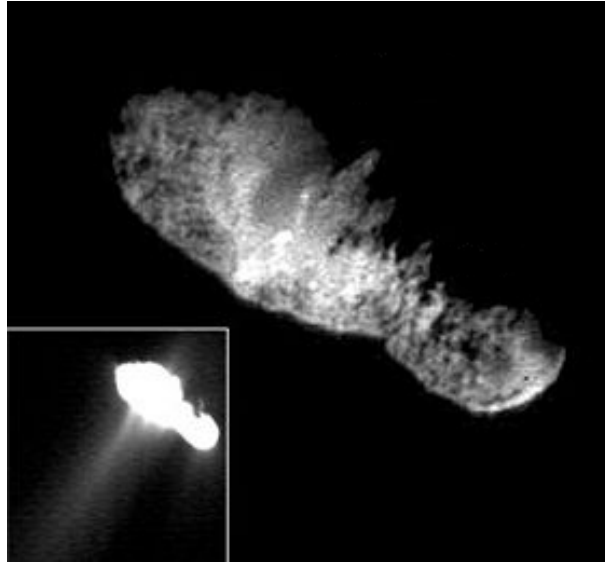


Figure 12.1 – La comète 19P/Borrelly photographiée par la sonde Deep Space 1 lors de son survol. Dans l’encadré, l’activité de la comète est mise en évidence. (crédits : NASA)

Dans le cadre de l’étude menée sur 19P/Borrelly, nous allons considérer un noyau ellipsoïdal ($a = 4,6$ km, $b = 1,8$ km et $c = 1,6$ km) tournant avec une période $P = 25,0 \pm 0,5$ h (Lamy et al., 1998).

Le noyau simulé sera découpé en trois bandes latitudinales (voir chapitre 11) : les deux calottes polaires seront situées respectivement entre les latitudes -90° et -45° puis entre 45° et 90° . La bande équatoriale sera entre les latitudes -45° et 45° .

12.2 Résultats et interprétations

12.2.1 Données observationnelles

Mesures astrométriques

L’étude qui va suivre est fondée sur deux types d’observations : mesures de positions astrométriques et observations de taux de production d’eau.

Les observations astrométriques, au nombre de 2206, sont issues de l’*IAU Minor Planet Center* (MPC). Ces données couvrent la période du 12 juin 1994 au 16 juin 2009, soit trois passages de la comète au périhélie. On peut remarquer que la répartition des observations n’est pas uniforme (voir Tab. 12.1). En effet, à partir de 2001, le nombre d’observations a augmenté. Ceci est dû à la campagne d’observations organisée dans le cadre du survol de la sonde.

Les taux de production

Pour l’ajustement des taux de production d’eau et la détermination de la masse, nous avons utilisé une compilation de 219 observations (voir annexe B pour un tableau détaillé). Ces observations proviennent de sources diverses utilisant différentes méthodes d’observation de l’eau ou de produits issus de sa photodissociation :

Table 12.1 – Distribution des mesures astrométriques du MPC

Date de passage au périhélie	Intervalle d'observation	Nombre d'observations
1 nov. 1994	12 juin 1994 - 24 juin 1997	557
14 sep. 2001	13 juin 1999 - 28 avr. 2003	853
22 juil. 2008	19 août 2007 - 16 juin 2009	796

- des observations directes de l'eau par sa raie submillimétrique à 557 GHz avec le satellite *Odin* Lecacheux et al. (2003),
- des observations au sol du radical OH dans le proche UV Schleicher et al. (2003) ou avec la raie à 18 cm Bockelée-Morvan et al. (2004a),
- des observations spatiales de la raie Lyman- α de l'hydrogène avec l'instrument *SOHO/SWAN* Combi et al. (2011)
- des observations de la raie interdite de OI Fink (2009).

On rappelle que l'on convertit les taux de production de OH en taux de production d'eau en considérant que $Q_{H_2O} = 1,1Q_{OH}$ (Huebner et al., 1992). On constate que le maximum de production d'eau (environ 6×10^{28} molécules/s) s'effectue environ 20 jours avant le périhélie.

12.2.2 Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle

Le noyau simulé est divisé en trois bandes latitudinales. Ainsi, nous devons prendre en compte trois paramètres non-gravitationnels. C_1/M_C , C_2/M_C et C_3/M_C , ils représentent respectivement l'activité de la bande centrée sur le pôle sud de la comète, celle de l'équateur et celle du pôle nord.

Nous avons effectué un ajustement du modèle sur les données astrométriques décrites en section 12.2.1 en considérant l'axe de rotation qui est déterminé dans la section 12.2.3. Les valeurs des paramètres ajustés (composantes des position et vitesse initiales et paramètres non-gravitationnels C_i/M_C) se trouvent dans le tableau 12.2. On constate que C_1/M_C est mal déterminé. Ceci est probablement dû au fait qu'autour du périhélie, le pôle sud de la comète est très peu ensoleillé. Or, c'est précisément à cet endroit de l'orbite que le noyau est le plus actif et que le signal dû aux forces non-gravitationnelles est le plus important. Le paramètre relatif au pôle sud est donc déterminé à partir d'arc d'orbite où les accélérations non-gravitationnelles sont faibles. Il est donc forcément moins précis que C_2/M_C et C_3/M_C correspondants à des bandes ensoleillées à l'instant du passage au périhélie.

Les $(O - C)_i$ obtenus après l'ajustement sont représentés en figure 12.2.

On peut voir que les résidus en α et en δ sont distribués autour d'une moyenne quasi-nulle. L'écart-type de tous les résidus est de $1,42''$. Le χ_R^2 obtenu après ajustement s'élève à 1,62. Nous avons effectué un ajustement des mêmes observations avec le modèle de Marsden et al. (1973). Nous pouvons ainsi comparer les performances des deux modèles. Le χ_R^2 obtenu avec le modèle de Marsden et al. (1973) est de 2,11. Notre modèle est donc plus efficace que celui de Marsden et al. (1973).

Table 12.2 – Paramètres du modèle déterminés après ajustement des observations astrométriques. La position et la vitesse sont données respectivement en UA et UA.jour⁻¹ pour la date initiale 2452166.50 jours juliens (09/14/2001,0H00 TT). Les C_i/M_C sont donnés en kg⁻¹. Nous donnons aussi les éléments orbitaux équivalents (voir Fig. 2.2)

Paramètre	Valeur et erreur
Position x	$0,481390947 \pm 3,72 \times 10^{-7}$
Position y	$1,196797597 \pm 2,72 \times 10^{-7}$
Position z	$0,425142676 \pm 3,18 \times 10^{-7}$
Vitesse vx	$-1,502141214 \times 10^{-2} \pm 3,91 \times 10^{-9}$
Vitesse vy	$2,001264858 \times 10^{-3} \pm 4,36 \times 10^{-9}$
Vitesse vz	$1,114184800 \times 10^{-2} \pm 4,13 \times 10^{-9}$
C_1/M_C	$1,84 \times 10^{-15} \pm 1,06 \times 10^{-15}$
C_2/M_C	$1,26 \times 10^{-14} \pm 4,11 \times 10^{-16}$
C_3/M_C	$9,42 \times 10^{-15} \pm 9,18 \times 10^{-16}$
Passage au périhélie	$14,72972$ septembre 2001 TT $\pm 1,0 \times 10^{-4}$ h
Argument du périastre ω	$353,3749882 \pm 2,54 \times 10^{-5}^\circ$
Longitude du noeud Ω	$75,4249176 \pm 3,39 \times 10^{-5}^\circ$
Inclinaison i	$30,3247261 \pm 1,61 \times 10^{-5}^\circ$
Distance au périhélie q	$1,3582105 \pm 3,0 \times 10^{-7}$ UA
Excentricité e	$0,6238974 \pm 1,1 \times 10^{-6}$
Demi-grand axe a	$3,6112765 \pm 1,13 \times 10^{-5}$ UA
Moyen mouvement n	$0,14361935 \pm 6,7 \times 10^{-5}^\circ/\text{jour}$
Période P	$6,863 \pm 3,21 \times 10^{-5}$ ans

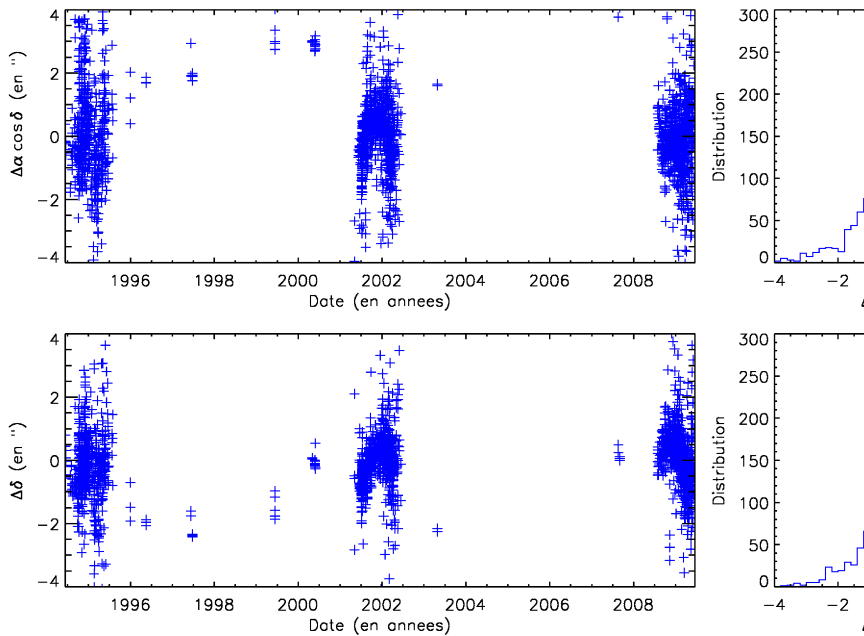


Figure 12.2 – Résidus des observations en α et en δ , les histogrammes représentent la distribution de ces résidus.

12.2.3 Détermination de l'axe de rotation

Jusqu'à présent, l'orientation de l'axe de rotation de la comète a principalement été déterminé grâce à l'observation des structures de la coma qui sont dominées par un jet primaire (Samarasinha et al., 2004). La mission *Deep Space 1* a montré que l'orientation et la morphologie de ce jet sont relativement stables. Il semble aussi qu'il soit proche de l'axe de rotation du noyau (Soderblom et al., 2002). Ainsi, en mesurant l'orientation du jet pendant une rotation, on connaît la direction de l'axe de la comète. Plusieurs mesures ont été effectuées donnant une direction entre ($\alpha = 214^\circ \pm 4^\circ, \delta = -5^\circ \pm 4^\circ$) (Farnham et Cochran, 2002) et ($\alpha = 233^\circ, \delta = -18^\circ$) (Thomas et al., 2001).

Durant la phase de test du modèle dynamique, j'ai remarqué que les forces non-gravitationnelles des bandes du noyau simulé dépendaient de l'insolation de la comète et donc de la direction de son axe de rotation. J'ai donc essayé de déterminer celui qui minimise au mieux les résidus des observations. Cependant, on sait que pour certaines comètes la direction de l'axe peut varier de façon non négligeable d'une révolution à la suivante. Cela est le cas de la comète 2P/Encke qui est dans un mode de rotation excitée (Samarasinha et al., 2004). Comme l'axe de rotation sera déterminé sur l'ensemble des trois passages considérés pour cette étude, il a fallu s'assurer que la direction de l'axe de 19P/Borrelly était stable. En effet, elle varie de 5 à 10 degrés tous les siècles (Samarasinha et al., 2004), ce qui est un ordre de grandeur bien plus grand que la période de rotation du noyau (25 h). Cette constatation a pu permettre la détermination de l'axe.

Nous avons construit une carte de χ^2 réduits des résidus des observations astrométriques en fonction de l'orientation de l'axe (en α, δ) permettant de visualiser la direction qui minimise ce χ^2 .

Le χ^2 réduit est calculé de la manière suivante :

$$\chi_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{(O-C)_i^2}{\sigma_{obs}^i} \right)}{n} \quad (12.1)$$

avec n le nombre d'observations (pour cette étude, $n = 2206$) et σ_{obs}^i la précision des observations. Comme déjà évoqué dans le chapitre 10, les valeurs des σ_{obs}^i ne sont pas connues dans le cas des observations provenant du MPC. Nous considérons une erreur typique de une seconde de degré. Le χ^2 réduit est une bonne indication de la performance de l'ajustement. De par son expression, si sa valeur est inférieure à 1, le modèle n'ajuste plus seulement le signal physique mais aussi le bruit.

La carte (voir Fig. 12.3) est obtenue en calculant le χ_R^2 pour 102 orientations d'axe possibles sur un seul hémisphère céleste (le problème étant symétrique, il n'est pas nécessaire de calculer les points de l'autre hémisphère). Il y a 25 points sur l'équateur céleste et leur nombre diminue vers le pôle céleste comme la fonction $\cos \delta$ (étant donné la dégénérescence des coordonnées au pôle). Lorsqu'on projette la carte en fonction de la direction de l'axe de rotation sur une sphère, on peut remarquer une bande de χ_R^2 élevés décrivant un grand cercle. Les valeurs minimales de χ_R^2 sont situées aux pôles correspondants à cette bande. Pour obtenir les coordonnées de ces pôles, j'ai ajusté par la méthode des moindres carrés une carte simulée (voir Fig. 12.3) sur la carte réelle. Deux jeux de coordonnées de pôle minimisent χ_R^2 . Ils correspondent à un noyau en rotation prograde ou un noyau en rotation rétrograde. Ces deux jeux sont ($\alpha = 192^\circ \pm 25^\circ, \delta = 29^\circ \pm 25^\circ$) et ($\alpha = 12^\circ \pm 25^\circ, \delta = -29^\circ \pm 25^\circ$). Ces résultats sont cohérents avec les déterminations antérieures à cette étude. Comme dit dans le chapitre 8, dans la construction du modèle dy-

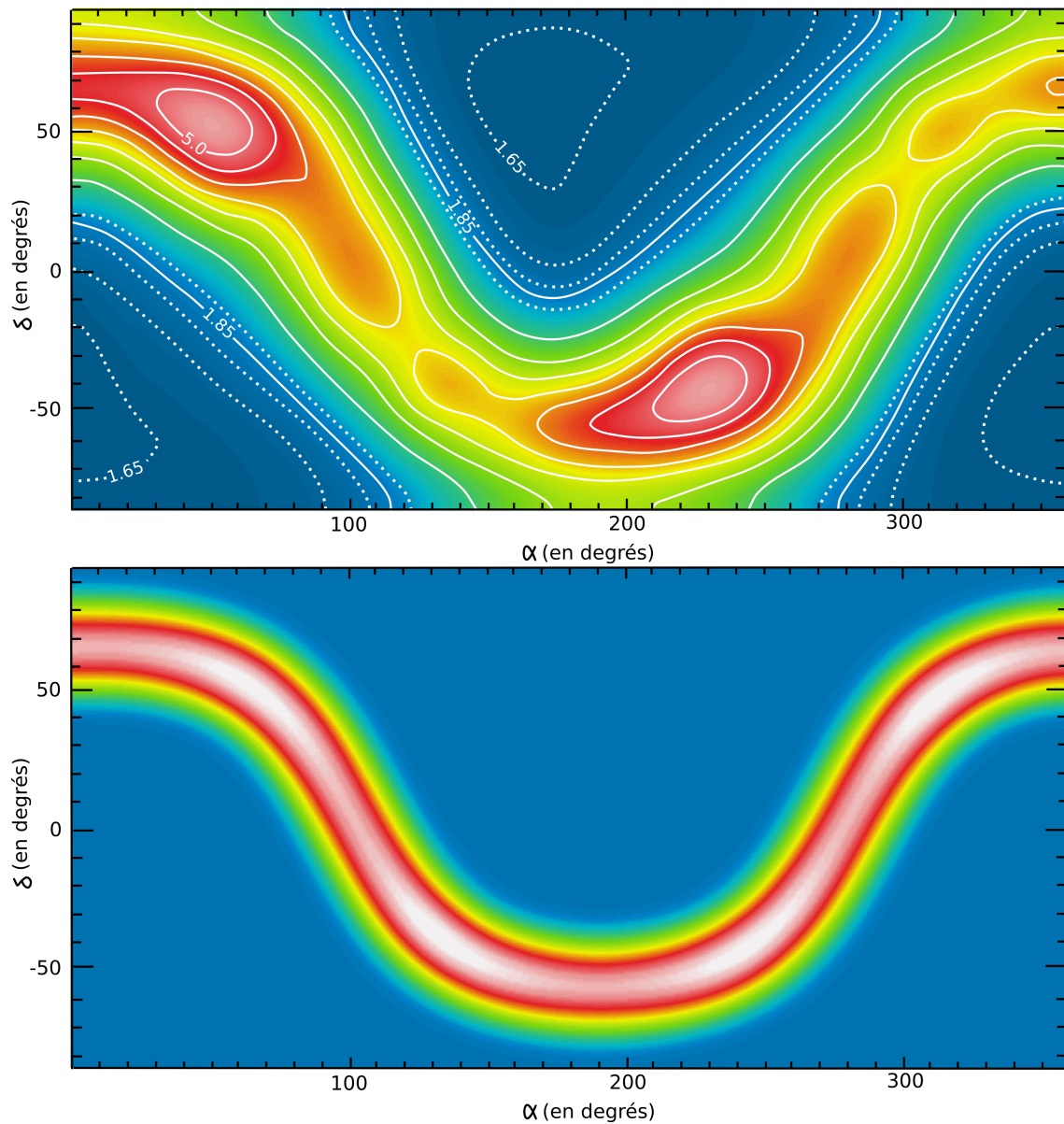


Figure 12.3 – En haut, la carte de χ^2 réduits des résidus des observations astrométriques en fonction de la direction de l’axe de rotation de 19P/Borrelly. En bas, une simulation qui nous a permis de déterminer l’axe optimal. Celle-ci a été obtenue pour la direction d’axe ($\alpha = 192^\circ$, $\delta = 29^\circ$). La couleur bleue indique un χ^2 réduit faible qui augmente en allant vers la couleur blanche. Les courbes de niveau en traits pleins sont espacées de 0,45 alors que celles en pointillées sont espacées de 0,075.

namique, les accélérations non-gravitationnelles sont moyennées sur une rotation du noyau. Il est donc impossible de savoir si le noyau est en rotation prograde ou rétrograde. Ces deux jeux de coordonnées correspondent donc à la même solution avec une indétermination du sens de rotation. Nous considérerons, dans la suite de l’étude, que l’axe de rotation est dirigé selon les coordonnées ($\alpha = 192^\circ$, $\delta = 29^\circ$).

12.2.4 Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active

Pour déterminer la masse du noyau, nous devons ajuster le taux de production d'eau de la comète. Ayant déterminé les valeurs optimales des paramètres C_i/M_C , nous allons pouvoir déduire la masse par la méthode de Monte-Carlo décrite dans la section 11.2 du chapitre 11 grâce aux mesures de taux de production. 100 000 clones ont été générés pour calculer la distribution en masse de la figure 12.4.

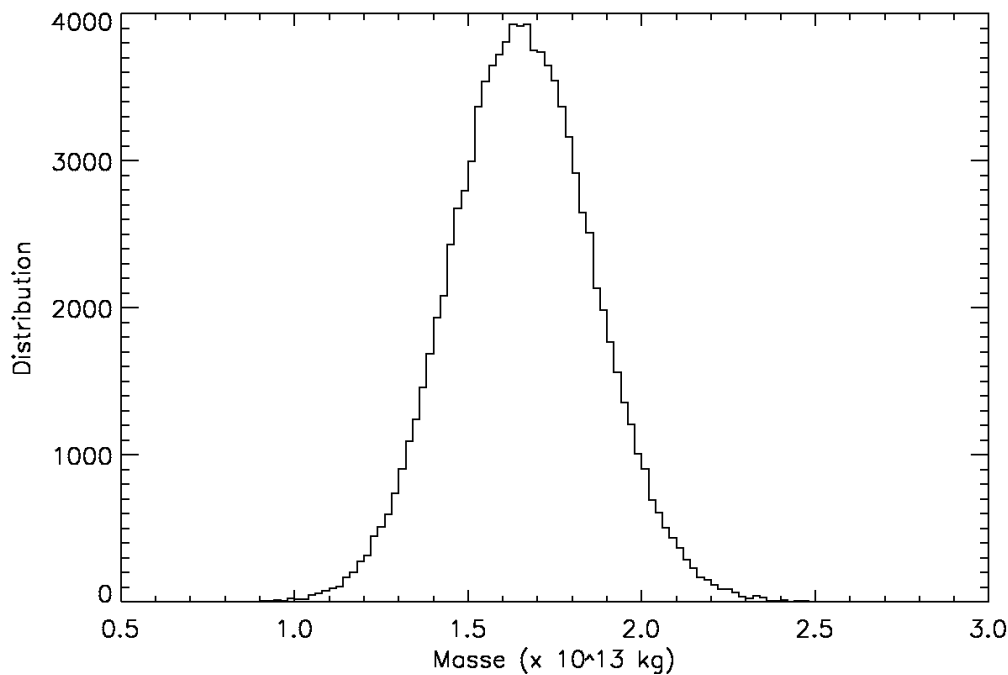


Figure 12.4 – Distribution de la masse de 19P/Borrelly obtenue par la méthode de Monte-Carlo sur 100 000 clones

À partir de cette distribution, on en déduit que la masse optimale du noyau vaut $1,66 \times 10^{13} \pm 0,20 \times 10^{13}$ kg. L'erreur sur la masse peut sembler faible mais il est à noter qu'elle est intimement liée à l'erreur sur les observations des taux de production d'eau. Or, l'erreur sur les observations ne prend en compte que le rapport signal sur bruit. Il faudrait lui ajouter l'erreur due à l'inversion du modèle de Haser ou aux lacunes des modèles d'excitation des molécules. En réalité, on s'attend plus à des erreurs sur la masse du noyau de l'ordre de 30 à 40 %. En considérant que le volume du noyau est de $4 \times 10^{10} \pm 4 \times 10^9 \text{ m}^3$ (à partir des mesures de taille du noyau et leurs erreurs données par Buratti et al. (2004)), cette masse correspond à une densité de $416 \pm 92 \text{ kg m}^{-3}$. Ce résultat est comparable aux estimations précédentes (voir tableaux 12.3).

De même que pour la masse, l'erreur sur la densité est faible du fait de la répercussion de la faible incertitude sur la masse. On rappelle que la masse est inversement proportionnelle au paramètre η introduit dans le calcul de la vitesse d'éjection du gaz (voir chapitre 8). La valeur adoptée est 0,45, mais selon Crifo (1987), elle peut varier dans un intervalle de 0,39 à 0,50. Pour ces deux valeurs extrêmes, la masse et la densité sont respectivement

comprises entre $1,50 \times 10^{13}$ et $1,93 \times 10^{13}$ et entre 378 et 484 km m^{-3} .

Table 12.3 – Masses et densités estimées précédemment par d’autres auteurs et la nôtre

Auteur	Masse ($\times 10^{12}$ kg)	Densité (kg m^{-3})
Sosa et Fernández (2009)	$2,7 \pm 2,1$	50 ± 40
Davidsson et Gutiérrez (2004)	8 – 24	100 - 300
Farnham et Cochran (2002)	33	490
Rickman et al. (1987)	$< 8,4$	-
Maquet et al. (2012a) (<i>in prep.</i>)	$1,66 \pm 0,20$	416 ± 92

En connaissant les valeurs de la masse et des C_i/M_C , on peut en déduire le pourcentage de surface active sur les trois bandes du noyau simulé (ces résultats sont donnés dans le tableau 12.4). On peut remarquer que le pôle sud est moins actif que le pôle nord de la comète. Ce résultat correspond aux images de l’hémisphère nord de la comète faite par la sonde *Deep Space 1* lors de son survol mais aussi aux observations menées par Farnham et Cochran (2002) et Schleicher et al. (2003) lorsque le pôle était face au Soleil (Davidsson et Gutiérrez, 2004). De plus, la fraction totale de zone active déterminée grâce à notre modèle s’élève à 19,85%. Ceci est compatible avec les résultats de Davidsson et Gutiérrez (2004) qui ont estimé cette fraction entre 8 et 18%.

Table 12.4 – Pourcentage de surface active

Bande	Surface sur le noyau (km^2)	Pourcentage sur la bande	Pourcentage sur le noyau
Calotte sud	19,74	3,75%	0,95%
Bande équatoriale	38,54	27,75%	13,8%
Calotte nord	19,74	20,25%	5,1%

Enfin, la figure 12.5 montre le taux de production simulé ajusté aux observations de Lecacheux et al. (2003), Schleicher et al. (2003), Bockelée-Morvan et al. (2004a), Combi et al. (2011) et Fink (2009). Les taux de production ont été ajustés sur l’ensemble des observations. On remarque que pour le passage de 1994, les taux sont un peu surestimés. Cela s’explique par le fait que les taux mesurés par Combi et al. (2011) sont légèrement plus élevés que ceux des autres auteurs¹. Or, ils sont aussi en plus grand nombre. Les taux simulés ont donc tendance à s’ajuster sur ces taux de production. Ainsi, on constate que pour le passage de 2001, le modèle est correctement ajusté sur les taux de Combi et al. (2011).

On peut noter que le maximum des courbes présentées en figure 12.5 est décalé d’une vingtaine de jours avant le périhélie. Le modèle reproduit donc bien l’asymétrie du dégazage par rapport au périhélie. Ceci est dû à la forme ellipsoïdale du noyau et à l’axe de rotation spécifique (Davidsson et Gutiérrez, 2004). En effet, avant le périhélie, c’est l’hémisphère nord qui est principalement ensoleillé et cet ensoleillement diminue en se rapprochant du périhélie. Or, on a vu précédemment que cet hémisphère était le plus actif des deux. Il est donc normal que le maximum de dégazage ait lieu avant le passage au périhélie.

1. La raison de ce biais par rapport aux autres auteurs n’a pas été discutée

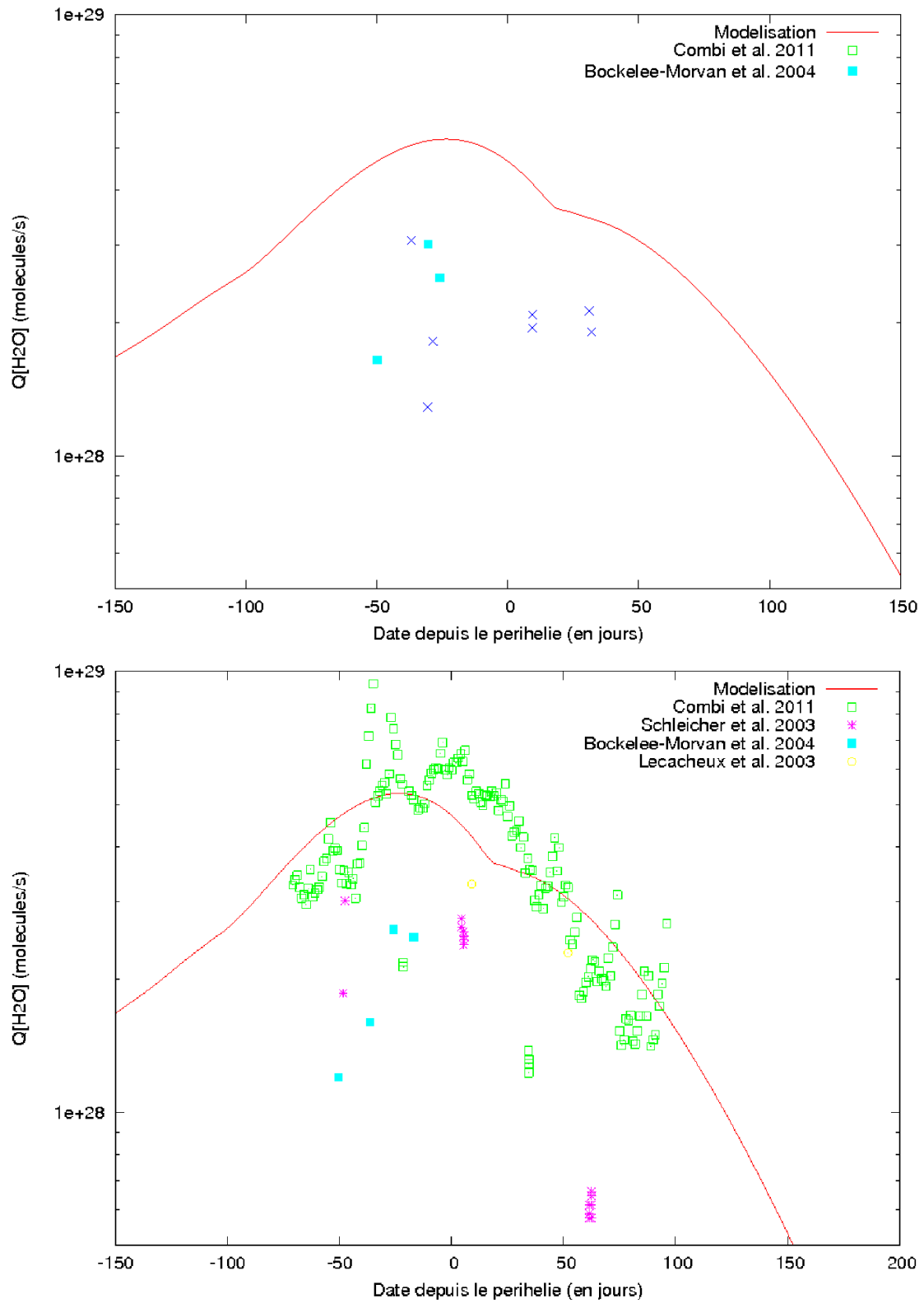


Figure 12.5 – Taux de production simulés comparés aux observations. En haut : le passage au périhélie de 1994 (1^{er} novembre 1994), en bas le passage au périhélie de 2001 (14 septembre 2001)

12.2.5 Conclusion

Nous avons ajusté notre modèle aux observations astrométriques et aux taux de production de la comète 19P/Borrelly. Nous avons ainsi pu contraindre les paramètres physiques du noyau. Les résultats obtenus sont cohérents avec ceux de plusieurs auteurs (Farnham et Cochran, 2002; Davidsson et Gutiérrez, 2004; Schleicher et al., 2003, ...).

Un point important à souligner est qu'avec ce modèle, les résidus des observations astrométriques sont moins importants que ceux obtenus avec le modèle de Marsden et al. (1973). De plus, on explique le décalage d'une vingtaine de jours du maximum des taux de production de gaz par rapport au périhélie avec un modèle thermique réaliste.

Chapitre 13

La comète 67P/Churyumov-Gerasimenko

Sommaire

13.1 Présentation de la comète	128
13.2 Résultats et interprétations	129
13.2.1 Données observationnelles	129
13.2.2 Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle	130
13.2.3 Détermination de l'axe de rotation	131
13.2.4 Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active	132
13.2.5 Conclusion	135

De même que pour la comète 19P/Borrelly, ce chapitre aborde les résultats obtenus pour la détermination des paramètres physiques du noyau de 67P/Churyumov-Gerasimenko. Nous présentons les observations utilisées. Nous comparerons les résultats des ajustements de l'astrométrie et des taux de production à ceux obtenus par d'autres auteurs.

13.1 Présentation de la comète

La comète 67P/Churyumov-Gerasimenko a été découverte par deux astronomes ukrainiens Klim Ivanovich Churyumov et Svetlana Ivanovna Gerasimenko en septembre 1969. Il s'agit d'une découverte fortuite puisque les plaques photographiques sur lesquelles elle figurait servaient en réalité à effectuer un suivi de la comète 32P/Comas-Solà.

67P/Churyumov-Gerasimenko est une comète à courte période (6,6 ans). Elle fait l'objet d'une mission spatiale sans précédent : la mission *Rosetta* (ESA)¹. L'objectif initial était la comète 46P/Wirtanen. Cependant, son lancement, initialement prévu pour janvier 2003, a été repoussé au 2 mars 2004 suite aux défaillances du lanceur Ariane 5. Ce report imposa 67P/Churyumov-Gerasimenko comme nouvelle cible de la mission. Le caractère exceptionnel de la mission tient au fait que, pour la première fois, une sonde va se placer en orbite autour d'un noyau cométaire et un module (*Philae*) va se poser et analyser sa surface (voir Fig. 13.1).

1. Pour plus de renseignements : <http://www.esa.int/SPECIALS/Rosetta/index.html>

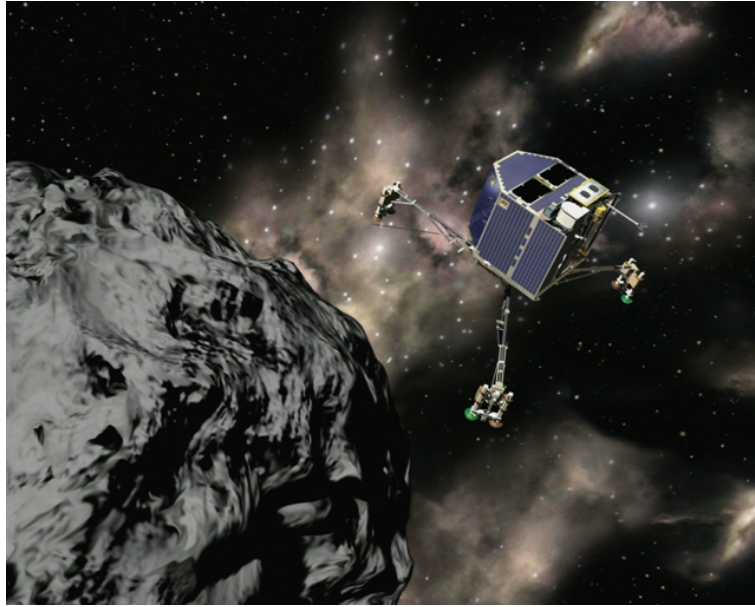


Figure 13.1 – Vue d’artiste du module *Philae* se posant sur 67P/Churyumov-Gerasimenko (Crédit : CNES/Laurence Mossay)

Des rencontres proches avec Jupiter rendent le mouvement de la comète chaotique (Krolikowska, 2003). Par exemple, en février 1959, elle s’est approchée à environ 0,0518 UA de la planète. Cela a considérablement changé son orbite. La distance au périhélie est passée de 2,74 à 1,28 UA et son excentricité de 0,36 à 0,63 (Lamy et al., 2007). Cependant, après une étude approfondie de la dynamique de 67P/Churyumov-Gerasimenko, Krolikowska (2003) a montré que, sur la période de 1700 à 2220, le mouvement de la comète restait stable. Cela favorise notre étude qui se situe dans cet intervalle de temps.

Afin d’appliquer notre modèle à cette comète, nous allons considérer un noyau ellipsoïdal prolata ($a = 2,43$ km, $b = c = 1,85$ km ; Davidsson et Gutiérrez, 2005) tournant avec une période $P = 12,30 \pm 0,27$ h (Lamy et al., 2003).

Comme pour la comète 19P/Borrelly (voir chapitre 12), nous allons limiter le nombre de paramètres du modèle et simuler un noyau qui sera découpé en trois bandes (calotte sud entre -90° et -45° , bande équatoriale entre -45° et 45° et calotte nord entre 45° et 90°).

13.2 Résultats et interprétations

13.2.1 Données observationnelles

Mesures astrométriques

Pour l’ajustement du modèle, nous prendrons en compte 2662 observations astrométriques issues du MPC. Elles couvrent la période du 3 juillet 1995 au 11 mai 2010 soit trois passages de la comète au périhélie. La répartition de ces observations est donnée dans le tableau 13.1. On remarque qu’elle n’est pas uniforme. En effet, le changement de cible de la mission *Rosetta* en 2003 a largement motivé un suivi assidu de la comète.

Table 13.1 – Distribution des mesures astrométriques du MPC

Date de passage au périhélie	Intervalle d'observation	Nombre d'observations
1 janv. 1996	3 juil. 1995 - 31 mai 1997	71
18 août 2002	18 juin 2002 - 20 juin 2004	1020
28 fév. 2009	1 ^{er} juin 2008 - 11 mai 2010	1571

Les taux de production

Une compilation de 38 observations a été utilisée pour l'ajustement des taux de production afin de déterminer les différents paramètres physiques du noyau (voir annexe B pour un tableau détaillé). Ces taux de production proviennent :

- d'observations spatiales de la raie Lyman- α de l'hydrogène avec l'instrument SOHO/SWAN (Mäkinen, 2004; Combi et al., 2010),
- d'observations au sol du radical OH dans le proche UV (Schleicher, 2006).

Le maximum du taux de production d'eau (1×10^{28} molécules/s) est observé après le passage de la comète au périhélie (de 20 à 30 jours après).

13.2.2 Résidus des observations astrométriques après ajustement du modèle

Le noyau simulé étant divisé en trois bandes, nous prenons en compte trois paramètres non-gravitationnels qui sont les pourcentages de zones actives. L'axe de rotation utilisé est celui déterminé en section 13.2.3.

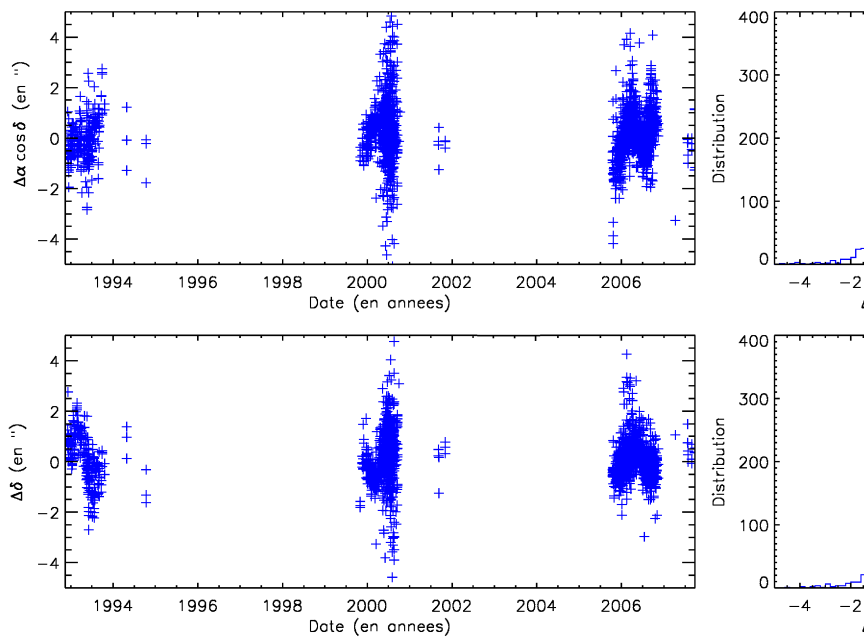


Figure 13.2 – Résidus des observations en α et en δ . Les histogrammes représentent la distribution de ces résidus.

Les paramètres ajustés sur les observations astrométriques sont présentés dans le tableau 13.2.

Table 13.2 – Paramètres du modèle déterminés après ajustement des observations astrométriques. La position et la vitesse sont données respectivement en UA et UA jour⁻¹ pour la date initiale 2452504,5 jours juliens (18/08/2002, 0H00 TT). Les C_i/M_C sont donnés en kg⁻¹. Nous donnons aussi les éléments orbitaux équivalents (voir Fig. 2.2)

Paramètre	Valeur et erreur
Position x	$0,605102434 \pm 5,84 \times 10^{-7}$
Position y	$1,034946482 \pm 3,55 \times 10^{-7}$
Position z	$0,482577615 \pm 2,87 \times 10^{-7}$
Vitesse vx	$-1,699288296 \times 10^{-2} \pm 3,74 \times 10^{-9}$
Vitesse vy	$7,235402644 \times 10^{-3} \pm 5,08 \times 10^{-9}$
Vitesse vz	$5,607739165 \times 10^{-3} \pm 2,88 \times 10^{-9}$
C_1/M_C	$1,80 \times 10^{-14} \pm 1,99 \times 10^{-15}$
C_2/M_C	$1,84 \times 10^{-14} \pm 7,76 \times 10^{-16}$
C_3/M_C	$9,81 \times 10^{-15} \pm 2,26 \times 10^{-15}$
Passage au périhélie	18.61296 août 2002 TT $\pm 1,0 \times 10^{-4}$ h
Argument du périastre ω	$12,0880958 \pm 1,193 \times 10^{-4}^\circ$
Longitude du noeud Ω	$50,5899970 \pm 1,327 \times 10^{-4}^\circ$
Inclinaison i	$6,8902147 \pm 1,32 \times 10^{-5}^\circ$
Distance au périhélie q	$1,2923198 \pm 4,0 \times 10^{-7}$ UA
Excentricité e	$0,6270733 \pm 1,3 \times 10^{-6}$
Demi-grand axe a	$3,4653455 \pm 1,28 \times 10^{-5}$ UA
Moyen mouvement n	$0,15278624 \pm 8,5 \times 10^{-7} / \text{jour}$
Période P	$6,451 \pm 3,58 \times 10^{-5}$ ans

Les $(O - C)_i$ obtenus après l'ajustement sont représentés en figure 13.2. Les résidus sont distribués autour d'une moyenne quasi-nulle. Leur écart-type est de 1,01". Après ajustement, le χ_R^2 obtenu est de 1,04 contre 1,09 avec le modèle de Marsden et al. (1973). On remarque une légère amélioration des résidus avec notre modèle par rapport à celui de Marsden et al. (1973).

13.2.3 Détermination de l'axe de rotation

Des essais de détermination de l'axe de rotation ont déjà été effectués par le passé :

- Lamy et al. (2007) se servent de trois courbes de lumière mesurées à trois instants différents. En inversant ses courbes de lumière, ils en déduisent l'axe de rotation.
- Weiler et al. (2004) et Schleicher (2006) ont déterminé l'axe grâce à l'observation des structures de la coma.
- Krolikowska (2003) et Chesley (2004) ont essayé de le déterminer par ajustement d'un modèle dynamique (voir chapitre 6). Cependant, les résultats de Krolikowska (2003) sont en contradiction avec les autres déterminations de l'axe (Lamy et al., 2007).
- Davidsson et Gutiérrez (2005) ont utilisé un modèle thermophysique et ont déterminé deux régions probables.

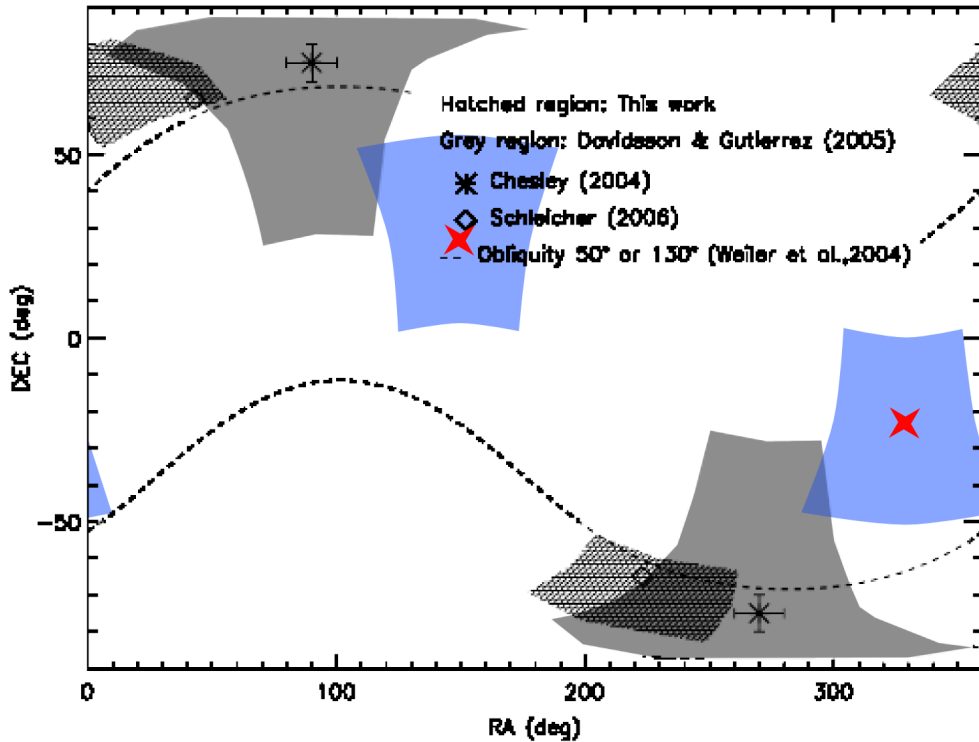


Figure 13.3 – Directions possibles de l’axe de rotation de la comète 67P/Churyumov-Gerasimenko par différents auteurs (Lamy et al., 2007). La croix jaune correspond à notre détermination avec son erreur associée (rectangle bleu).

Ces mesures sont présentées dans la figure 13.3 issue de Lamy et al. (2007).

De même que pour la comète 19P/Borrelly, nous avons entrepris de déterminer la direction de l’axe de rotation de 67P/Churyumov-Gerasimenko par ajustement du modèle dynamique en considérant différents axes. Il a tout d’abord fallu s’assurer de la stabilité de son axe sur les trois révolutions considérées. D’après Mysen (2004), la comète se trouve dans un état de rotation stable. Nous avons donc pu appliquer notre méthode. Nous avons alors construit une carte de χ^2 réduits en fonction de la direction de l’axe de rotation de la comète (voir figure 13.4). 102 points ont été calculés, les autres points ont été interpolés. On remarque sur cette carte une bande de χ^2 élevés qui, par projection sur une sphère, décrit un grand cercle. En ajustant cette bande à l’aide d’une carte simulée, on déduit les deux pôles possibles pour lesquels le χ^2 est minimum. Ces deux orientations sont $(\alpha = 150^\circ \pm 25^\circ, \delta = 25^\circ \pm 25^\circ)$ et $(\alpha = 330^\circ \pm 25^\circ, \delta = -25^\circ \pm 25^\circ)$. Elles correspondent à la même solution avec une indétermination du sens de rotation. Pour la suite de notre étude, nous considérerons que l’axe est dirigé selon le premier jeu de coordonnées.

13.2.4 Ajustement du taux de production, détermination de la masse et de la fraction de surface active

On reprend les valeurs des C_i/M_C pour pouvoir déterminer la masse du noyau par la méthode de Monte-Carlo décrite dans la section 11.2. La distribution en masse de la figure 13.5 a été obtenue avec 100 000 clones.

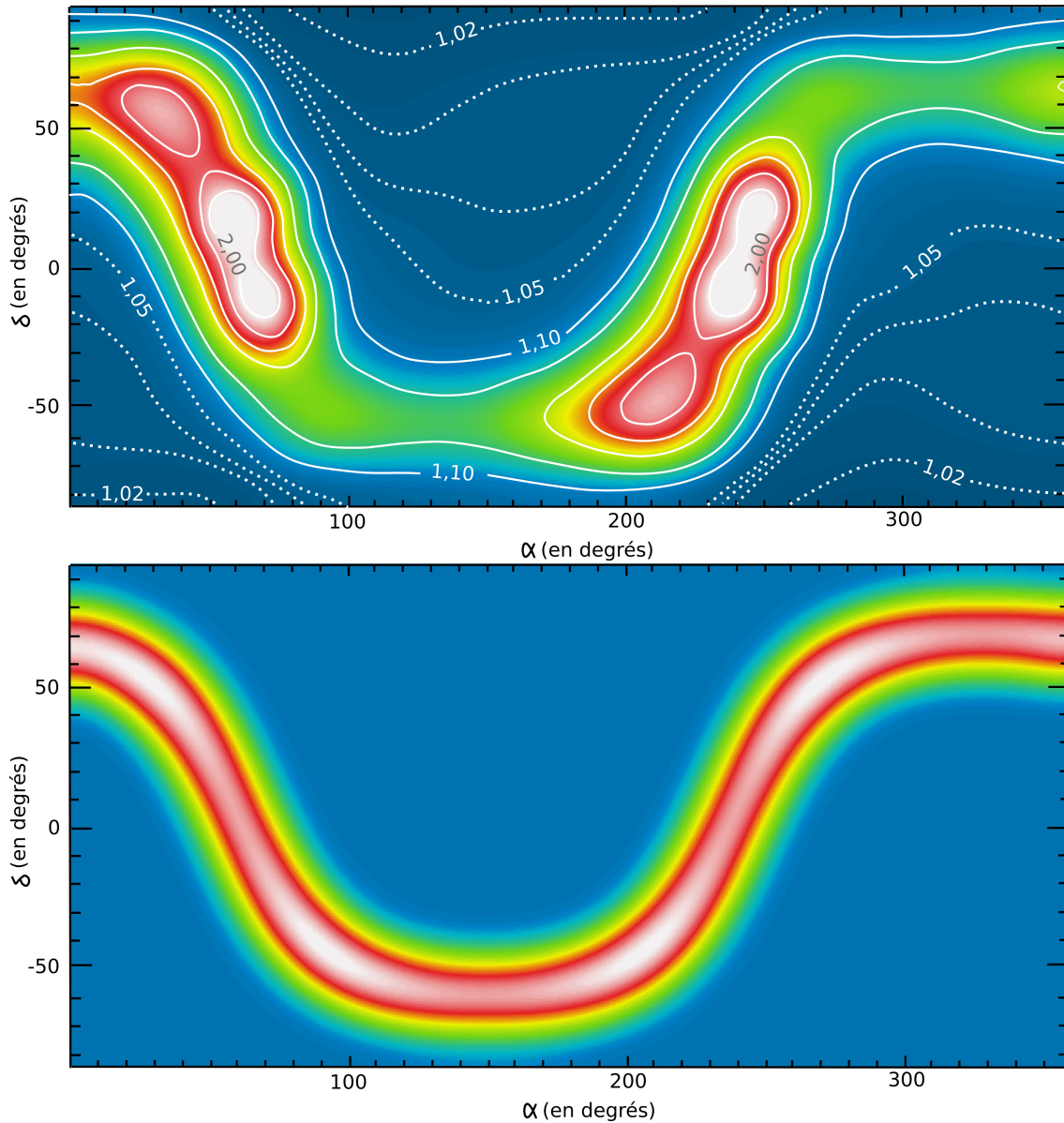


Figure 13.4 – En haut, la carte de χ^2 réduits des résidus des observations astrométriques en fonction de la direction de l’axe de rotation de 67P/Churyumov-Gerasimenko. En bas, une simulation de carte qui nous a permis de déterminer l’axe optimal. Celle-ci a été obtenue pour la direction d’axe ($\alpha = 150^\circ, \delta = 25^\circ$). La couleur bleue indique un χ^2 réduit faible qui augmente en allant vers la couleur blanche. Les courbes de niveau en traits pleins sont espacées de 0,1 alors que celles en pointillées sont espacées de 0,01.

La moyenne et l’écart-type de cette distribution nous fournissent une estimation de la masse et de son erreur qui sont $3,14 \times 10^{12} \pm 2,06 \times 10^{11}$ kg. On rappelle que l’erreur peut sembler faible mais elle est liée à l’erreur sur les mesures de taux de production ne prenant en compte que le rapport signal sur bruit (voir section 12.2.4) En considérant un volume de $30,58 \pm 0,94$ km³ (à partir de rayon moyen du noyau et de son incertitude donnés par Lamy et al. (2007)), on trouve une densité de 102 ± 9 km m⁻³. De même que pour la masse, l’erreur est faible du fait de la répercussion de la faible incertitude sur la masse. On rappelle aussi que la masse est inversement proportionnelle au paramètre η

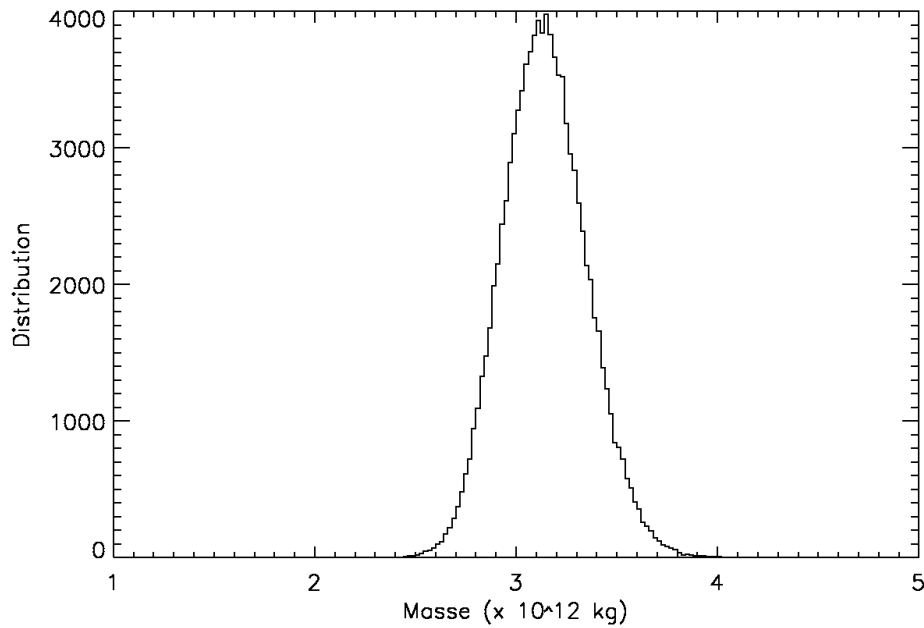


Figure 13.5 – Distribution de la masse de 67P/Churyumov-Gerasimenko obtenue par la méthode de Monte-Carlo sur 100 000 clones

introduit dans le calcul de la vitesse d'éjection du gaz. Nous avons adopté la valeur de 0,45 pour ce paramètre. Mais selon Crifo (1987), il peut varier dans l'intervalle de 0,39 à 0,50. Pour ces deux valeurs extrêmes, la masse et la densité seraient respectivement comprises entre $2,83 \times 10^{12}$ et $3,65 \times 10^{12}$ et entre 92 et 118 km m^{-3} .

Les estimations de la masse et de la densité antérieures à cette étude sont regroupées dans la table 13.3. On peut voir que nos résultats concordent avec ceux de Rickman et al. (1987) et Davidsson et Gutiérrez (2005). Il est néanmoins à noter que ce résultat mérite une exploration in situ puisque, à titre de comparaison, la neige poudreuse a une densité équivalente ($110 \pm 40 \text{ kg m}^{-3}$). *Rosetta* pourra donc répondre aux questions de la composition du noyau et de sa structure (rubble pile, noyau en strates... - voir chapitre 3). Nous devons noter que l'erreur sur le volume doit aussi être plus grande que celle annoncée car la forme est mal connue. Ainsi, si le volume est surestimé, la densité est sous-estimée.

Table 13.3 – Masses et densités estimées précédemment par d'autres auteurs

Auteur	Masse ($\times 10^{12}$ kg)	Densité (kg m^{-3})
Sosa et Fernández (2009)	15 ± 6	500 ± 200
Davidsson et Gutiérrez (2005)	3,5 – 21	100 - 600
Rickman et al. (1987)	$1 \leq M_C \leq 13$	-
Maquet et al. (2012b) (<i>in prep.</i>)	$3,14 \pm 0,206$	102 ± 9

Connaissant la masse M_C du noyau et les paramètres non-gravitationnels C_i/M_C , on

peut en déduire les fractions de zone active de chaque bande C_i et donc la fraction totale active du noyau. Ces résultats sont présentés dans la table 13.4. On remarque que la comète est plus active aux basses latitudes. La surface totale active sur le noyau s'élève à 5,28%. Ce résultat est compatible avec les déterminations de Lamy et al. (2007) et Davids-son et Gutiérrez (2005) trouvant respectivement 7% et une valeur comprise entre 2 et 11%.

Table 13.4 – Pourcentage de surface active

Bande	Surface sur le noyau (km ²)	Pourcentage sur la bande	Pourcentage sur le noyau
Calotte sud	9,23	5,66%	1,00%
Bande équatoriale	33,77	5,78%	3,74%
Calotte nord	9,23	3,08%	0,54%

La figure 13.6 représente les taux de production ajustés aux observations décrites en section 13.2.1. On constate que le maximum est atteint environ 20 jours après le périhélie. Cela est dû à la forme ellipsoïdale du noyau et à son axe de rotation spécifique engendrant des effets saisonniers.

13.2.5 Conclusion

Grâce à notre modèle, nous avons pu déterminer les paramètres physiques du noyau de 67P/Churyumov-Gerasimenko. Les résultats obtenus sont compatibles avec ceux obtenus par d'autres auteurs. Le fait d'appliquer notre modèle à plusieurs comètes valide notre méthode.

Le modèle du noyau de 67P est encore peu contraint à cause du manque de données d'observations au sol, cependant notre détermination de la position de l'axe de rotation est assez robuste, elle est proche des déterminations précédentes. Le pourcentage de surface active est aussi compatible avec les études précédentes, on peut cependant dire que la zone équatoriale sera plus active que les régions polaires.

Les observations de la sonde Rosetta vont nous donner des positions astrométriques très précises ainsi qu'un volume et une masse d'une précision sans précédent. On pourra ainsi mesurer les accélérations non gravitationnelles de la comète et notre modèle pourra être utilisé pour étudier finement le processus de dégazage des noyaux de comètes. Non seulement cela permettra d'affiner notre modèle mais surtout permettra de l'appliquer à l'immense majorité des comètes qui ne seront jamais survolées par des sondes spatiales.

En attendant, la prédiction de la masse de 67P/Churyumov-Gerasimenko est cruciale pour la préparation des manoeuvres de *Rosetta* et de l'atterrisseur.

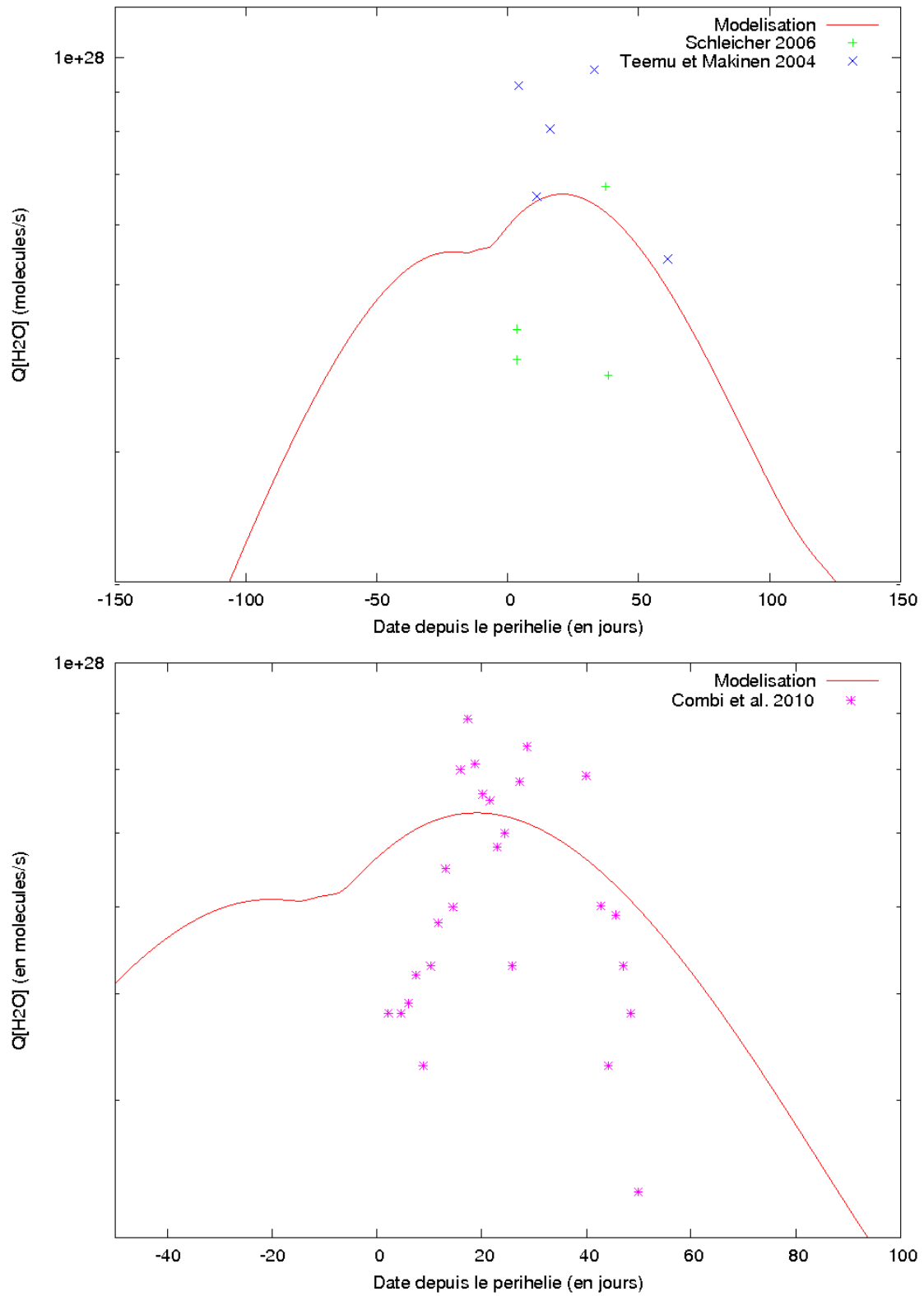


Figure 13.6 – Taux de production simulés comparés aux observations. En haut : le passage au périhélie de 1996 (17 janvier 1996), en bas : le passage au périhélie de 2009 (28 février 2009)

Chapitre 14

Perspectives et conclusions

Sommaire

14.1 Évolution du modèle de noyau	138
14.1.1 Mise en oeuvre de modèles thermiques évolués	138
14.1.2 Ajout du dégazage de CO	139
14.2 Utilisation d'autres types d'observations	139
14.2.1 Utilisation des vitesses d'éjection du gaz observées en radio	139
14.2.2 Utilisation des magnitudes pour l'obtention des taux de production d'eau	141
14.3 Nouvelles déterminations de masse et de densité	141
14.4 Identification d'anciens passages	141
14.4.1 Extension du domaine de validité des orbites et nouvel ajustement des données	141
14.4.2 Recherche dans les observations anciennes	142
14.5 Éphémérides globales	142
14.5.1 Prise en compte de données de grandes précisions (<i>GAIA</i> et <i>ALMA</i>)	142
14.5.2 Origine des corps parents des météores et prédiction des pluies	142
14.5.3 Les comètes peuvent aussi être des impacteurs terrestres	142
14.6 Conclusion	143

Dans ce chapitre, nous allons présenter les perspectives du travail mené en thèse. L'étude et la modélisation des forces non-gravitationnelles est complexe comme on a pu le voir dans les chapitres précédents. J'ai volontairement simplifié le problème de même que le type d'observations utilisées. Voici des pistes pour de futurs travaux pour être au plus près du modèle physique. Enfin, je montrerai quelles seront les applications pour un modèle permettant de prédire la position d'une comète de façon fiable quelques milliers d'années dans le passé.

14.1 Évolution du modèle de noyau

14.1.1 Mise en oeuvre de modèles thermiques évolués

Nous avons noté au cours de ce travail que les forces non-gravitationnelles sont directement liées au calcul du taux de production d'eau et donc à la température de surface du noyau. Durant cette thèse, nous avons pris en compte un modèle thermique simple pour le calcul de la température de surface du noyau. En effet, ce modèle suggère des noyaux cométaires lisses sans conduction de chaleur. Au premier ordre, ce modèle est

efficace. Cependant, dans un souci d'améliorer le calcul des forces non-gravitationnelles, je projette de prendre en compte des modèles plus évolués pour tenir compte des effets plus faibles tels que la conduction de la chaleur et la rugosité du noyau.

Par exemple, Groussin (2002) propose des modèles prenant en compte la conduction de la chaleur vers l'intérieur du noyau. Comme indiqué dans le chapitre 9, la rugosité du noyau entraîne une élévation de la température de leur sol. Cela est dû au fait que, autour d'un point du noyau, les parois environnantes absorbent le rayonnement réfléchi par ce point. Des modèles prenant en compte ce phénomène ont notamment été développés par Davidsson et Skorov (2002), Gutiérrez et al. (2001) ou encore Rodionov et al. (2002).

Le but sera alors de prendre en compte ces modèles afin d'étudier l'influence des effets de la conduction de chaleur et de la rugosité du noyau sur le calcul des forces non-gravitationnelles.

14.1.2 Ajout du dégazage de CO

Les noyaux cométaires sont composés de différentes espèces volatiles. L'eau est le composant principal. Néanmoins le monoxyde de carbone peut atteindre 20 % de la masse totale dans certaines comètes. Ce composant peut dégazer à de grandes distances héliocentriques (62,5 UA - voir chapitre 3). Il a déjà été remarqué pour plusieurs comètes, une activité au-delà de 3 UA où l'eau n'est plus censée se sublimer.

D'autre part, il est à remarquer que la prise en compte des effets non-gravitationnels dans l'intégration des équations du mouvement a contribué à améliorer de façon significative le calcul d'orbite de comètes. Cependant, malgré cela, il est toujours difficile de relier plus de quatre orbites de comète et donc de prédire à long terme leur mouvement.

Pour aller plus loin dans la modélisation des forces non-gravitationnelles et espérer pouvoir améliorer les prédictions de positions des comètes, nous avons pensé ajouter la contribution due au dégazage du monoxyde de carbone. Ainsi, le calcul d'orbite prendra en compte les effets non-gravitationnels à grandes distances héliocentriques. Il est probable que le dégazage du CO à de grandes distances héliocentriques peut être responsable de l'impossibilité d'ajuster toutes les orbites de certaines comètes. Lorsque la comète est près du Soleil (<3 UA) le dégazage du CO peut être absorbé lors de l'ajustement des forces non-gravitationnelles. Au-delà de 3 UA, il semble qu'il puisse engendrer des changements d'orbites.

La raffinement de notre méthode devra permettre d'ajuster l'ensemble des observations.

14.2 Utilisation d'autres types d'observations

14.2.1 Utilisation des vitesses d'éjection du gaz observées en radio

On a pu voir, dans le chapitre 9, que la masse de la comète est directement corrélée au paramètre η intervenant dans le calcul de la vitesse d'éjection du gaz. Pour pouvoir déterminer la masse du noyau de façon plus précise, nous avons besoin de connaître cette vitesse.

Lors des observations en radio des comètes (voir Fig. 14.1), il est possible de déduire la vitesse d'expansion de différentes espèces chimiques sous forme gazeuses dans la coma

(Colom et al., 1990). Cette vitesse est projetée sur la direction de la ligne de visée.

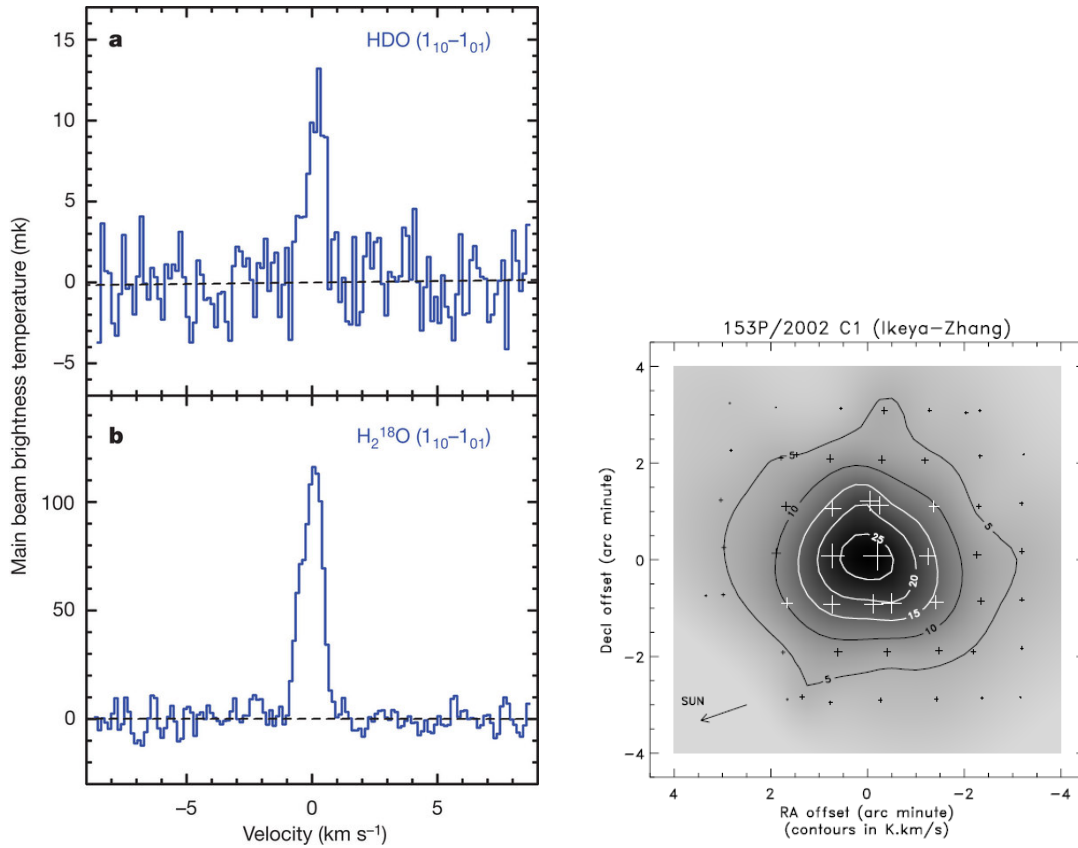


Figure 14.1 – À gauche : spectres résolus en vitesse pour la comète 103P/Hartley 2 (Hartogh et al., 2011). À droite : exemple d’une observation radio de l’eau faite avec le satellite *Odin* sur la comète 153P/2002 C1 (Ikeya-Zhang) le 22 avril 2002 (Lecacheux et al., 2003). L’intensité de la raie est donnée en K km/s (iso-contours de la carte). On pourra alors estimer la vitesse d’expansion du gaz.

En modélisant la vitesse d’expansion des gaz et en la comparant aux observations, nous serons capables de déterminer la vitesse d’éjection des gaz. On s’affranchira alors du paramètre η dans le calcul des forces non-gravitationnelles et donc dans le calcul de la masse. Cette étude nécessitera un modèle d’éjection du gaz pour pouvoir calculer de façon rigoureuse la vitesse du gaz dans la direction normale à la surface. En radio, on observe l’ensemble du halo de gaz s’échappant de la comète, on a donc tout un spectre de vitesses mesurées par effet Doppler qu’il va falloir rapporter à un modèle d’éjection. Le but étant de connaître au mieux la vitesse des gaz, indispensable au calcul de la quantité de mouvement, elle-même nécessaire pour une mesure explicite des forces non-gravitationnelles.

ALMA le nouvel interféromètre millimétrique va observer de nombreuses comètes, en mesurant à la fois la vitesse et la masse des gaz émis. On pourra aussi s’appuyer sur les données acquises au radiotélescope de Nançay.

14.2.2 Utilisation des magnitudes pour l'obtention des taux de production d'eau

Dans le chapitre 10, nous avons présenté la possibilité d'utiliser le paramètre $Af\rho$ (voir Jehin et al. (2011)) pour calculer les taux de production d'eau des comètes. Ainsi, j'adapterai la relation de Jorda et al. (1992) liant la magnitude de la comète au taux de dégazage d'eau. On rappelle, de plus, que le fait d'utiliser la photométrie d'ouverture permet de s'affranchir du biais instrumental.

On obtiendra ainsi des mesures régulières du taux de production d'eau pour toutes les comètes. Ce suivi n'est pas forcément évident en radio en raison de la faible activité des comètes.

14.3 Nouvelles déterminations de masse et de densité

En utilisant les améliorations décrites dans les sections précédentes, nous allons estimer plus précisément les forces non-gravitationnelles appliquées au noyau. Nous pourrions obtenir de meilleures déterminations de masse par ajustement du modèle dynamique et des taux de production.

Grâce à la détermination de masse, nous allons avoir accès à la densité des noyaux, le paramètre planétologique fondamental pour la compréhension de la nature des comètes. Cela va donner en particulier des informations sur sa structure interne. Le problème de la mesure de la densité est qu'il faut connaître le volume, qui, en dehors des survols de sondes spatiales, est difficile à obtenir. Les observations infrarouges permettent d'obtenir une section efficace à un moment donné, on peut alors calculer un rayon équivalent. Cette méthode est peu précise car le noyau est souvent loin d'être sphérique. Il faudra la combiner aux courbes de lumières pour obtenir un modèle en trois dimensions.

Il est à noter que les comètes sont des objets de faible masse. Ainsi, il est difficile, voire impossible, de déceler leur influence sur d'autres corps du système solaire. Le seul moyen est donc de quantifier les effets non-gravitationnels qu'elles subissent pour déduire leur masse.

14.4 Identification d'anciens passages

14.4.1 Extention du domaine de validité des orbites et nouvel ajustement des données

Les améliorations suggérées précédemment permettront d'étendre le domaine de validité des orbites cométaires. À l'heure actuelle, il n'est pas possible de relier plus de trois ou quatre orbites. En améliorant notre modèle dynamique, nous pensons pouvoir relier beaucoup plus d'orbites.

En reliant plus d'orbites, nous disposerons de plus de données pour effectuer un ajustement. Nous augmenterons donc la précision des paramètres physiques des comètes. De plus, en déterminant l'axe de rotation des comètes pour différentes périodes de révolution, nous pourrions étudier la stabilité de son axe.

14.4.2 Recherche dans les observations anciennes

En étendant le domaine de validité des orbites calculées, je pourrai aussi identifier des passages de comète bien antérieurs à ceux déjà connus. Le but de cette étude est donc de rechercher les passages les plus anciens pour certaines comètes périodiques. Ce genre d'étude a notamment déjà été effectuée sur la comète 153P/Ikeya-Zhang par Hasegawa et Nakano (2003).

14.5 Éphémérides globales

14.5.1 Prise en compte de données de grandes précisions (*GAIA* et *ALMA*)

Avec l'arrivée du télescope spatial *GAIA* ou de *ALMA*, il sera possible d'obtenir des données astrométriques de haute précision. L'apport de ces données permettra de raffiner le calcul des paramètres physiques des noyaux cométaires. Nous améliorerons donc de nouveau la détermination de la masse et donc de la densité. De plus, il sera possible de prédire les positions des comètes de façon très précises et ce sur le long terme.

De plus, des observations précises permettront de détecter des changements brusques d'activité, on peut ainsi espérer obtenir une meilleure idée de la position de l'axe de rotation avec la localisation des zones actives.

14.5.2 Origine des corps parents des météores et prédiction des pluies

Un météore est un phénomène lumineux accompagnant l'entrée dans l'atmosphère d'un météoroïde (objets du système solaire de taille micrométrique à centimétrique qui proviennent de collisions entre astéroïdes ou de poussières cométaires). Les poussières cométaires engendrent des courants de météoroïdes qui gravitent dans le système solaire et qui parfois entrent en collision avec la Terre formant ainsi des pluies météoritiques. La précision des prévisions de ces pluies dépendent intimement de la précision des orbites des corps parents, les comètes (Vaubaillon et al., 2011).

Une bonne connaissance de la répartition des poussières a un grand intérêt pour les agences spatiales pour prévenir de possibles impacts sur les satellites artificiels.

Une bonne connaissance des orbites cométaires permettra d'améliorer les prévisions des pluies de météores. De plus, un calcul d'orbite à long terme permettra de déterminer enfin l'origine des courants de météores qui sont encore observés aujourd'hui.

14.5.3 Les comètes peuvent aussi être des impacteurs terrestres

Des impacts de comètes sur des planètes ont déjà été observés. On se rappelle par exemple de l'impact de la comète Shoemaker-Levy 9 sur Jupiter survenu en juillet 1994. Cependant, il arrive parfois que notre propre planète entre en collision avec des comètes. Cela est arrivé le 30 juin 1908 en Sibérie à Tunguska (voir Fig. 14.2). Il est donc important de surveiller ces corps en les considérant comme des corps potentiellement dangereux (PHO en anglais : Potentially Hazardous Object).

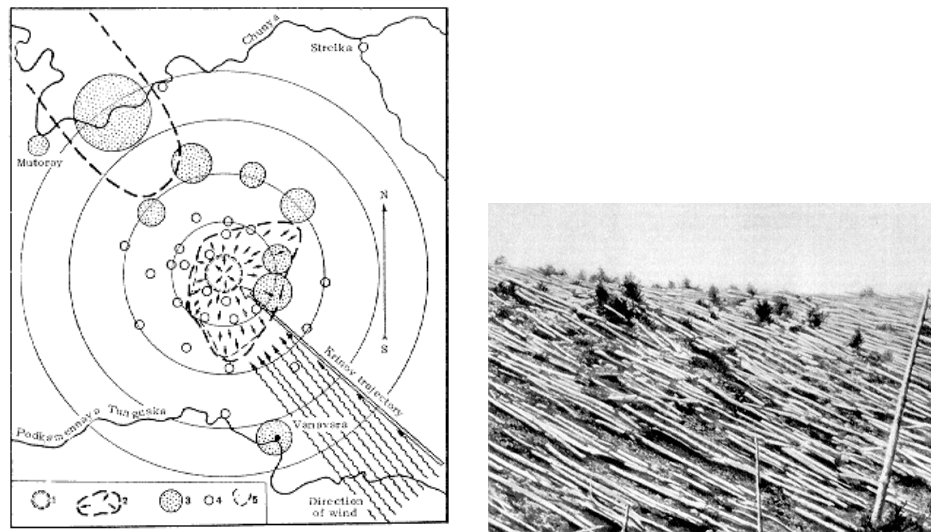


Figure 14.2 – Exemple de chute de comète à Tunguska en Sibérie. À gauche : la carte de la région, à droite : les arbres couchés par l’impact

Pour déterminer les probabilités d’impact d’un tel corps avec la Terre, on calcule une zone de l’espace dans lequel l’objet doit passer pour nous impacter de façon sûre. Cette zone est appelé trou de serrure ou keyhole (Bancelin, 2011). On applique une méthode de Monte-Carlo pour calculer des clones d’orbites de l’objet puis on calcule le nombre d’orbites passant dans le keyhole. On peut ainsi en déduire la probabilité d’impact. Le calcul du keyhole dépend du modèle dynamique employé.

Je me propose donc, dans le cas de mon modèle dynamique, d’explorer le concept de keyhole cométaire et de déterminer la probabilité d’impact des comètes avec les planètes du système solaire et en particulier la Terre.

14.6 Conclusion

J’ai présenté, dans ce manuscrit, mes travaux relatifs à une étude de la dynamique des comètes. Au-delà des forces de gravitation et des effets de relativité générale, ces corps subissent, à l’approche du Soleil, l’influence de la sublimation des glaces de surface entraînant des accélérations, certes faibles, mais perceptibles dans leur mouvement. Ces effets sont difficiles à modéliser du fait de leur faible intensité. C’est pourquoi, pendant longtemps, ils ont fait l’objet de modèles empiriques tels que ceux de Marsden (1969), de Marsden et al. (1973) ou encore de Yeomans et Chodas (1989). Il a fallu attendre le modèle de Sekanina (1993) pour avoir une première approche physique.

Dans une approche similaire à Sekanina (1993), j’ai développé un nouveau modèle physique pour la dynamique des comètes. Il se caractérise par sa simplicité et son efficacité. En effet, d’une part, le nombre de paramètres est restreint (même nombre de paramètres que Marsden et al. (1973)). D’autre part, les résidus obtenus après ajustement sont plus petits que ceux obtenus après ajustement du modèle de Marsden et al. (1973), toujours couramment employé pour l’établissement d’éphémérides.

Au-delà de la reproduction fidèle d’orbites, je peux, grâce à mon modèle, obtenir

les paramètres physiques des noyaux cométaires. De l'ajustement des positions astrométriques, on déduit la localisation et la fraction de surface active sur le noyau ainsi que l'accélération non-gravitationnelle. En évaluant les taux de production, on peut déduire les forces non-gravitationnelles et la masse de la comète. Ayant aussi constaté que les forces non-gravitationnelles dépendent de l'orientation de la comète dans l'espace, j'ai déterminé la direction de son axe de rotation. De plus, ce modèle constitue une nouvelle méthode pour le calcul d'éphémérides précises. L'étude sera, à terme, systématisée à la plupart des comètes.

J'ai appliqué mon modèle à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko. Pour ces deux objets, j'ai été en mesure de déterminer différents paramètres physiques du noyau. L'application de mon modèle à 19P/Borrelly a été particulièrement importante car ses paramètres physiques et dynamiques sont bien connus. Nos résultats sont cohérents avec les mesures spatiales.

Ce qui distingue 67P/Churyumov-Gerasimenko de 19P/Borrelly est le fait que cette comète n'a pas encore fait l'objet d'un survol. Son noyau n'est donc pas aussi bien connu. Pourtant, ces paramètres sont importants pour la mission *Rosetta*. La masse, en particulier, est primordiale pour la navigation de la sonde. Ce modèle pourra donc aider pour la détermination de paramètres physiques de noyaux cométaires pour cette mission et pour les futures missions spatiales.

Enfin, j'appliquerai ce modèle à toutes les comètes du système solaire pour lesquelles on possède une estimation de la taille.

Conclusion

J'ai présenté, dans ce manuscrit, mes travaux relatifs à une étude de la dynamique des comètes. Au delà des forces de gravitations et de relativité générale, ces corps subissent à l'approche du Soleil l'influence de la sublimation des glaces de surface entraînant des accélérations certes faibles mais perceptibles dans leur mouvement. Ces effets sont difficiles à modéliser du fait de leur faible intensité. C'est pourquoi pendant longtemps, ils ont fait l'objet de modèles empiriques tels que ceux de Marsden (1969), de Marsden et al. (1973) ou encore de Yeomans et Chodas (1989). Il a fallu attendre le modèle de Sekanina (1993) pour avoir une première approche physique.

Dans une approche similaire à Sekanina (1993), j'ai développé un nouveau modèle physique pour la dynamique des modèles. Il se caractérise par sa simplicité et son efficacité. En effet, d'une part, le nombre de paramètres est restreint (même nombre de paramètres que Marsden et al. (1973)). D'autre part, les résidus obtenus après ajustement sont plus petits que ceux obtenus après ajustement du modèle de Marsden et al. (1973) toujours couramment employé pour l'établissement d'éphémérides.

Au delà de la reproduction fidèle d'orbites, je peux grâce à mon modèle obtenir les paramètres physiques des noyaux cométaires. De l'ajustement des positions astrométriques, on déduit la localisation et la fraction de surface active sur le noyau ainsi que l'accélération non-gravitationnelle. En évaluant les taux de production, on peut déduire les forces non-gravitationnelles et la masse de la comète. Ayant aussi constaté que les forces non-gravitationnelles dépendent de l'orientation de la comète dans l'espace, j'ai déterminé la direction de son axe de rotation. De plus, ce modèle constitue une nouvelle méthode pour le calcul d'éphémérides précises. L'étude sera, à terme, systématisée à la plupart des comètes.

J'ai appliqué mon modèle à deux comètes : 19P/Borrelly et 67P/Churyumov-Gerasimenko. Pour ces deux objets, j'ai été en mesure de déterminer différents paramètres physiques du noyau. L'application de mon modèle à 19P/Borrelly a été particulièrement important car ses paramètres physiques et dynamiques sont bien connus. Nos résultats sont cohérents avec les mesures spatiales.

Ce qui distingue 67P/Churyumov-Gerasimenko de 19P/Borrelly est le fait que cette comète n'a pas encore fait l'objet d'un survol. Son noyau n'est donc pas aussi bien connu. Pourtant, ces paramètres sont importants pour la mission *Rosetta*. La masse, en particulier, est primordiale pour la navigation de la sonde. Ce modèle pourra donc aider pour la détermination de paramètres physiques de noyaux cométaire pour les futures missions spatiales.

Enfin, j'approfondirai prochainement ce travail en ajustant la vitesse d'éjection des molécules d'eau de la surface cométaire. Puis, j'ajouterai la contribution du dégazage de monoxyde de carbone responsable de l'activité des comètes à grande distance héliocentrique. Ainsi, nous pourrons prédire à long terme l'orbite des comètes. La méthode sera appliquée à d'autres comètes.

Annexes

Annexe A

Ajustement du modèle de Marsden

On a vu dans le chapitre 11, que pour ajuster un modèle dynamique, nous devons connaître les dérivées partielles des positions en fonction des paramètres du modèle. Dans le cas du modèle de Marsden et al. (1973), les paramètres se comptent au nombre de 9 : 3 composantes de position initiale (x_i avec $i=1,2,3$), 3 composantes de vitesse initiale (x_i avec $i=4,5,6$) et 3 paramètres non-gravitationnels A_i (voir chapitre 5). Pour pouvoir comparer notre modèle au modèle de Marsden et al. (1973), nous avons été amenés à calculer ces dérivées partielles. Leur expression des équations aux variations permettant ce calcul sont données dans cette annexe (voir chapitre 11 pour les notations).

Les équations variationnelles s'écrivent sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O & Id \\ G & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où les dérivées partielles sont :

- $A = \frac{dx_i}{dx_j^0}$: i allant de 1 à 3 et j de 1 à 3 (dérivées de la position en fonction de la position initiale)
- $B = \frac{dx_i}{dx_j^0}$: i allant de 1 à 3 et j de 4 à 6 (dérivées de la position en fonction de la vitesse initiale)
- $C = \frac{dx_i}{da_j}$: i allant de 1 à 3 et j de 4 à 6 (dérivées de la position en fonction des paramètres non-gravitationnels)
- $D = \frac{dx_i}{dx_j^0}$: i allant de 4 à 6 et j de 1 à 3 (dérivées de la vitesse en fonction de la position initiale)
- $E = \frac{dx_i}{dx_j^0}$: i allant de 4 à 6 et j de 4 à 6 (dérivées de la vitesse en fonction de la vitesse initiale)
- $F = \frac{dx_i}{da_j}$: i allant de 4 à 6 et j de 4 à 6 (dérivées de la vitesse en fonction des paramètres non-gravitationnels)
- Id est une matrice identité de taille 3×3

Seuls les éléments de A , B et C sont utiles dans l'ajustement mais les éléments de D , E et F sont primordiaux pour l'intégration des équations aux variations.

Les éléments de G sont les dérivées des équations du mouvement en fonction des composantes de la position de la comète. On distingue les éléments diagonaux de cette sous-matrice G des éléments non-diagonaux. Leurs expressions respectives sont :

Éléments diagonaux de \mathbf{G} ($i=4,5,6$) :

$$\begin{aligned}
\frac{dF_i}{dx_i} = & -\frac{kM_\odot}{r_h^3} + \frac{3kM_\odot x_{i-3}^2}{r_h^5} + \sum_{j=1}^9 km_j \left(-\frac{1}{\Delta_j^3} + 3 \frac{(X_{i-3}^{(j)} - x_{i-3})^2}{\Delta_j^5} \right) \\
& - \frac{3k^2}{c^2 r_h^5} \left[\frac{4k^2 x_{i-3}}{r_h} - v^2 x_{i-3} + 4(x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6) x_i \right] x_{i-3} \\
& + \frac{k^2}{c^2 r_h^3} \left[\frac{4k^2}{r_h} - \frac{4k^2 x_{i-3}^2}{r_h^3} - x_a^2 - x_b^2 + 3x_i^2 \right] \\
& - \frac{A_1}{r_h^3} (m+1) x_{i-3}^2 - \frac{A_1}{r_h} \left[\frac{1}{r_h^2 \left(1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n \right)} \ln \left(\frac{r}{r_0} \right)^n x_{i-3}^2 - 1 \right] \\
& - \frac{A_2}{h} \left[\frac{r_h x_i - r'_h x_{i-3}}{r_h^2} \left[m + \frac{\ln \left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n}{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n} \right] + \frac{B}{h^2} - \left(\frac{r'_h}{r_h^2} x_{i-3}^2 - r'_h \right) \right] \\
& - \frac{A_3}{h} (x_c x_d - x_e x_f) \left[\frac{m x_{i-3}}{r_h^2} + \frac{\left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n \ln x_{i-3}}{r_h^2 \left(1 + \left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n \right)} + \frac{B}{h^2} \right]
\end{aligned} \tag{A.2}$$

avec :

- si $i = 4$: $a = 5, b = 6, c = 2, d = 6, e = 3, f = 5$ et $B = x_1 x_6^2 + x_1 x_5^2 - x_3 x_4 x_6 - x_2 x_4 x_5$,
- si $i = 5$: $a = 4, b = 6, c = 3, d = 4, e = 6, f = 1$ et $B = x_2 x_6^2 + x_2 x_4^2 - x_1 x_4 x_5 - x_3 x_5 x_6$,
- si $i = 6$: $a = 4, b = 4, c = 1, d = 5, e = 2, f = 4$ et $B = x_3 x_4^2 + x_3 x_5^2 - x_1 x_4 x_6 - x_2 x_5 x_6$.

Δ_j est la distance planète comète et $X_{i-3}^{(j)}$ sont les coordonnées de la planète. v est la norme de la vitesse de la comète. A_i, m, n et l sont définis dans les équations du mouvement du modèle de Marsden et al. (1973) et $h = \|\mathbf{r}_h \wedge \mathbf{v}\|$. Enfin r'_h se calcule de la manière suivante :

$$r'_h = \frac{x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6}{r_h} \tag{A.3}$$

Éléments non-diagonaux de \mathbf{G} ($i=1,2,3$ et $j=4,5,6$) :

$$\begin{aligned}
\frac{dF_j}{dx_i} = & \frac{3kM_\odot x_i x_{j-3}}{r_h^5} + \sum_{t=1}^9 km_t \left(\frac{(X_{j-3}^{(t)} - x_{j-3})(X_i^{(t)} - x_i)}{\Delta_t^5} \right) \\
& + \frac{k^2}{c^2 r_h^3} \left[\left(\frac{4k^2}{r_h^3} x_{j-3} x_i + 4x_j x_{i+3} \right) - \frac{3}{r_h^2} \left(\frac{4k^2 x_{j-3}}{r_h} - v^2 x_{j-3} + 4(x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6) x_j \right) x_i \right] \\
& - \frac{A_1}{r_h^3} x_{j-3} x_i \left[\frac{\ln \left(\frac{r}{r_0} \right)^n}{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n} + m + 1 \right] \\
& - \frac{A_2}{hr_h^2} (r_h x_j - r'_h x_{j-3}) x_i \left[m + \frac{\ln \left(\frac{r}{r_0} \right)^n}{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n} + \frac{r_h^2}{h^2} B \right] \\
& + \frac{A_2}{hr_h^2} [r_h x_i x_j - (r_h x_{i+3} - r'_h x_i) x_{i-3}] \\
& - \frac{A_3}{hr_h^2} (x_c x_d - x_e x_f) \left[m + \frac{\left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n \ln}{1 + \left(\frac{r_h}{r_0} \right)^n} \right] + \frac{A_3}{h} \left[x_p - \frac{x_c x_d - x_e x_f}{h^2} B \right]
\end{aligned} \tag{A.4}$$

avec :

- si $j = 4 : c = 2, d = 6, e = 3, f = 5$
 - si $i = 2 : p = 2$ et $B = x_2x_6^2 + x_2x_4^2 - x_1x_4x_5 - x_3x_5x_6$
 - si $i = 3 : p = 5$ et $B = x_3x_4^2 + x_3x_5^2 - x_1x_4x_6 - x_2x_5x_6$
- si $j = 5 : c = 3, d = 4, e = 6, f = 1$ et $B = x_2x_6^2 + x_2x_4^2 - x_1x_4x_5 - x_3x_5x_6,$
 - si $i = 2 : p = 6$ et $B = x_1x_6^2 + x_1x_5^2 - x_3x_4x_6 - x_2x_4x_5$
 - si $i = 3 : p = 4$ et $B = x_3x_4^2 + x_3x_5^2 - x_1x_4x_6 - x_2x_5x_6$
- si $j = 6 : c = 1, d = 5, e = 2, f = 4$ et $B = x_3x_4^2 + x_3x_5^2 - x_1x_4x_6 - x_2x_5x_6.$
 - si $i = 2 : p = 5$ et $B = x_1x_6^2 + x_1x_5^2 - x_3x_4x_6 - x_2x_4x_5$
 - si $i = 3 : p = 4$ et $B = x_2x_6^2 + x_2x_4^2 - x_1x_4x_5 - x_3x_5x_6$

Les éléments de K sont les dérivées des équations du mouvement en fonction des composantes de la vitesse de la comète. On distingue les éléments diagonaux de cette sous-matrice K des éléments non-diagonaux. Leurs expressions respectives sont :

Éléments diagonaux de K ($i=4,5,6$) :

$$\begin{aligned} \frac{dF_i}{dx_i} &= \frac{k^2}{c^2 r_h^3} (6x_i x_{i-3} + 4x_c x_d + 4x_e x_f) \\ &\quad \frac{A_2}{h} \left(r_h - \frac{x_{i-3}^2}{r_h} - \frac{A_2}{h^3} (r_h x_i - r'_h x_{i-3}) B \right) \\ &\quad \frac{A_3}{h^3} (x_o x_p - x_q x_r) B \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

avec :

- si $i = 4 : c = 2, d = 5, e = 3, f = 6, o = 2, p = 6, q = 3, r = 5$ et $B = x_4x_3^2 + x_4x_2^2 - x_1x_3x_6 - x_1x_2x_5,$
- si $i = 5 : c = 1, d = 4, e = 3, f = 6, o = 3, p = 4, q = 6, r = 1$ et $B = x_5x_3^2 + x_5x_1^2 - x_2x_3x_6 - x_1x_2x_4,$
- si $i = 6 : c = 1, d = 4, e = 2, f = 5, o = 1, p = 5, q = 2, r = 4$ et $B = x_6x_2^2 + x_6x_1^2 - x_1x_3x_5 - x_1x_3x_3.$

Éléments non-diagonaux de K ($i=4,5,6$ et $j=4,5,6$) :

$$\begin{aligned} \frac{dF_j}{dx_i} &= \frac{k^2}{c^2 r_h^3} (-2x_i x_{j-3} + 4x_{i_3} x_j) \\ &\quad \frac{A_2}{h} \frac{x_{i-3} x_{j-3}}{r_h} - \frac{A_2}{h^3} (r_h x_j - r'_h x_{j-3}) B \\ &\quad \frac{A_3}{h^3} x_p - \frac{A_3}{h^3} (x_c x_d - x_e x_f) B \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

avec :

- si $j = 4 : c = 2, d = 6, e = 3, f = 5$
 - si $i = 5 : p = 3$ et $B = x_5x_3^2 + x_5x_1^2 - x_2x_3x_6 - x_1x_2x_4$
 - si $i = 6 : p = 2$ et $B = x_6x_1^2 + x_6x_2^2 - x_1x_3x_4 - x_2x_3x_5$
- si $j = 5 : c = 3, d = 4, e = 6, f = 1$
 - si $i = 4 : p = 3$ et $B = x_4x_3^2 + x_4x_2^2 - x_1x_3x_6 - x_1x_2x_5$
 - si $i = 6 : p = 1$ et $B = x_6x_1^2 + x_6x_2^2 - x_1x_3x_4 - x_2x_3x_5$
- si $j = 6 : c = 1, d = 5, e = 2, f = 4$
 - si $i = 4 : p = 2$ et $B = x_4x_2^2 + x_4x_3^2 - x_1x_3x_6 - x_1x_2x_5$
 - si $i = 5 : p = 1$ et $B = x_5x_1^2 + x_5x_3^2 - x_2x_3x_6 - x_1x_2x_4$

Enfin, les éléments de W sont les dérivées des équations du mouvement en fonction des paramètres non-gravitationnels. Leurs expressions sont les suivantes ($i=4,5,6$) :

$$\frac{dF_j}{da_1} = \frac{g(r_h)}{r_h} x_{i-3} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{dF_j}{da_2} = \frac{g(r_h)}{h} (r_h x_i - r'_h x_{i-3}) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{dF_j}{da_1} = \frac{g(r_h)}{h} (x_c x_d - x_e x_f) \quad (\text{A.9})$$

avec :

- si $i = 4$: $c = 2$, $d = 6$, $e = 3$ et $f = 5$,
- si $i = 5$: $c = 3$, $d = 4$, $e = 6$ et $f = 1$,
- si $i = 6$: $c = 1$, $d = 5$, $e = 2$ et $f = 4$.

Annexe B

Compilation des taux de production utilisés

B.1 19P/Borrelly

Les observations de taux de production d'eau utilisés pour la détermination de la masse sont présentées ici. Les lettres correspondent chacune à un auteur :

- (a) : Fink (2009)
- (b) : Bockelée-Morvan et al. (2004a)
- (c) : Lecacheux et al. (2003)
- (d) : Schleicher et al. (2003)
- (e) : Combi et al. (2011)

Date	Q_{H_2O} ($\times 10^{28}$)	$\sigma_{Q_{H_2O}}$ ($\times 10^{28}$)	Auteur	Date	Q_{H_2O} ($\times 10^{28}$)	$\sigma_{Q_{H_2O}}$ ($\times 10^{28}$)	Auteur
2449389,50	3,86	1,16	(a)	2452174,50	5,86	0,83	(e)
2449607,50	1,65	0,33	(b)	2452175,50	5,24	1,30	(e)
2449620,50	3,08	0,33	(a)	2452175,50	3,30	0,60	(c)
2449626,85	1,28	1,29	(a)	2452176,50	5,14	0,73	(e)
2449627,00	3,01	1,12	(b)	2452177,50	5,35	3,50	(e)
2449628,90	1,81	1,18	(a)	2452178,50	5,29	2,60	(e)
2449631,50	2,53	0,44	(b)	2452179,50	5,06	4,70	(e)
2449666,85	1,94	1,13	(a)	2452180,50	4,97	4,60	(e)
2449666,94	2,08	1,13	(a)	2452181,50	5,25	3,50	(e)
2449688,50	2,13	0,64	(a)	2452182,50	5,22	3,20	(e)
2449689,50	1,90	0,57	(a)	2452183,50	5,19	2,50	(e)
2449752,71	0,18	0,11	(a)	2452184,50	5,36	1,80	(e)
2449752,75	0,20	0,11	(a)	2452185,50	5,22	2,60	(e)
2449752,82	0,17	0,11	(a)	2452186,50	5,31	2,00	(e)
2449752,85	0,19	0,11	(a)	2452187,50	4,84	3,00	(e)
2449754,63	0,13	0,11	(a)	2452188,50	5,13	2,70	(e)
2449754,67	0,15	0,11	(a)	2452189,50	5,08	2,70	(e)
2449754,69	0,14	0,11	(a)	2452190,50	5,56	2,30	(e)
2449754,73	0,17	0,11	(a)	2452191,50	4,69	2,80	(e)
2452095,50	3,28	3,20	(e)	2452192,50	4,96	2,40	(e)
2452096,50	3,37	3,00	(e)	2452193,50	4,24	3,10	(e)
2452097,50	3,45	2,60	(e)	2452194,50	4,32	2,80	(e)
2452098,50	3,24	3,00	(e)	2452195,50	4,37	2,80	(e)

Date	Q_{H_2O}	$\sigma_{Q_{H_2O}}$	Auteur	Date	Q_{H_2O}	$\sigma_{Q_{H_2O}}$	Auteur
2452099,50	3,06	3,00	(e)	2452196,50	4,58	2,10	(e)
2452100,50	3,12	2,60	(e)	2452197,50	3,99	2,50	(e)
2452101,50	2,96	3,40	(e)	2452198,50	4,21	1,80	(e)
2452102,50	3,22	3,40	(e)	2452199,50	3,49	3,50	(e)
2452103,50	3,56	2,90	(e)	2452200,50	3,77	2,60	(e)
2452104,50	3,08	3,00	(e)	2452200,92	1,38	1,15	(e)
2452105,50	3,15	3,10	(e)	2452200,93	1,31	1,12	(e)
2452106,50	3,20	2,80	(e)	2452200,95	1,28	1,12	(e)
2452107,50	3,24	2,90	(e)	2452200,96	1,23	1,12	(e)
2452108,50	3,43	2,50	(e)	2452201,50	3,55	2,40	(e)
2452109,50	3,71	2,20	(e)	2452202,50	3,54	2,00	(e)
2452110,50	3,77	2,50	(e)	2452203,50	3,03	2,70	(e)
2452111,50	4,17	2,20	(e)	2452204,50	2,92	2,20	(e)
2452112,50	4,54	1,40	(e)	2452205,50	3,12	3,10	(e)
2452113,50	3,92	2,80	(e)	2452206,50	3,27	2,70	(e)
2452114,50	3,97	2,70	(e)	2452207,50	2,90	3,20	(e)
2452115,50	3,93	2,50	(e)	2452208,50	3,23	2,90	(e)
2452116,00	1,20	0,22	(b)	2452209,50	3,25	2,50	(e)
2452116,50	3,56	2,40	(e)	2452210,50	3,51	2,10	(e)
2452117,50	3,31	4,90	(e)	2452211,50	3,81	1,60	(e)
2452117,96	1,86	1,51	(d)	2452212,50	4,20	1,10	(e)
2452118,50	3,54	4,20	(e)	2452213,50	3,53	2,00	(e)
2452118,95	3,02	1,51	(d)	2452214,50	3,99	1,40	(e)
2452119,50	3,30	5,40	(e)	2452215,50	2,99	2,00	(e)
2452120,50	3,51	5,20	(e)	2452216,50	3,09	1,90	(e)
2452121,50	3,28	5,90	(e)	2452217,50	3,28	1,60	(e)
2452122,50	3,39	5,90	(e)	2452218,50	3,24	1,20	(e)
2452123,50	3,06	4,60	(e)	2452218,50	2,30	0,40	(c)
2452124,50	3,66	3,90	(e)	2452219,50	2,46	1,10	(e)
2452125,50	3,68	3,80	(e)	2452220,50	2,41	0,75	(e)
2452126,50	4,03	3,70	(e)	2452221,50	2,56	2,90	(e)
2452127,50	4,42	3,30	(e)	2452222,50	2,77	2,80	(e)
2452128,50	6,17	3,10	(e)	2452223,50	1,84	2,20	(e)
2452129,50	7,14	3,80	(e)	2452224,50	1,81	2,30	(e)
2452130,00	1,60	0,33	(b)	2452225,50	1,88	2,00	(e)
2452130,50	8,27	5,00	(e)	2452226,50	1,97	1,90	(e)
2452131,50	9,39	6,60	(e)	2452227,50	2,03	3,30	(e)
2452132,50	5,06	2,30	(e)	2452227,93	0,61	0,11	(d)
2452133,50	5,22	2,80	(e)	2452227,94	0,58	0,11	(d)
2452134,50	5,36	2,70	(e)	2452227,95	0,57	0,11	(d)
2452135,50	5,51	2,70	(e)	2452228,50	2,12	2,80	(e)
2452136,50	5,60	2,40	(e)	2452228,91	0,61	0,11	(d)
2452137,50	5,28	2,90	(e)	2452228,92	0,66	0,11	(d)
2452138,50	5,86	1,70	(e)	2452228,93	0,57	0,11	(d)
2452139,50	7,88	4,70	(e)	2452228,94	0,64	0,11	(d)
2452140,50	7,42	4,20	(e)	2452229,50	2,22	2,50	(e)
2452140,50	2,60	0,55	(b)	2452230,50	2,20	2,10	(e)
2452141,50	6,84	3,60	(e)	2452231,50	1,98	2,70	(e)
2452142,50	6,47	3,30	(e)	2452232,50	2,09	1,50	(e)

Date	Q_{H_2O}	$\sigma_{Q_{H_2O}}$	Auteur	Date	Q_{H_2O}	$\sigma_{Q_{H_2O}}$	Auteur
2452143,50	5,72	3,50	(e)	2452233,50	2,01	1,60	(e)
2452144,50	5,55	3,30	(e)	2452234,50	1,99	1,40	(e)
2452144,94	2,19	1,15	(e)	2452235,50	1,93	2,70	(e)
2452144,95	2,14	1,20	(e)	2452236,50	2,24	2,40	(e)
2452147,50	5,35	3,50	(e)	2452237,50	2,04	1,70	(e)
2452148,50	5,24	3,10	(e)	2452238,50	2,37	1,50	(e)
2452149,50	5,12	3,90	(e)	2452239,50	2,67	1,80	(e)
2452149,50	2,50	0,44	(b)	2452240,50	3,11	1,50	(e)
2452151,50	4,86	1,10	(e)	2452241,50	1,53	1,60	(e)
2452152,50	4,91	10,0	(e)	2452242,50	1,42	1,50	(e)
2452153,50	4,90	60,0	(e)	2452243,50	1,46	1,70	(e)
2452154,50	5,01	5,40	(e)	2452244,50	1,63	1,40	(e)
2452155,50	5,52	4,00	(e)	2452245,50	1,61	1,50	(e)
2452156,50	5,67	3,30	(e)	2452246,50	1,66	1,20	(e)
2452157,50	5,88	2,10	(e)	2452247,50	1,45	1,40	(e)
2452158,50	6,00	1,40	(e)	2452248,50	1,43	1,10	(e)
2452159,50	6,05	1,10	(e)	2452249,50	1,53	1,10	(e)
2452160,50	6,02	0,44	(e)	2452250,50	1,65	1,00	(e)
2452161,50	6,52	2,00	(e)	2452251,50	1,85	0,91	(e)
2452162,50	6,91	1,20	(e)	2452252,50	2,09	0,70	(e)
2452163,50	5,98	2,50	(e)	2452253,50	1,65	2,60	(e)
2452164,50	5,83	1,90	(e)	2452254,50	2,04	1,80	(e)
2452165,50	6,04	2,40	(e)	2452255,50	1,41	3,90	(e)
2452166,50	5,98	2,00	(e)	2452256,50	1,46	4,20	(e)
2452167,50	6,23	2,10	(e)	2452256,86	0,30	0,12	(d)
2452168,50	6,22	1,60	(e)	2452256,87	0,31	0,12	(d)
2452169,50	6,37	2,00	(e)	2452256,88	0,26	0,12	(d)
2452170,50	6,50	1,50	(e)	2452256,89	0,26	0,12	(d)
2452170,91	2,75	1,17	(d)	2452257,50	1,50	3,70	(e)
2452170,93	2,63	1,12	(d)	2452258,50	1,85	2,40	(e)
2452171,50	6,25	1,70	(e)	2452259,50	1,74	2,40	(e)
2452171,92	2,40	1,15	(d)	2452260,50	1,96	2,30	(e)
2452171,93	2,57	1,12	(d)	2452261,50	2,13	1,80	(e)
2452171,94	2,51	1,12	(d)	2452262,50	2,68	1,50	(e)
2452171,95	2,45	1,15	(d)	2452285,88	0,11	1,23	(d)
2452171,96	2,45	1,12	(d)	2452285,90	0,10	0,11	(d)
2452172,50	6,63	1,10	(e)	2452285,92	0,08	0,12	(d)
2452173,50	5,68	1,60	(e)				

B.2 ^{67}P /Churyumov-Gerasimenko

Les observations de taux de production d'eau utilisées pour la détermination de la masse sont présentées ici. Les lettres correspondent chacune à un auteur :

- (a) : Schleicher (2006)
- (b) : Mäkinen (2004)
- (c) : Combi et al. (2010)

Date	Q_{H_2O} ($\times 10^{27}$)	$\sigma_{Q_{H_2O}}$ ($\times 10^{27}$)	Auteur	Date	Q_{H_2O} ($\times 10^{27}$)	$\sigma_{Q_{H_2O}}$ ($\times 10^{27}$)	Auteur
2450040,70	1,74	1,42	(a)	2454905,36	6,00	1,80	(c)
2450103,62	4,37	1,20	(a)	2454906,78	8,00	2,40	(c)
2450103,63	3,98	1,20	(a)	2454908,20	8,90	2,67	(c)
2450104,38	9,19	1,11	(b)	2454909,61	8,10	2,43	(c)
2450111,22	6,55	0,84	(b)	2454911,03	7,60	2,28	(c)
2450116,30	8,06	0,68	(b)	2454912,45	7,50	2,25	(c)
2450133,35	9,65	1,69	(b)	2454913,85	6,80	2,04	(c)
2450137,62	6,76	1,17	(a)	2454915,27	7,00	2,10	(c)
2450138,65	3,80	1,17	(a)	2454916,69	5,30	1,59	(c)
2450161,25	5,41	1,68	(b)	2454918,10	7,80	2,34	(c)
2450187,71	1,25	0,13	(a)	2454919,52	8,40	2,52	(c)
2454893,03	4,80	1,44	(c)	2454930,85	7,90	2,37	(c)
2454895,45	4,80	1,44	(c)	2454932,27	11,1	3,33	(c)
2454896,86	4,90	1,47	(c)	2454933,68	6,01	1,80	(c)
2454898,28	5,20	1,56	(c)	2454935,10	4,30	1,29	(c)
2454899,70	4,30	1,29	(c)	2454936,51	5,90	1,77	(c)
2454901,11	5,30	1,59	(c)	2454937,92	5,30	1,59	(c)
2454902,53	5,80	1,74	(c)	2454939,34	4,80	1,44	(c)
2454903,95	6,50	1,95	(c)	2454940,76	3,30	0,99	(c)

Bibliographie

- M. F. A'Hearn. Comets as Building Blocks. *ARA&A*, 49 :281–299, September 2011. doi : 10.1146/annurev-astro-081710-102506.
- M. F. A'Hearn, D. G. Schleicher, R. L. Millis, P. D. Feldman, and D. T. Thompson. Comet Bowell 1980b. *AJ*, 89 :579–591, April 1984. doi : 10.1086/113552.
- K. Aksnes and E. Mysen. Nongravitational Forces on Comets : An Extension of the Standard Model. *AJ*, 142 :81, September 2011. doi : 10.1088/0004-6256/142/3/81.
- D. Bancelin. *Étude de la dynamique des astéroïdes géocroiseurs. Application à (99942)Aphos*. PhD thesis, IMCCE, 2011.
- M. J. S. Belton, P. Thomas, J. Veverka, P. Schultz, M. F. A'Hearn, L. Feaga, T. Farnham, O. Groussin, J.-Y. Li, C. Lisse, L. McFadden, J. Sunshine, K. J. Meech, W. A. Delamere, and J. Kissel. The internal structure of Jupiter family cometary nuclei from Deep Impact observations : The « talps » or « layered pile » model. *Icarus*, 191 :573–585, 2007. doi : 10.1016/j.icarus.2006.09.033.
- J. Berthier. Définitions relatives aux éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire. Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes, S061., 1998.
- F. W. Bessel. Bemerkungen über mögliche Unzulänglichkeit der die Anziehungen allein berücksichtigenden Theorie der Kometen. Von Herrn Geheimen-Rath u Ritter Bessel. *Astronomische Nachrichten*, 13 :345–+, June 1836.
- G. Beutler. *Methods of celestial mechanics. Vol. I : Physical, mathematical, and numerical principles*. 2005.
- F. Biraud, G. Bourgois, J. Crovisier, R. Fillit, E. Gerard, and I. Kazes. OH Observation of Comet Kohoutek (1973f) at 18 CM Wavelength. *A&A*, 34 :163, August 1974.
- N. Biver, H. Rauer, D. Despois, R. Moreno, G. Paubert, D. Bockelée-Morvan, P. Colom, J. Crovisier, E. Gérard, and L. Jorda. Substantial outgassing of CO from comet Hale-Bopp at large heliocentric distance. *Nature*, 380 :137–139, March 1996. doi : 10.1038/380137a0.
- D. Bockelée-Morvan, N. Biver, P. Colom, J. Crovisier, F. Henry, A. Lecacheux, J. K. Davies, W. R. F. Dent, and H. A. Weaver. The outgassing and composition of Comet 19P/Borrelly from radio observations. *Icarus*, 167 :113–128, January 2004a. doi : 10.1016/j.icarus.2003.04.001.
- D. Bockelée-Morvan, J. Crovisier, M. J. Mumma, and H. A. Weaver. *The composition of cometary volatiles*, pages 391–423. 2004b.

- D. T. Britt, D. C. Boice, B. J. Buratti, M. D. Hicks, R. M. Nelson, J. Oberst, B. R. Sandel, L. A. Soderblom, S. A. Stern, and N. Thomas. The Geology of Comet 19/P Borrelly. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 33 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 1686, March 2002.
- C. G. Broyden. The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms. *Journal of the Institute of Mathematics and Its Application*, 6 :76–90, 1970.
- B. J. Buratti, M. D. Hicks, L. A. Soderblom, D. Britt, J. Oberst, and J. K. Hillier. Deep Space 1 photometry of the nucleus of Comet 19P/Borrelly. *Icarus*, 167 :16–29, January 2004. doi : 10.1016/j.icarus.2003.05.002.
- S. R. Chesley. An Estimate of the Spin Axis of Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #36*, volume 36 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1118, November 2004.
- P. Colom, E. Gérard, and J. Crovisier. A Study of the Non-Gravitational Forces on Comet Halley Nucleus from the Observations of the OH Radio Lines. In C. I. Lagerkvist, H. Rickman, & B. A. Lindblad, editor, *Asteroids, Comets, Meteors III*, page 293, 1990.
- G. Colombo, F. A. Franklin, and C. M. Munford. Saturn's Rings. *AJ*, 73 :111, March 1968. doi : 10.1086/110607.
- M. R. Combi and A. H. Delsemme. Neutral cometary atmospheres. I - an average random walk model for photodissociation in comets. *ApJ*, 237 :633–640, April 1980. doi : 10.1086/157909.
- M. R. Combi, J.-L. Bertaux, E. Quemerais, and J. T. T. Maekinen. Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko. *IAU Circ.*, 9121 :2, March 2010.
- M. R. Combi, Y. Lee, T. S. Patel, J. T. T. Mäkinen, J.-L. Bertaux, and E. Quémerais. SOHO/SWAN Observations of Short-period Spacecraft Target Comets. *AJ*, 141 :128, April 2011. doi : 10.1088/0004-6256/141/4/128.
- J. F. Crifo. Improved gas-kinetic treatment of cometary water sublimation and recondensation - Application to comet P/Halley. *A&A*, 187 :438–450, November 1987.
- J. Crovisier and T. Encrenaz. *Comet Science*. March 2000.
- B. J. R. Davidsson and P. J. Gutiérrez. Estimating the nucleus density of Comet 19P/Borrelly. *Icarus*, 168 :392–408, April 2004. doi : 10.1016/j.icarus.2003.11.009.
- B. J. R. Davidsson and P. J. Gutiérrez. Nucleus properties of Comet 67P/Churyumov Gerasimenko estimated from non-gravitational force modeling. *Icarus*, 176 :453–477, August 2005. doi : 10.1016/j.icarus.2005.02.006.
- B. J. R. Davidsson and Y. V. Skorov. On the Light-Absorbing Surface Layer of Cometary Nuclei II. Thermal Modeling. *Icarus*, 159 :239–258, September 2002. doi : 10.1006/icar.2002.6912.
- A. H. Delsemme. Chemical composition of cometary nuclei. In L. L. Wilkening, editor, *IAU Colloq. 61 : Comet Discoveries, Statistics, and Observational Selection*, pages 85–130, 1982.

- A. H. Delsemme and D. C. Miller. Physico-chemical phenomena in comets III : the continuum of comet Burnham (1960 II). *Planet. Space Sci.*, 19 :1229–1257, October 1971. doi : 10.1016/0032-0633(71)90180-2.
- B. Donn and D. Hughes. A fractal model of a cometary nucleus formed by random accretion. In B. Battrick, E. J. Rolfe, & R. Reinhard, editor, *ESLAB Symposium on the Exploration of Halley's Comet*, volume 250 of *ESA Special Publication*, pages 523–524, December 1986.
- A. Enzian, H. Cabot, and J. Klinger. A 2 1/2 D thermodynamic model of cometary nuclei. I. Application to the activity of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1. *A&A*, 319 :995–1006, March 1997.
- L. Fairhead and P. Bretagnon. An analytical formula for the time transformation TB-TT. *A&A*, 229 :240–247, March 1990.
- F. P. Fanale and J. R. Salvail. An idealized short-period comet model - Surface insolation, H₂O flux, dust flux, and mantle evolution. *Icarus*, 60 :476–511, December 1984. doi : 10.1016/0019-1035(84)90157-X.
- T. L. Farnham and A. L. Cochran. A McDonald Observatory Study of Comet 19P/Borrelly : Placing the Deep Space 1 Observations into a Broader Context. *Icarus*, 160 :398–418, December 2002. doi : 10.1006/icar.2002.6969.
- M. C. Festou, H. Rickman, and R. M. West. Comets. I - Concepts and observations. *A&A Rev.*, 4 :363–447, April 1993. doi : 10.1007/BF00872944.
- U. Fink. A taxonomic survey of comet composition 1985-2004 using CCD spectroscopy. *Icarus*, 201 :311–334, May 2009. doi : 10.1016/j.icarus.2008.12.044.
- R. Fletcher. A New Approach to Variable Metric Algorithms. *Computer Journal*, 13 : 317–322, 1970.
- C. Froeschle and H. Rickman. Model calculations of nongravitational forces on short-period comets. I - Low-obliquity case. II - High-obliquity case. *A&A*, 170 :145–166, December 1986.
- D. Goldfarb. A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means. *Mathematics of Computation*, 24 :23–26, 1970.
- T. I. Gombosi and H. L. F. Houpis. *Icy-gluce model of cometary nuclei*. 1986.
- O. Groussin. *Cometary nuclei and their activity processes*. PhD thesis, Laboratoire d'Astrophysique de Marseille, 2002.
- O. Groussin, M. F. A'Hearn, J.-Y. Li, P. C. Thomas, J. M. Sunshine, C. M. Lisse, K. J. Meech, T. L. Farnham, L. M. Feaga, and W. A. Delamere. Surface temperature of the nucleus of Comet 9P/Tempel 1. *Icarus*, 191 :63–72, 2007. doi : 10.1016/j.icarus.2006.08.031.
- P. J. Gutiérrez, J. L. Ortiz, R. Rodrigo, and J. J. López-Moreno. Effects of irregular shape and topography in thermophysical models of heterogeneous cometary nuclei. *A&A*, 374 : 326–336, July 2001. doi : 10.1051/0004-6361:20010742.

- P. Hartogh, D. C. Lis, D. Bockelée-Morvan, M. de Val-Borro, N. Biver, M. Küppers, M. Emprechtinger, E. A. Bergin, J. Crovisier, M. Rengel, R. Moreno, S. Szutowicz, and G. A. Blake. Ocean-like water in the Jupiter-family comet 103P/Hartley 2. *Nature*, 478 :218–220, October 2011. doi : 10.1038/nature10519.
- I. Hasegawa and S. Nakano. Orbit of periodic comet 153P/Ikeya-Zhang. *MNRAS*, 345 : 883–888, November 2003. doi : 10.1046/j.1365-8711.2003.07009.x.
- L. Haser. Distribution d'intensité dans la tête d'une comète. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 43 :740–750, 1957.
- W. F. Huebner, J. J. Keady, and S. P. Lyon. Solar photo rates for planetary atmospheres and atmospheric pollutants. *Ap&SS*, 195 :1–289, September 1992. doi : 10.1007/BF00644558.
- E. Jehin, M. Gillon, D. Queloz, P. Magain, J. Manfroid, V. Chantry, M. Lendl, D. Hutsemékers, and S. Udry. TRAPPIST : TRANSiting Planets and Planetesimals Small Telescope. *The Messenger*, 145 :2–6, September 2011.
- T. J. Jones and D. Morrison. Recalibration of the photometric/radiometric method of determining asteroid sizes. *AJ*, 79 :892, August 1974. doi : 10.1086/111626.
- L. Jorda. *Atmosphères cométaires : interprétation des observations dans le visible et comparaison avec les observations radio*. PhD thesis, Université Paris VII, 1995.
- L. Jorda, J. Crovisier, and D. W. E. Green. The Correlation Between Cometary Water Production Rates and Visual Magnitudes. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #24*, volume 24 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1006, June 1992.
- W. H. Julian, N. H. Samarasingha, and M. J. S. Belton. Thermal Structure of Cometary Active Regions : Comet 1P/Halley. *Icarus*, 144 :160–171, March 2000. doi : 10.1006/icar.1999.6274.
- M. Krolkowska. 67P/Churyumov-Gerasimenko – Potential Target for the Rosetta Mission. *Acta Astron.*, 53 :195–209, June 2003.
- P. L. Lamy and I. Toth. Direct detection of a cometary nucleus with the Hubble Space Telescope. *A&A*, 293 :L43–L45, January 1995.
- P. L. Lamy, I. Toth, and H. A. Weaver. Hubble Space Telescope observations of the nucleus and inner coma of comet 19P/1904 Y2 (Borrelly). *A&A*, 337 :945–954, September 1998.
- P. L. Lamy, I. Toth, H. Weaver, L. Jorda, and M. Kaasalainen. The Nucleus of Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko, the New Target of the Rosetta Mission. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #35*, volume 35 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 970, May 2003.
- P. L. Lamy, I. Toth, Y. R. Fernandez, and H. A. Weaver. *The sizes, shapes, albedos, and colors of cometary nuclei*, pages 223–264. 2004.
- P. L. Lamy, I. Toth, B. J. R. Davidsson, O. Groussin, P. Gutiérrez, L. Jorda, M. Kaasalainen, and S. C. Lowry. A Portrait of the Nucleus of Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko. *Space Sci. Rev.*, 128 :23–66, February 2007. doi : 10.1007/s11214-007-9146-x.

- L. A. Lebofsky and J. R. Spencer. Radiometry and a thermal modeling of asteroids. In R. P. Binzel, T. Gehrels, & M. S. Matthews, editor, *Asteroids II*, pages 128–147, 1989.
- A. Lecacheux, N. Biver, J. Crovisier, D. Bockelée-Morvan, P. Baron, R. S. Booth, P. Encrenaz, H.-G. Florén, U. Frisk, Å. Hjalmarson, S. Kwok, K. Mattila, L. Nordh, M. Olberg, A. O. H. Olofsson, H. Rickman, A. Sandqvist, F. von Schéele, G. Serra, S. Torchinsky, K. Volk, and A. Winnberg. Observations of water in comets with Odin. *A&A*, 402 : L55–L58, May 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20030338.
- J.-Y. Li, M. F. A’Hearn, M. J. S. Belton, C. J. Crockett, T. L. Farnham, C. M. Lisse, L. A. McFadden, K. J. Meech, J. M. Sunshine, P. C. Thomas, and J. Veverka. Deep Impact photometry of Comet 9P/Tempel 1. *Icarus*, 187 :41–55, March 2007. doi : 10.1016/j.icarus.2006.09.018.
- S. C. Lowry and A. Fitzsimmons. CCD photometry of distant comets II. *A&A*, 365 : 204–213, January 2001. doi : 10.1051/0004-6361:20000180.
- S. C. Lowry, A. Fitzsimmons, I. M. Cartwright, and I. P. Williams. CCD photometry of distant comets. *A&A*, 349 :649–659, September 1999.
- S. C. Lowry, A. Fitzsimmons, and S. Collander-Brown. CCD photometry of distant comets. III. Ensemble properties of Jupiter-family comets. *A&A*, 397 :329–343, January 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20021486.
- J. T. T. Mäkinen. Water production rate of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko. In L. Colangeli, E. Mazzotta Epifani, & P. Palumbo, editor, *The New Rosetta Targets. Observations, Simulations and Instrument Performances*, volume 311 of *Astrophysics and Space Science Library*, page 61, October 2004.
- B. G. Marsden. Comets and Nongravitational Forces. *AJ*, 73 :367, June 1968. doi : 10.1086/110640.
- B. G. Marsden. Comets and Nongravitational Forces. II. *AJ*, 74 :720–+, June 1969. doi : 10.1086/110848.
- B. G. Marsden, Z. Sekanina, and D. K. Yeomans. Comets and nongravitational forces. V. *AJ*, 78 :211–+, March 1973. doi : 10.1086/111402.
- K. J. Meech and O. R. Hainaut. Distant Comet Observations. In *IAU Joint Discussion*, volume 6 of *IAU Joint Discussion*, 1997.
- K. J. Meech, J. Pittichová, A. Bar-Nun, G. Notesco, D. Laufer, O. R. Hainaut, S. C. Lowry, D. K. Yeomans, and M. Pitts. Activity of comets at large heliocentric distances pre-perihelion. *Icarus*, 201 :719–739, June 2009. doi : 10.1016/j.icarus.2008.12.045.
- J. C. Merlin and M. Verdenet. *Les comètes*. 1995.
- E. Mysen. Rotational dynamics of subsolar sublimating triaxial comets. *Planet. Space Sci.*, 52 :897–907, August 2004. doi : 10.1016/j.pss.2004.04.001.
- T. Noguchi, A. Tsuchiyama, N. Hirata, H. Demura, R. Nakamura, H. Miyamoto, H. Yano, T. Nakamura, J. Saito, S. Sasaki, T. Hashimoto, T. Kubota, M. Ishiguro, and M. E. Zolensky. Surface morphological features of boulders on Asteroid 25143 Itokawa. *Icarus*, 206 :319–326, March 2010. doi : 10.1016/j.icarus.2009.09.002.

- M. Pätzold, T. P. Andert, S. W. Asmar, J. D. Anderson, J.-P. Barriot, M. K. Bird, B. Häusler, M. Hahn, S. Tellmann, H. Sierks, P. Lamy, and B. P. Weiss. Asteroid 21 Lutetia : Low Mass, High Density. *Science*, 334 :491–, October 2011. doi : 10.1126/science.1209389.
- D. Pelat. *Bases et méthodes pour le traitement des données (cours)*. 2007.
- J. E. Richardson, H. J. Melosh, C. M. Lisse, and B. Carcich. A ballistics analysis of the Deep Impact ejecta plume : Determining Comet Tempel 1's gravity, mass, and density. *Icarus*, 190 :357–390, October 2007. doi : 10.1016/j.icarus.2007.08.001.
- H. Rickman and C. Froeschle. Thermal models for the nucleus of comet P/Halley. In T. I. Gombosi, editor, *Cometary Exploration*, volume 1, pages 75–84, 1983a.
- H. Rickman and C. Froeschle. Model calculations of nongravitational effects on Comet P/Halley. In T. I. Gombosi, editor, *Cometary Exploration, Volume 3*, volume 3, pages 109–126, 1983b.
- H. Rickman, L. Kamel, M. C. Festou, and C. Froeschle. Estimates of masses, volumes and densities of short-period comet nuclei. In E. J. Rolfe & B. Battrock, editor, *Diversity and Similarity of Comets*, volume 278 of *ESA Special Publication*, pages 471–481, September 1987.
- A. V. Rodionov, J.-F. Crifo, K. Szegő, J. Lagerros, and M. Fulle. An advanced physical model of cometary activity. *Planet. Space Sci.*, 50 :983–1024, August 2002. doi : 10.1016/S0032-0633(02)00047-8.
- N. H. Samarasinha, B. E. A. Mueller, M. J. S. Belton, and L. Jorda. *Rotation of cometary nuclei*, pages 281–299. 2004.
- D. G. Schleicher. Compositional and physical results for Rosetta's new target Comet 67P/Churyumov Gerasimenko from narrowband photometry and imaging. *Icarus*, 181 : 442–457, April 2006. doi : 10.1016/j.icarus.2005.11.014.
- D. G. Schleicher, L. M. Woodney, and R. L. Millis. Comet 19P/Borrelly at multiple apparitions : seasonal variations in gas production and dust morphology. *Icarus*, 162 : 415–442, April 2003. doi : 10.1016/S0019-1035(02)00072-6.
- Z. Sekanina. Fan-shaped coma, orientation of rotation axis, and surface structure of a cometary nucleus. I - Test of a model on four comets. *Icarus*, 37 :420–442, February 1979. doi : 10.1016/0019-1035(79)90006-X.
- Z. Sekanina. Effects of discrete-source outgassing on motions of periodic comets and discontinuous orbital anomalies. *AJ*, 105 :702–735, February 1993. doi : 10.1086/116468.
- D. F. Shanno. Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization. *Mathematics of Computation*, 24 :647–656, 1970.
- L. A. Soderblom, T. L. Becker, G. Bennett, D. C. Boice, D. T. Britt, R. H. Brown, B. J. Buratti, C. Isbell, B. Giese, T. Hare, M. D. Hicks, E. Howington-Kraus, R. L. Kirk, M. Lee, R. M. Nelson, J. Oberst, T. Owen, B. R. Sandel, S. A. Stern, N. Thomas, and R. V. Yelle. Encounter with Comet 19P/Borrelly : Results from the Deep Space 1 Miniature Integrated Camera and Spectrometer. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 33 of *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, page 1256, March 2002.

- A. Sosa and J. A. Fernández. Cometary masses derived from non-gravitational forces. *MNRAS*, 393 :192–214, February 2009. doi : 10.1111/j.1365-2966.2008.14183.x.
- E.M. Standish. Technical report. Jet Propulsion Laboratory Interoffice Memo, 1998.
- S. Szutowicz. Active regions on the surface of Comet 43P/Wolf-Harrington determined from its nongravitational effects. *A&A*, 363 :323–334, November 2000.
- N. Thomas, M. F. A’Hearn, D. C. Boice, D. T. Britt, K. J. Meech, B. R. Sandel, L. A. Soderblom, and R. V. Yelle. Jet morphology in the inner coma of Comet 19P/Borrelly observed by the Deep Space One MICAS imaging system. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #33*, volume 33 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1074, November 2001.
- J. Vaubaillon, J. Watanabe, M. Sato, S. Horii, and P. Koten. The coming 2011 Draconids meteor shower. *WGN, Journal of the International Meteor Organization*, 39 :59–63, June 2011.
- E.W. Washburn. *International Critical Tables. Vol. III*. McGraw-Hill in New York, 1928.
- M. Weiler, H. Rauer, and J. Helbert. Optical observations of Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko. *A&A*, 414 :749–755, February 2004. doi : 10.1051/0004-6361:20031610.
- P. R. Weissman. Are cometary nuclei primordial rubble piles? *Nature*, 320 :242–244, March 1986. doi : 10.1038/320242a0.
- F. L. Whipple. A comet model. I. The acceleration of Comet Encke. *ApJ*, 111 :375–394, March 1950. doi : 10.1086/145272.
- Z.-Z. Xi. The cometary atlas in the silk book of the han tomb at Mawangdui. *Chinese Astron. Astrophys.*, 8 :1–7, March 1984. doi : 10.1016/0275-1062(84)90002-X.
- D. K. Yeomans. Nongravitational Forces Affecting- the Motions of Periodic Comets Giacobini-Ziner and Borrelly. *AJ*, 76 :83, February 1971. doi : 10.1086/111089.
- D. K. Yeomans and P. W. Chodas. An asymmetric outgassing model for cometary non-gravitational accelerations. *AJ*, 98 :1083–1093, September 1989. doi : 10.1086/115198.
- D. K. Yeomans and J. Mitton. Book Review : Comets : a chronological history of observation, science, myth and folklore / Wiley, 1991. *Journal of the British Astronomical Association*, 101 :241, August 1991.
- C. Zhu, R. H. Byrd, P. Lu, and J. Nocedal. L-BFGS-B : a limited memory FORTRAN code for solving bound constrained optimization problems. *Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, Northwestern Univ., TR NAM-11, Evanston, IL*, 1994.