

Doctorat
Astronomie et Astrophysique

Mimas et Encelade : Formation et Structure interne par
contraintes observationnelles des images ISS de la sonde
spatiale Cassini

Présentée par
Radwan TAJEDDINE

Directeurs de thèse :
Valéry LAINEY et Sébastien CHARNOZ

Soutenue le 24/09/2013

Composition du Jury

Président : - Bruno Sicardy

Rapporteurs : - François Mignard
- Mark Showalter

Examineurs : - Jürgen Oberst
- Tim Van Hoolst

Membre invité : - Nicolas Rambaux

“If we knew what it was we were doing, it would not be called research, would it?”

ALBERT EINSTEIN

A mes parents.

Résumé

L'origine et l'évolution des satellites de Saturne sont des sujets depuis quelques années très débattus. Longtemps on a pensé qu'ils s'étaient formés dans la sous nébuleuse de Saturne il y a 4.5 milliards d'années, avant que n'apparaisse récemment un autre modèle dans la communauté formant les satellites de petite et moyenne taille à partir des anneaux. Au même moment, un autre résultat concernant le facteur de dissipation Q dans Saturne était présenté impliquant une expansion rapide des lunes à l'exception de Mimas, pour lequel une accélération séculaire (plutôt qu'une décélération) semblait être observée. Ouvrant un nouveau débat sur la dynamique dans le système de Saturne. Dans ce travail, nous avons utilisé les images NAC ISS de *Cassini* pour contraindre, par l'astrométrie et la photogrammétrie, la structure interne et l'origine des satellites Mimas et Encelade.

Dans la première partie nous avons effectué la réduction astrométrique des images de ces deux satellites. Un modèle décrivant le comportement de la caméra NAC de *Cassini*, ainsi qu'une méthode de mesure du centre de figure du satellite ont été développés. Au total, 1790 images de ces deux satellites ont été réduites avec une précision sur les positions observées de quelques kilomètres par comparaison aux éphémérides SAT317 et SAT351. Ces observations ont ensuite été utilisées pour mesurer un décalage du centre de masse du satellite par rapport à son centre de figure. Cette mesure a été faite en comparant les positions mesurées (du centre de figure) du satellite à celles calculées par les éphémérides (de centre de masse) SAT317 et SAT351. Les mesures montrent un décalage du centre de masse de Mimas dirigé dans l'axe orienté vers Saturne, révélant une dissymétrie éventuelle dans son intérieur. Toutefois aucun décalage n'a été observé dans Encelade, suggérant qu'une relaxation isostasique a eu lieu dans ce satellite.

Une carte topographique de 260 points choisis à la surface de Mimas a été construite dans la deuxième partie. Une reconstruction photogrammétrique a été appliquée utilisant les équations de colinéarité pour calculer les positions 3-D des points de contrôle, avec une incertitude moyenne de l'ordre de 580 mètres. La forme triaxiale de Mimas a été construite en utilisant ces points, confirmant que ce satellite n'est pas en équilibre hydrostatique. Le réseau de points de contrôle a également été utilisé pour mesurer indirectement les amplitudes des libérations physiques en longitudes de Mimas, confirmant ainsi les valeurs calculées théoriquement, à l'exception de celle dépendant de la structure interne du satellite qui a une amplitude double de ce qui était attendu théoriquement, impliquant une valeur de $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.001$. Une analyse plus approfondie montre que le noyau de Mimas se serait formé dans les anneaux près de la limite de Roche pour s'être éloigné ensuite tout en gardant jusqu'à nos jours sa forme initiale et causant donc la forte amplitude de libération observée.

Abstract

The origin and the evolution of Saturn's satellite are being debated. For a long time, it has been thought that they were formed in Saturn's sub-nebula 4.5 billion years ago, when another model has recently appeared, forming the small and mid sized moons in the rings. At the same moment, another result concerning Saturn's dissipation factor Q appeared implying a fast expansion of the moons, except for Mimas, which is having a secular acceleration, starting a new debate about the Saturn's system dynamics. In this work, we used *Cassini* ISS NAC images to constrain, by astometry and photogrammetry, the internal structure and the origin of the satellites Mimas and Enceladus.

In a first part, we performed astrometric reduction of these two satellites. A model describing *Cassini* NAC's behaviour and a method for the satellite's centre of figure measurement were developed. A total number of 1790 images of Mimas and Enceladus were reduced obtaining position precision of few kilometres, compared to JPL ephemerides SAT317 and SAT351. These observations were then used to measure a shift in the satellite's centre of mass to its centre of figure. These measurements were done comparing the observed positions (as a centre of figure) to the computed ones (as a centre of mass) by SAT317 and SAT351 ephemerides. The measurements show a shift in Mimas' centre of mass in the Saturn facing axis direction, revealing a possible asymmetry in its interior. However, no shift has been observed in Enceladus, suggesting the presence of isostatic relaxation in the satellite.

A topographic map of 260 surface chosen points has been built in the second part. A photogrammetric reconstruction method has been applied using colinearity equations to compute 3-D positions of control points, with a mean uncertainty of about 580 metres. A tri-axial shape of Mimas was built with these points, confirming that this satellite is not in the state of hydrostatic equilibrium. The control point network was also used to measure indirectly the amplitudes of the longitudinal physical librations of Mimas, confirming all the computed theoretical values, except the internal structure depending one, which almost doubles the theoretically predicted amplitude, resulting in a value of $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.001$. A further analysis shows that Mimas' core was formed in the rings near the Roche limit and moved away keeping its initial shape until today causing the observed strong libration amplitude.

REMERCIEMENTS

Les personnes qu'il faut remercier en premier sont mes parents et mon frère qui m'ont soutenu financièrement et moralement depuis mon départ de mon pays jusqu'à la fin de cette thèse. Sans leur support continu je ne serais pas là.

Je remercie mon directeur de thèse Valéry Lainey d'avoir eu confiance en moi et en mes capacités au moment où les autres ne l'avaient pas. Je le remercie également de m'avoir supporté pendant ces trois ans et d'avoir supporté les fautes de français dans ma thèse. Valéry est un directeur exceptionnel qui investit beaucoup d'effort pour ses étudiants. Mon co-directeur de thèse, Sébastien Charnoz, me donnait de très précieux conseils dans l'intérêt de l'avancement de cette thèse, un grand merci pour lui.

Dans cette thèse j'ai collaboré avec plusieurs chercheurs qui ont beaucoup participé à l'amélioration de la qualité de mon travail, Je les remercie tous pour leur aide en particulier Nicolas Rambaux, Nick Cooper et Carl Murray.

Je remercie tous mes amis qui m'ont soutenu moralement et psychologiquement, et surtout "meine Liebste" qui était toujours là pour moi. J'ai passé trois jolies années avec les supers amis des différents laboratoires de l'observatoire de Paris, je les remercie tous pour la jolie ambiance et les belles aventures que nous avons vécues ensemble. Sans oublier notre très gentille bibliothécaire, Camille, avec qui j'ai partagé le bureau.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'avancement de ma thèse et dans l'accomplissement de mon travail. Un remerciement particulier à Bruno Sicardy, François Mignard, Mark Showalter, Jürgen Obserst et Tim Van Hoolst d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Ce travail a été soutenu par le financement du projet UPMC-EMERGENCE (Contrat numéro : EME0911) et par le financement FP7-ESPaCE.

Table des matières

Resumé	v
Abstract	vii
Remerciements	ix
Table des matières	xi
Liste des Figures	xv
Liste des Tableaux	xix
1 Introduction	1
1.1 Saturne	2
1.1.1 Les satellites de Saturne	2
1.1.2 Les anneaux de Saturne	3
1.2 Mission <i>Cassini-Huygens</i>	3
1.3 La Thèse	5
1.3.1 Astrométrie	5
1.3.2 Photogrammétrie	6
I Astrométrie	9
2 Méthode Astrométrique	11
2.1 Modèle de réduction astrométrique	12
2.1.1 Correction des effets de mouvement propre, aberration, déviation relativiste et changement de la position de l’observateur	12
2.1.2 Projection gnomonique	15
2.1.3 Conversion arcsec-pixel	16
2.1.4 Modèle d’Owen	18
2.1.5 Comparaison des modèles	18
2.2 Détection des étoiles	19
2.3 Détermination du centre de figure du satellite	20
2.3.1 Mesure du limbe	20
2.3.2 Ajustement d’une ellipse d’axes de longueurs libres	21
2.3.3 Ajustement d’une ellipse avec des axes forcés	25
2.3.4 Effet de la distorsion sur le centre de figure	26

2.4	Synthèse	26
2.5	Estimation de l'incertitude sur les positions mesurées	27
2.5.1	Orientation de la caméra	27
2.5.2	Le centre de figure	28
2.5.3	La position de la sonde	28
3	Observations astrométriques	29
3.1	Résultats	30
3.2	Les résidus des observations	30
3.2.1	Analyse des résidus	31
3.2.2	Estimation des incertitudes	31
3.3	Analyse des observations	32
3.3.1	Astrométrie et nombre d'étoiles	32
3.3.2	Effet de phase	33
3.3.3	Modélisation de la caméra	33
3.3.4	Angle de torsion	33
3.4	Analyse en fréquence	34
3.4.1	Analyse en fréquence des résidus	34
3.4.2	Analyse en fréquence des éphémérides	34
4	Application de l'astrométrie à la structure interne	45
4.1	Modèles existants de structure interne d'Encelade	46
4.1.1	Océan interne	46
4.1.2	Mer interne	47
4.2	Modèle de formation des satellites de Saturne à partir des anneaux	48
4.3	Mesure du décalage du centre de masse dans Mimas et Encelade	49
4.3.1	Méthode et résultats	50
4.3.2	Discussion	51
II	Photogrammétrie	55
5	Topographie et forme de Mimas	57
5.1	Réseau des points de contrôle	58
5.1.1	Méthode	59
5.1.2	Mesures	61
5.2	Carte topographique	62
5.2.1	Construction de la carte	62
5.2.2	Sources d'erreurs sur les points de contrôle	63
5.3	Modèle de forme	65
6	Rotation de Mimas	71
6.1	Rotation d'un satellite	72
6.1.1	Angles d'Euler et matrice de rotation	72
6.1.2	Librations physiques d'un satellite	73
6.1.3	Librations physiques en longitude	74
6.1.4	Librations physiques en longitude de Mimas	76
6.2	Observations	78
6.2.1	Méthode	78
6.2.2	Mesures	80

6.2.3	Estimation des incertitudes	80
6.3	Structure interne de Mimas	84
6.3.1	Océan interne	85
6.3.2	Noyau oblat	87
7	Conclusion	95
	Bibliographie	99

Liste des Figures

1.1	Le système de Saturne.	2
1.2	Image d'artiste de la sonde <i>Cassini</i> en orbite autour de Saturne.	4
2.1	Une représentation de la projection gnomonique en 2-D, montrant comment les points du cercle se projettent sur une droite. En 3-D le cercle se transforme en sphère et la droite se transforme en plan.	15
2.2	Une illustration des axes de la sonde Cassini (Porco et al., 2004)	16
2.3	Les valeurs du facteur d'échelle (considérant un pixel de forme carrée) obtenues dans les différentes images. La ligne en pointillés est la valeur moyenne qui vaut 1.2354 arcsec/pixel.	17
2.4	Image d'Encelade avec une ligne montrant la région où l'intensité du pixel est étudiée.	21
2.5	Profil de l'intensité du pixel (DN) de la région choisie dans la Figure 2.4.	22
2.6	Valeur absolue de la dérivée de l'intensité du pixel de la Figure 2.5. Le maximum représente un point du limbe.	22
2.7	La projection d'un ellipsoïde sur un plan forme une ellipse.	25
3.1	Exemple d'images réduites de Mimas (milieu) et Encelade (haut et bas). Noms des images : N1484519176, N1487264883, N1501627117, N1514074586, N1569849851 et N1669795989, respectivement. Les positions prédites des étoiles du catalogue UCAC2 sont superposées sur les images.	36
3.2	Résidus des positions observées de Mimas par rapport aux prédictions du JPL en $\alpha \cos \delta$ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.	37
3.3	Résidus des positions observées de Mimas par rapport aux prédictions du JPL en δ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.	37
3.4	Résidus des positions observées d'Encelade par rapport aux prédictions du JPL en $\alpha \cos \delta$ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.	38

3.5	Résidus des positions observées d'Encelade par rapport aux prédictions du JPL en δ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.	38
3.6	Différences entre les résidus de Mimas par rapport à SAT317 et ceux par rapport à SAT351 $ O - C _{SAT317} - O - C _{SAT351}$. Les "étoiles" et les "diamants" représentent les différence des résidus en $\alpha \cos \delta$ et δ , repectivement.	39
3.7	Différences entre les résidus d'Encelade par rapport à SAT317 et ceux par rapport à SAT351 $ O - C _{SAT317} - O - C _{SAT351}$. Les "étoiles" et les "diamants" représentent les différence des résidus en $\alpha \cos \delta$ et δ , repectivement.	39
3.8	Graphe montrant comment la possibilité de détection des étoiles diminue avec l'augmentation de la taille de Mimas sur l'image. L'axe des X représente la taille du satellite et l'axe des Y représente le nombre d'étoiles.	40
3.9	Graphe montrant comment la possibilité de détection des étoiles diminue avec l'augmentation de la taille d'Encelade sur l'image. L'axe des X représente la taille du satellite et l'axe des Y représente le nombre d'étoiles.	40
3.10	Evolution de l'incertitude de l'observation ($\sigma = \sqrt{(\sigma_\alpha \times \cos \delta)^2 + (\sigma_\delta)^2}$) sur la position de Mimas en fonction du nombre d'étoiles détectés par image.	41
3.11	Evolution de l'incertitude de l'observation ($\sigma = \sqrt{(\sigma_\alpha \times \cos \delta)^2 + (\sigma_\delta)^2}$) sur la position d'Encelade en fonction du nombre d'étoiles détectées par image.	41
3.12	Résidus de Mimas et Encelade par rapport à SAT351 en kilomètres représentés dans un repère où l'axe des X est dans la direction du Soleil. Les "X" sont pour Mimas et les "diamants" pour Encelade.	42
3.13	Les résidus sur les positions de Mimas and Enceladus en colonne (pixels) par rapport à leurs positions en colonne (pixels) sur l'image.	42
3.14	Les résidus sur les positions de Mimas and Enceladus en colonne (pixels) par rapport à leurs positions en colonne (pixels) sur l'image.	43
3.15	Différence entre la valeur de l'angle de torsion corrigée par les étoiles et celle calculée par la librairie SPICE, par rapport au nombre d'étoiles. La ligne en pointillés est la valeur moyenne.	43
3.16	Résidus des positions observées, en $\alpha \cos \delta$ et convertis en kilomètres, de Mimas par rapport à l'éphéméride SAT317 en fonction de la longitude moyenne de Mimas.	44
3.17	Résidus des positions observées, en $\alpha \cos \delta$ et convertis en kilomètres, de Mimas par rapport à l'éphéméride SAT351 en fonction de la longitude moyenne de Mimas.	44
4.1	Les plumes qui ont été observées dans pôle sud d'Encelade (Porco et al., 2006).	47
4.2	Modèle de structure interne d'Encelade (Nimmo & Pappalardo, 2006) ayant un océan global sous le manteau de glace avec un diapir dans le pôle sud du satellite (source : Spencer et al., 2009).	48

4.3	Le modèle de structure interne d'Encelade avec une poche d'eau dans le pôle sud, proposé par Collins & Goodman (2007). Le modèle (b) a réussi à expliquer la dépression observée (a) dans le pôle sud d'Encelade (Porco et al., 2006).	49
4.4	Modèle de formation des satellites de Saturne proposé par Charnoz et al. (2011) qui montre que les noyaux se forment par accrétion de gros morceaux de silicate (taille 10-100 km) impliquant une dissymétrie dans le noyau.	50
4.5	Fraction de silicate dans les satellites Mimas, Encelade, Téthys, Dioné et Rhéa. (Source : Charnoz et al., 2011)	52
5.1	Exemple d'une image stéréoscopique (Keystone stereoscopic service).	58
5.2	Schéma montrant le repère de Mimas et l'observation d'un point à sa surface depuis un angle de vue différent.	59
5.3	Projection du vecteur \vec{OP} sur l'image NAC Cassini. Le repère (x,y) est orienté dans le sens décroissant pour les colonnes et croissant pour les lignes.	61
5.4	L'une des images (N1501648088_1) utilisées dans les mesures des points de contrôle.	63
5.5	La répartition des points de contrôle en longitude et latitude. Les tailles des points sont relatifs au nombre de fois où ils ont été observés.	64
5.6	La variation du paramètre χ_{reduit}^2 en fonction de l'incertitude sur la mesure du point.	65
5.7	Résidues (en km) en fonction des longitudes (haut) et latitudes (bas) entre la position des points de contrôle de Mimas mesurés à la surface et celle prédite par le modèle de forme.	67
5.8	L'Atlas de la surface de Mimas construit par Roatsch et al. (2009).	69
6.1	Représentation des angles d'Euler.	73
6.2	Le plus grand axe du satellite en résonance spin-orbite 1 :1 pointe en première approximation vers le foyer vide de l'ellipse.	75
6.3	Variation de l'amplitude de la libration physique en longitude (en kilomètres) de Mimas en fonction du temps pendant la période <i>Cassini</i> . La courbe en haut montre la variation de l'amplitude contenant tous les signaux de librations donnés dans le Tableau 6.1, tandis que la courbe en bas montre la même variation sans le signal de 43.61° . Les points blancs correspondent aux dates des observations qui ont été utilisées pour l'ajustement.	77
6.4	Amplitude de libration correspondant à la période de 0.944 jour en fonction des densités du noyau et du manteau (source : Noyelles et al., 2011).	78
6.5	Représentation du repère centré sur le satellite et celui de l'ICRF (ou J2000) (source : Archinal et al., 2011).	79
6.6	La variation du χ^2 en fonction des amplitudes (courbes : a, b, c, d, e et f) et phases (courbes : g, h et i). Les courbes sont classées dans le même ordre du Tableau 6.2.	82

6.7	Histogrammes de la variation des incertitudes des amplitudes (courbes : a, b, c, d, e et f) et phases (courbes : g, h et i) en fonction des incertitudes des mesures des points. Les courbes sont classées dans le même ordre que le Tableau 6.2.	83
6.8	Modèle de structure interne de Mimas avec un océan interne.	84
6.9	Variation du rapport des moments d'inertie $(B - A)/C$ en fonction de ρ_c et ρ_s pour une épaisseur du manteau de 1 (a), 10 (b) et 30 (c) km. Les zones noires représentent des situations incompatibles avec une densité moyenne de 1150.05 kg/m^3	86
6.10	Pourcentage de la masse du noyau par rapport à la masse totale du satellite, en fonction de la densité du noyau et du manteau.	88
6.11	Elongation de l'axe a_c du noyau en fonction des densités du noyau ρ_c et du manteau ρ_s , aux distances de (a) 90 000, (b) 100 000, (c) 110 000, (d) 120 000, (e) 130 000 et (f) 140 000 km de Saturne. Les zones entre les lignes noires représentent les combinaisons de ρ_c et ρ_s dans lesquelles $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$. Les zones en noir représentent les combinaisons de ρ_c , ρ_s pour lesquelles la limite supérieure de l'axe a_c est à moins de 10 km de la surface.	90
6.12	Regroupement des solutions de la Figure 6.11. Les différentes zones de couleurs représentent les combinaisons de la distance d , ρ_c et ρ_s dans lesquelles $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$. Les zones en noir représentent les combinaisons de ρ_c , ρ_s pour lesquelles la limite supérieure de l'axe a_c est à moins de 10 km de la surface.	91
6.13	La formation de Mimas dans les anneaux près de la limite de Roche du silicate est décrite par : a. une accrétion de morceaux de silicate formant un noyau ayant une forme hydrostatique proche de la limite de Roche, b. le satellite accrète ensuite de la glace en s'éloignant de Saturne formant un manteau qui c. se relaxe et se met à la forme proche de l'équilibre hydrostatique conservant une forme "fossile" du noyau.	93

Liste des Tableaux

2.1	Valeurs des facteurs d'échelles en arcsec/pixel pour un pixel rectangulaire ($\rho_s \neq \rho_l$) et un pixel carré ($\rho_s = \rho_l$).	17
2.2	Les constantes utilisées dans le modèle d'Owen.	19
2.3	Comparaison des RMS moyen des résidus (pixels) des images entre le modèle de ce travail et celui d'Owen pour 50 images, avec un nombre moyen de 225 étoiles par image.	19
2.4	Dimensions de Mimas et Encelade mesurées par Thomas et al. (2007).	25
2.5	Effets de la distorsion de la caméra sur la mesure du limbe du satellite (Faites sur 100 images de Mimas et Encelade). La comparaison est faite sur les positions des satellite en incluant et excluant la distorsion de la mesure du limbe. Ici, la comparaison a aussi été faite par rapport au position données par l'éphéméride SAT317.	26
3.1	Exemple des résultats obtenus par réduction astrométrique.	31
3.2	Valeurs moyennes et écarts types des résidus par rapport aux éphémérides du JPL, SAT317 et SAT351, en kilomètres.	31
3.3	Les valeurs moyennes des différences entre les résidus $< O - C _{SAT317} - O - C _{SAT351} >$ en $\alpha \cos \delta$ et δ pour Mimas et Encelade.	32
3.4	Le pourcentage des observations ayant des (O-C) plus petits que leurs incertitudes σ en $\alpha \cos \delta$ et en δ	32
3.5	Valeurs moyennes des résidus de Mimas (première ligne) et Encelade (deuxième ligne) par rapport à SAT351 en kilomètres rapportées dans un repère où l'axe des X est dans la direction du Soleil. La dernière ligne donne les résidus des deux satellites ensemble.	33
3.6	Les périodes à court-terme détectées à partir de l'analyse en longitude moyenne de Mimas pour les modèles orbitaux TASS, SAT351, et NOE-6-12.	35
4.1	Décalage du centre de masse du satellite par rapport à son centre de figure. La mesure a été faite en comparant les observations aux éphémérides SAT317 et SAT351.	51
5.1	comparaison des dimensions de l'ellipsoïde représentant la forme de Mimas à partir de différents travaux.	66

6.1	Valeurs des fréquences, périodes, amplitudes et phases des libérations physiques en longitude de Mimas (Valeur issues de Noyelles et al., 2011). La dernière colonne montre la dépendance de l'amplitude sur la structure interne du satellite représentée par ω_0	77
6.2	Les valeurs des amplitudes et phases théoriques et mesurées des différents signaux des libérations physiques en longitude.	80
6.3	Paramètres physiques et dynamiques de Mimas.	85
6.4	Elongation de l'axe a_c du noyau à une distance d de Saturne produisant une valeur de $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$	89

“Equipped with his five senses, man explores the universe around him and calls the adventure Science.”
- EDWIN HUBBLE -

Chapitre 1

Introduction

Contenu

1.1	Saturne	2
1.1.1	Les satellites de Saturne	2
1.1.2	Les anneaux de Saturne	3
1.2	Mission <i>Cassini-Huygens</i>	3
1.3	La Thèse	5
1.3.1	Astrométrie	5
1.3.2	Photogrammétrie	6

1.1 Saturne

Nommé d'après le titan de la mythologie Romaine et père de Jupiter, Saturne est la sixième planète et la deuxième en taille du système solaire. Saturne est une planète géante gazeuse constituée principalement d'hydrogène. Ses température, pression et densité augmentent en s'approchant de son noyau causant la transition de l'hydrogène en hydrogène métallique (Fortney & Nettelmann, 2010). Sa structure interne présente d'abord une couche gazeuse d'hydrogène, puis une couche d'hélium liquide et enfin une couche d'hydrogène liquide.

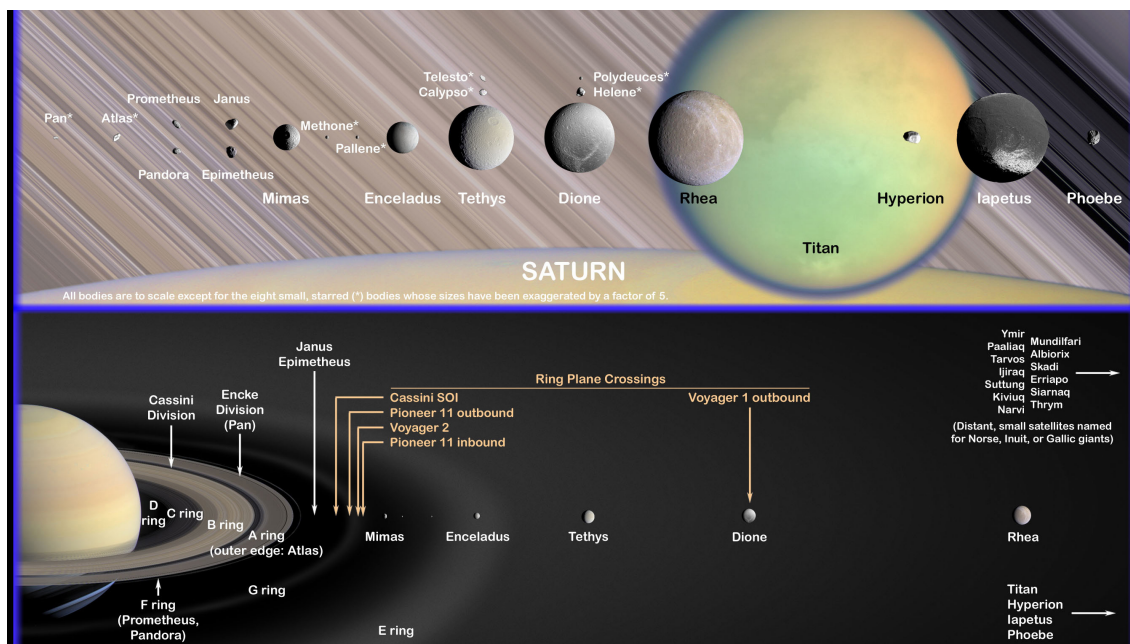


FIGURE 1.1 – Le système de Saturne.

1.1.1 Les satellites de Saturne

Les satellites de Saturne sont un monde fascinant présentant une grande diversité de caractéristiques physiques. Jusqu'à aujourd'hui 62 satellites ont été découverts par la sonde Cassini, ayant des tailles allant de 1 km (petits satellites) jusqu'à atteindre une taille plus que 5000 km pour Titan, le deuxième plus gros satellite du système solaire et le seul à avoir une atmosphère notable. Titan est similaire à la Terre avec sa surface contenant des dunes, lacs de méthane et des traces de rivières séchées (Porco et al., 2005).

A part Phoebe, dont on pense qu'il est un astéroïde de type C capturé (Johnson & Lunine, 2005), les satellites de Saturne sont principalement constitués de glace et/ou de silicate. En particulier, citons Encelade où des jets de particules d'eau ont été observés à son pôle sud (Porco et al., 2006). Certains ont expliqué ce phénomène par la présence d'un océan global sous la couche de glace (Nimmo & Pappalardo, 2006), d'autres l'ont expliqué par la présence d'un réservoir d'eau liquide dans le pôle sud (Collins & Goodman 2007). La structure interne d'Encelade reste débattue.

Les satellites internes (situés entre Saturne et Titan) ont une répartition particulière, leurs tailles et masses augmentent à mesure que l'on s'éloigne de Saturne. Une des explications suggérée par [Charnoz et al. \(2010\)](#) et [Charnoz et al. \(2011\)](#) serait que ces satellites se soient formés à partir d'un anneau massif. Un autre modèle forme les satellites dans la sous-nébuleuse de Saturne ([Canup & Ward, 2006](#)), sans pouvoir expliquer cette répartition, tous comme un autre modèle proposant que les satellites se soient formés par des multiples collisions et réaccrétions ([Asphaug & Reufer, 2013](#)). L'origine des satellites de Saturne reste également débattue.

1.1.2 Les anneaux de Saturne

Saturne est également connue pour ses anneaux qui s'étalent de 66 300 km à 120 000 km de l'équateur de Saturne, avec une épaisseur approximative de l'ordre de 20 mètres constitués principalement de particules de glace (93%) et de carbone amorphe (7%) ([Poulet & Cuzzi, 2002](#)).

Une des modèles décrit leur formation par la destruction d'un ancien satellite de taille similaire à celle de Titan ([Canup, 2010](#)), or cette théorie suppose que le satellite était différencié juste après sa formation dans la sous-nébuleuse de Saturne. Une autre théorie supposait que les anneaux étaient des restes des particules de la sous-nébuleuse qui ne se sont pas agglomérées ([Pollack et al. 1976](#)). Le problème est que les anneaux seront constitués de glace et de silicate, et les anneaux que l'on observe aujourd'hui ne sont constitués pour l'essentiel que de glace. Finalement, un autre modèle forme les anneaux par la capture d'une comète de taille plus grande que 300 km ([Dones, 1991](#) ; [Dones et al., 2007](#)). Le seul problème est la faible probabilité de la capture d'un tel objet. Ainsi, chaque théorie a ses inconvénients et le débat sur l'origine des anneaux de Saturne reste ouvert.

L'anneau E est partiellement constitué de particules de glace issue des jets présents au pôle sud d'Encelade ([Spahn et al., 2006](#)). Bien au-delà des anneaux et à l'intérieur de l'orbite rétrograde du dernier satellite Phœbe évoluant à 12 millions de km de Saturne, un autre anneau a été observé appelé "l'anneau de Phœbe" ([Verbiscer et al., 2009](#)), qui a été formé par des impacts successifs sur la surface de ce satellite ([Kempf et al., 2011](#)). Quelques satellites de Saturne interagissent avec les anneaux en jouant, d'une part, le rôle de berger empêchant les anneaux de s'étaler vers l'extérieur et, d'autre part, en créant des ondelettes dans les anneaux ([Cooper et al., 2013](#)). La Figure 1.1 montre avec une vue générale le système de Saturne avec ses anneaux et ses satellites.

1.2 Mission *Cassini-Huygens*

La sonde *Cassini – Huygens* a été construite, grâce à une collaboration entre les Etats-Unis et 16 pays européens (dont la France), et avec comme principaux objectifs : l'étude de la dynamique et la composition chimique des anneaux et des satellites, l'étude de l'histoire géologique des satellites, l'étude de l'atmosphère et de la magnétosphère de Saturne, la caractérisation de l'atmosphère de Titan.

Elle a été lancée le 15 octobre 1997 en direction de Vénus effectuant un flyby autour de cette planète pour faire ensuite un deuxième flyby autour de Jupiter avant d’entrer finalement en orbite autour de Saturne le 1^{er} juillet 2004. Après avoir été séparé de la sonde *Cassini* le 25 décembre 2004, *Huygens* est entré dans l’atmosphère de Titan et descendu jusqu’à sa surface fournissant des informations permettant de caractériser l’atmosphère de ce satellite. La mission a été prolongée jusqu’à l’année 2017. Les instruments montés à bord de la sonde *Cassini* sont les suivants¹

Cassini Plasma Spectrometer (CAPS)

Cosmic Dust Analyzer (CDA)

Composite Infrared Spectrometer (CIRS)

Ion and Neutral Mass Spectrometer (INMS)

Imaging Science Subsystem (ISS)

Dual Technique Magnetometer (MAG)

Magnetospheric Imaging Instrument (MIMI)

Radio and Plasma Wave Science instrument (RPWS)

Radio Science Subsystem (RSS)

Ultraviolet Imaging Spectrograph (UVIS)

Visible and Infrared Mapping Spectrometer (VIMS)

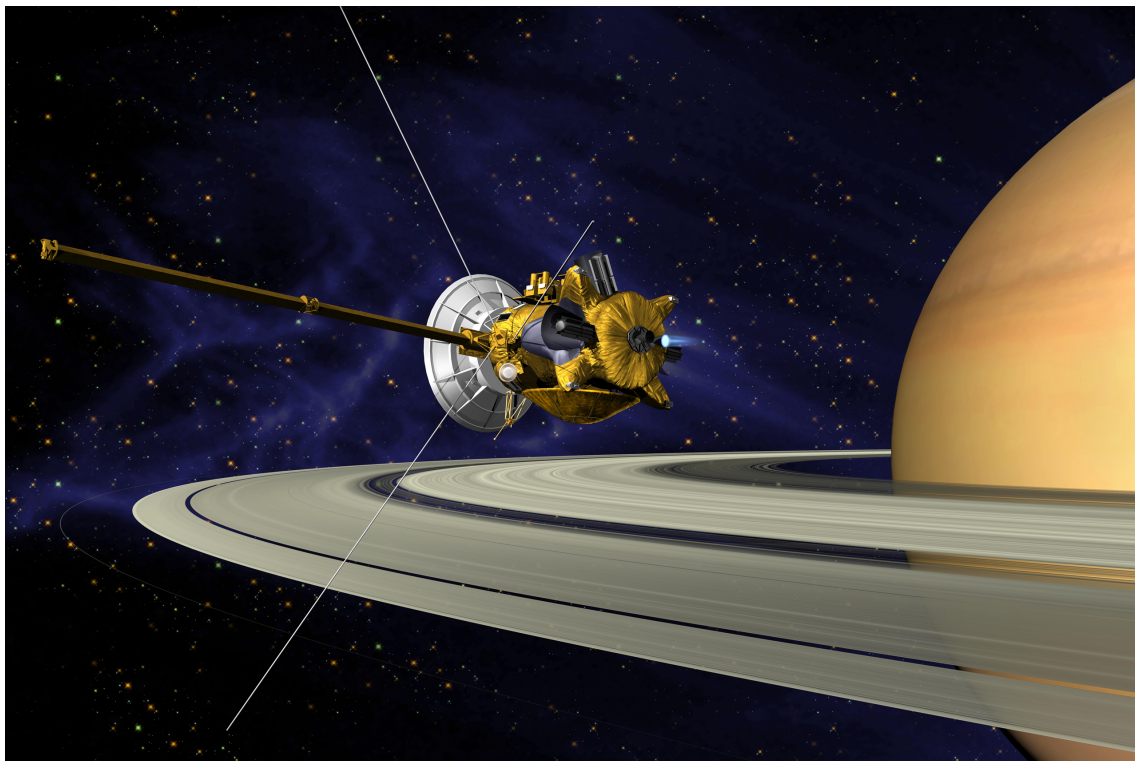


FIGURE 1.2 – Image d’artiste de la sonde *Cassini* en orbite autour de Saturne.

Nous présentons ici l’instrument ISS car c’est l’instrument principal qui a été utilisé dans cette thèse. L’ISS est un instrument d’imagerie constitué de deux caméras : la “Wide

1. Pour plus d’informations sur les instruments, aller sur le site du JPL suivant : <http://saturn.jpl.nasa.gov>

Angle Camera” (WAC) avec une taille de champ de $3.5^\circ \times 3.5^\circ$ et une distance focale de 20 cm, et la “Narrow Angle Camera” (NAC) avec une taille de champ de $0.35^\circ \times 0.35^\circ$ et une distance focale de 2 m. La majorité des images ont été prises dans le domaine du visible, tandis qu’une minorité ont été prises dans l’infrarouge et dans l’ultraviolet. Les images produites par cet instrument ont une taille de 1024×1024 pixels. Cet instrument a permis de faire des découvertes majeurs dans le système de Saturne, dont l’augmentation du nombre de satellites découverts à 62, les plumes d’Encelade, certaines interactions des satellites avec les anneaux, les activités géologiques sur les surfaces des satellites, et beaucoup d’autres choses encore...

1.3 La Thèse

Durant cette thèse nous avons utilisé les images ISS de la sonde *Cassini* pour étudier et contraindre la formation et la structure interne des deux premiers satellites principaux de Saturne, Mimas et Encelade. Le travail qui a été effectué comprend deux thèmes :

- 1) La mesure du décalage du centre de masse par rapport au centre de figure de Mimas et Encelade par l’astrométrie.
- 2) L’étude de la structure interne de Mimas et l’implication sur son origine en étudiant sa rotation par la photogrammétrie.

1.3.1 Astrométrie

Durant les dernières décennies, l’imagerie spatiale est entrée dans le domaine de l’astrométrie, et les images spatiales ont été utilisées pour fournir des observations astrométriques des satellites planétaires dans l’objectif d’étudier leurs dynamiques orbitales. Par exemple, [Jacobson \(1991\)](#) a réduit les observations des satellites de Neptune, Triton et Néréide, issues des images *Voyager 2*. Utilisant les images de cette même mission, [Jacobson \(1992\)](#) a également réduit les observations des satellites principaux d’Uranus. D’autre part, l’astrométrie des satellites de Mars, Phobos et Deimos, a été effectuée en utilisant les images de la sonde Mars Express ([Willner et al., 2008](#)). Les observations du *Hubble Space telescope* (HST) des satellites de Saturne ont aussi été réduites astrométriquement ([French et al., 2006](#)), et [Cooper et al. \(2006\)](#) ont réduit les images *Cassini* des satellites joviens, Amalthea et Thébé. Tous ces exemples ont montré la haute exactitude qu’on peut obtenir à partir de la réduction astrométrique d’images spatiales comparée à celle issues des images depuis le sol. Ainsi, l’astrométrie spatiale s’est imposée comme un moyen essentiel pour améliorer la précision des éphémérides des satellites.

Dans ce travail nous décrivons la réduction astrométrique des observations ISS NAC² de la mission *Cassini* de deux satellites principaux de Saturne, Mimas et Encelade, pour lesquels l’étude de leurs évolutions dynamiques est cruciale pour mieux comprendre l’évolution du système de Saturne de manière globale. Comme mentionné précédemment, *Cassini*

2. La raison pour laquelle les images WAC n’ont pas été réduites est la faible précision que fournira cet instrument sur les positions observées à cause de la modélisation complexe de la distorsion de la caméra. De plus, l’étude de la structure interne implique de n’utiliser que les images résolues comme celles fournies par la NAC.

a observé des jets de particules de glace à son pôle sud, révélant l'existence d'eau liquide sous sa surface. Par ailleurs une accélération orbitale de Mimas a été signalée par [Lainey et al. \(2012\)](#), qui pourrait avoir des conséquences importantes sur l'évolution dynamique des anneaux de Saturne ([Noyelles et al., 2012](#)).

Le modèle décrivant le comportement de la caméra est introduit dans le chapitre 2, où le modèle proposé a été comparé à celui développé par [Owen \(2003\)](#). Dans le même chapitre nous décrivons également la méthode de détection du limbe du satellite et les différentes méthodes de mesure de son centre de figure. Les résultats de la réduction astrométrique sont donnés dans le chapitre 3. Plusieurs analyses ont été faites pour évaluer le modèle de la caméra proposé dans ce travail. Au total, 1790 observations de Mimas et Encelade ont été réduites pour une période de temps comprise entre 2004 et 2012, et une précision de 3 à 4 kilomètres en comparant ces observations aux deux éphémérides du “Jet Propulsion Laboratory” (JPL) SAT317 et SAT351³. Une étude de la structure interne de ces deux satellites a été faite dans le chapitre 4 en comparant les positions réduites astrométriquement à celles calculées par les éphémérides SAT317 et SAT351 pour mesurer un décalage du centre de masse du satellite par rapport à son centre de figure, probablement causé par une anomalie de masse dans sa structure interne. Cette mesure permettra de contraindre les différents modèles de structure interne d'Encelade, d'une part, et d'appréhender les différents modèles de formation de Mimas, d'autre part. Avec ce chapitre se termine la première partie de la thèse dédiée à l'astrométrie des images *Cassini*.

1.3.2 Photogrammétrie

Après application sur Terre pour étudier les élévations topographique, la méthode de photogrammétrie a été également appliquée dans les missions spatiales, comme la construction d'un réseau de points de contrôle de la surface de Phobos et Deimos ([Duxbury & Callahan, 1989](#)) utilisant les images de la sonde *Viking*. Ce réseau a été utilisé pour reconstruire la forme en harmonique sphérique de Phobos ([Duxbury, 1989](#)). Le même travail a été refait sur ce satellite en analysant les observations de la sonde *Mars Express* ([Willner et al., 2010](#)). Ces mesures ont également été utilisées pour mesurer la libration physique en longitude de Phobos. Cette méthode a aussi été appliquée pour mesurer les librations physiques en longitude d'Encelade ([Giese et al., 2011](#)). Bien souvent, la mesure des librations physiques en longitude se fait par l'altimétrie laser, comme celle faite sur Mercure ([Koch et al., 2008](#)). Néanmoins, en l'absence d'un tel moyen dans certaines missions spatiales, la mesure indirecte de la libration physique en longitude par la photogrammétrie est une méthode alternative, ce qui a été le cas dans cette thèse.

Dans ce travail nous avons utilisé les images ISS NAC de *Cassini* pour (dans un premier lieu) construire un réseau de points de contrôle de la surface de Mimas et utiliser ce réseau pour mesurer la libration de Mimas. Dans le chapitre 5 nous avons développé une méthode de reconstruction photogrammétrique 3-D des points de contrôle sur la surface obtenant une incertitude moyenne sur les positions de 260 points mesurés d'environ 700

3. Les positions astrométriques observées n'ont pas été comparées à celles calculées par l'éphéméride NOE-6-12 ([Lainey et al., 2012](#)) de l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides (IMCCE) comme cette dernière n'a pas encore été ajustée aux observations *Cassini*.

mètres. Cette reconstruction du réseau des point de contrôle a été ensuite utilisée, dans le chapitre 6, pour mesurer les librations physiques en longitude de Mimas, confirmant que ce satellite n'est pas en équilibre hydrostatique et mettant une contrainte forte sur sa structure interne et sur son origine.

Finalement, les discussions et les conclusions sur les résultats obtenus dans cette thèse sont présentés dans le dernier chapitre.

Première partie

Astrométrie

“Everything must be taken into account. If the fact
will not fit the theory, let the theory go.”

- AGATHA CHRISTIE -

Chapitre 2

Méthode Astrométrique

Contenu

2.1	Modèle de réduction astrométrique	12
2.1.1	Correction des effets de mouvement propre, aberration, déviation relativiste et changement de la position de l'observateur	12
2.1.2	Projection gnomonique	15
2.1.3	Conversion arcsec-pixel	16
2.1.4	Modèle d'Owen	18
2.1.5	Comparaison des modèles	18
2.2	Détection des étoiles	19
2.3	Détermination du centre de figure du satellite	20
2.3.1	Mesure du limbe	20
2.3.2	Ajustement d'une ellipse d'axes de longueurs libres	21
2.3.3	Ajustement d'une ellipse avec des axes forcés	25
2.3.4	Effet de la distortion sur le centre de figure	26
2.4	Synthèse	26
2.5	Estimation de l'incertitude sur les positions mesurées	27
2.5.1	Orientation de la caméra	27
2.5.2	Le centre de figure	28
2.5.3	La position de la sonde	28

L'astrométrie est la discipline qui cherche à mesurer avec la plus grande précision possible les positions des objets célestes (i.e. étoiles, galaxies, corps du système solaire) en se basant sur des étoiles de référence données par un catalogue stellaire astrométrique de référence. Dans ce travail nous avons traité les observations ISS de la NAC de *Cassini* des deux satellites de Saturne, Mimas et Encelade. Les images ont été téléchargées depuis le “Planetary Data System” (PDS)¹. Du “label” de l'image (contenant toutes les informations relatives à cette image) on extrait la date et l'heure de l'observation en TDB. Grâce à la librairie *SPICE*, il est possible de connaître la position de la sonde et l'orientation de la caméra (α_c, δ_c) dans le repère “International Celestial Reference Frame” (ICRF).

Une fois l'orientation de la caméra connue, il est possible de connaître quelles étoiles doivent être présentes sur l'image en appliquant la méthode qui sera décrite dans la section 2.1. Celle-ci est utilisée pour faire la calibration astrométrique de la caméra en corrigeant son orientation basée sur les étoiles de référence (ici nous avons utilisé le catalogue UCAC2 (Zacharias et al., 2004)). La méthode de détection des étoiles est expliquée dans la section 2.2. Après avoir corrigé l'orientation de la caméra, nous mesurons la position du satellite sur l'image (section 2.3).

Ce chapitre décrit en détails la méthode que nous avons utilisée pour produire des observations astrométriques de Mimas et Encelade.

2.1 Modèle de réduction astrométrique

Pour projeter une étoile du catalogue sur l'image il faut appliquer le modèle astrométrique suivant : les coordonnées (α_*, δ_*) de l'étoile sur la sphère céleste sont tout d'abord transformées par les effets du mouvement propre de l'étoile, d'aberration, de déviation relativistes, et de translation de la position de l'observateur du barycentre du système solaire au repère de la sonde *Cassini*. Ensuite, une projection gnomonique pour passer de la sphère céleste à l'image CCD de la caméra est appliquée. Une dernière correction est appliquée pour convertir la position de l'étoile en pixel.

2.1.1 Correction des effets de mouvement propre, aberration, déviation relativiste et changement de la position de l'observateur

Toutes les équations qui sont présentes dans cette sous-section sont principalement basées sur le travail de Kaplan et al. (1989).

Soit une étoile d'ascension droite α et de déclinaison δ dans le repère ICRF. Ses coordonnées cartésiennes à l'époque t_0 du catalogue s'écrivent de la manière suivante :

$$\mathbf{u}(t_0) = \begin{bmatrix} r \cos \delta \cos \alpha \\ r \cos \delta \sin \alpha \\ r \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

1. Planetary Data System (PDS) URL : <http://pds.nasa.gov/>

où $r = 1/\sin p$ est la distance observateur-étoile en UA et p est la parallaxe de l'étoile qui est fournie par le catalogue. Dans les cas où celle-ci n'est pas fournie il faut choisir une valeur de $p = 1 \times 10^{-7}$ arcsec, ce qui place l'étoile à une distance de 10 Mpc (sur la sphère céleste).

A noter que la sonde *Cassini* est un bon outil pour mesurer avec une meilleure précision la parallaxe des étoiles vu que ce phénomène a un effet plus important sur Saturne que sur la Terre.

Mouvement propre : Après conversion des mouvements propres en α , δ et de la vitesse radiale (μ_α , μ_δ et \dot{r} , respectivement) en $UA/jour$, il faut calculer les composantes du vecteur vitesse de l'étoile $\dot{\mathbf{u}}(t_0)$ à la même époque t_0 du catalogue et par rapport au barycentre du système solaire :

$$\dot{\mathbf{u}}(t_0) = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \sin \delta & \cos \alpha \cos \delta \\ \cos \alpha & -\sin \delta \sin \delta & \sin \alpha \cos \delta \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_\delta \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Une fois le vecteur vitesse de l'étoile calculé, la position \mathbf{u}_2 de l'étoile à l'époque de l'observation t est calculée, d'où :

$$\mathbf{u}_2(t) = \mathbf{u}(t_0) + \dot{\mathbf{u}}(t_0) \cdot (t - t_0) \quad (2.3)$$

Changement du centre : La position de l'étoile (qui est fournie par le catalogue) est centrée sur le barycentre du système solaire, il faut alors la calculer par rapport à l'observateur qui est dans notre cas la sonde *Cassini*, ainsi :

$$\mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_2 - \mathbf{O}(t) \quad (2.4)$$

où $\mathbf{O}(t)$ est le vecteur position de la sonde dans le repère du barycentre du système solaire à l'instant t .

Déviations relativistes de la lumière : On calcule le vecteur position de l'étoile par rapport à Saturne² $\mathbf{q} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{S}(t)$ (où $\mathbf{S}(t)$ est le vecteur position de Saturne). On calcule également le vecteur $\mathbf{O}'(t) = \mathbf{O}(t) - \mathbf{S}(t)$ qui donne la position de la sonde par rapport à Saturne. Ainsi, la nouvelle position de l'étoile, en tenant compte de l'effet relativiste, s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{u}_4 = |\mathbf{u}_3| \left(\hat{\mathbf{u}} + \frac{g_1}{g_2} [(\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{q}})\hat{\mathbf{o}} - (\hat{\mathbf{o}} \cdot \hat{\mathbf{u}})\hat{\mathbf{q}}] \right) \quad (2.5)$$

où $\hat{\mathbf{u}}$, $\hat{\mathbf{o}}$ et $\hat{\mathbf{q}}$ sont des vecteurs unités tels que :

2. Comme la sonde *Cassini* est très proche de Saturne, la déviation du faisceau lumineux provenant de l'étoile est plus importante par Saturne que par le Soleil

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{u}} &= \mathbf{u}_3 / |\mathbf{u}_3|, \\
 \hat{\mathbf{o}} &= \mathbf{O}'(t) / |\mathbf{O}'(t)|, \\
 \hat{\mathbf{q}} &= \mathbf{q} / |\mathbf{q}|,
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

g_1 et g_2 sont des scalaires sans dimension tels que :

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \frac{2k^2}{c'^2 |\mathbf{O}'(t)|}, \\
 g_2 &= 1 + \hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{o}}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

où, $k = 0.01720209895$ est la constante de Gauss en $UA^{3/2} jour^{-1/2}$ et $c' = 173.144633$ est la vitesse de la lumière en $UA jour^{-1}$.

Aberration : Finalement, il ne reste qu'à corriger le phénomène d'aberration. D'abord il faut calculer les quantités suivantes :

$$\begin{aligned}
 \tau &= |\mathbf{u}_4| / c', \\
 \beta &= |\dot{\mathbf{O}}(t)| / c', \\
 \cos D &= \frac{\mathbf{u}_4 \cdot \dot{\mathbf{O}}(t)}{|\mathbf{u}_4| |\dot{\mathbf{O}}(t)|}, \\
 \gamma^{-1} &= \sqrt{1 - \beta^2}, \\
 f_1 &= \beta \cos D, \\
 f_2 &= [1 + f_1 / (1 + \gamma^{-1})] \tau
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

où $\dot{\mathbf{O}}(t)$ est la vitesse de la sonde *Cassini* à l'instant t . La position de l'étoile en tenant compte de l'aberration s'écrit alors :

$$\mathbf{u}_5 = \frac{[\gamma^{-1} \mathbf{u}_4 + f_2 \dot{\mathbf{O}}(t)]}{1 + f_1} \tag{2.9}$$

Après avoir effectué toutes les corrections nécessaires sur la position de l'étoile, on retrouve à partir du vecteur position \mathbf{u}_5 son ascension droite et sa déclinaison :

$$\begin{aligned}
 \alpha_* &= \arctan \left(\frac{\mathbf{u}_5(2)}{\mathbf{u}_5(1)} \right), \\
 \delta_* &= \arctan \left(\frac{\mathbf{u}_5(3)}{\sqrt{\mathbf{u}_5(1)^2 + \mathbf{u}_5(2)^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.1.2 Projection gnomonique

Soit un ensemble d'étoiles réparties sur une partie de la sphère céleste. Pour les projeter de cette sphère au plan tangent à la ligne de visée il faut effectuer une "projection gnomonique" (Figure 2.1). Grâce à l'orientation (α_c, δ_c) de la caméra calculée précédemment, on est capable de convertir les coordonnées de l'étoile (α_*, δ_*) sur la sphère céleste (avec une taille de champ $\approx 0.35^\circ \times 0.35^\circ$ pour la NAC de *Cassini*) aux coordonnées (X, Y) sur le plan tangent de l'image. D'où (Eichhorn, 1974) :

$$X = \frac{\cos \delta_* \sin(\alpha_* - \alpha_c)}{\sin \delta_* \sin \delta_c + \cos \delta_* \cos \delta_c \cos(\alpha_* - \alpha_c)} \quad (2.11)$$

$$Y = \frac{\sin \delta_* \cos \delta_c - \cos \delta_* \sin \delta_c \cos(\alpha_* - \alpha_c)}{\sin \delta_* \sin \delta_c + \cos \delta_* \cos \delta_c \cos(\alpha_* - \alpha_c)} \quad (2.12)$$

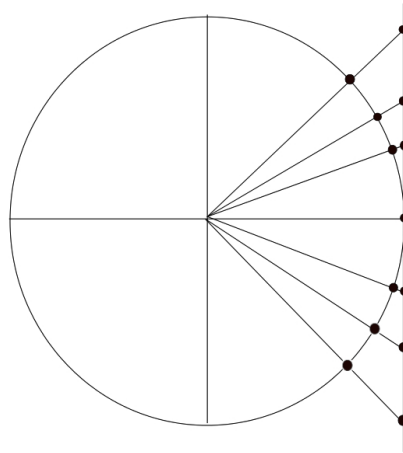


FIGURE 2.1 – Une représentation de la projection gnomonique en 2-D, montrant comment les points du cercle se projettent sur une droite. En 3-D le cercle se transforme en sphère et la droite se transforme en plan.

Après correction de l'orientation de la caméra (section 2.4), on peut retrouver les coordonnées (α_s, δ_s) de toute position sur l'image (par exemple celle du satellite), en inversant les équations (2.11) et (2.12). On trouve alors (Eichhorn, 1974) :

$$\alpha_s = \alpha_c + \arctan \left(\frac{X}{\cos \delta_c - Y \sin \delta_c} \right) \quad (2.13)$$

$$\delta_s = \arctan \left(\frac{\sin \delta_c + Y \cos \delta_c}{\sqrt{X^2 + (\cos \delta_c - Y \sin \delta_c)^2}} \right) \quad (2.14)$$

2.1.3 Conversion arcsec-pixel

Les équations (2.11) et (2.12) donnent la position (X, Y) en radians sur le plan tangent. Pour la convertir en pixels il faut utiliser l'équation suivante (après conversion de X et Y en arcsec) :

$$\begin{pmatrix} s \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\rho_s & 0 \\ 0 & 1/\rho_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_0 \\ l_0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

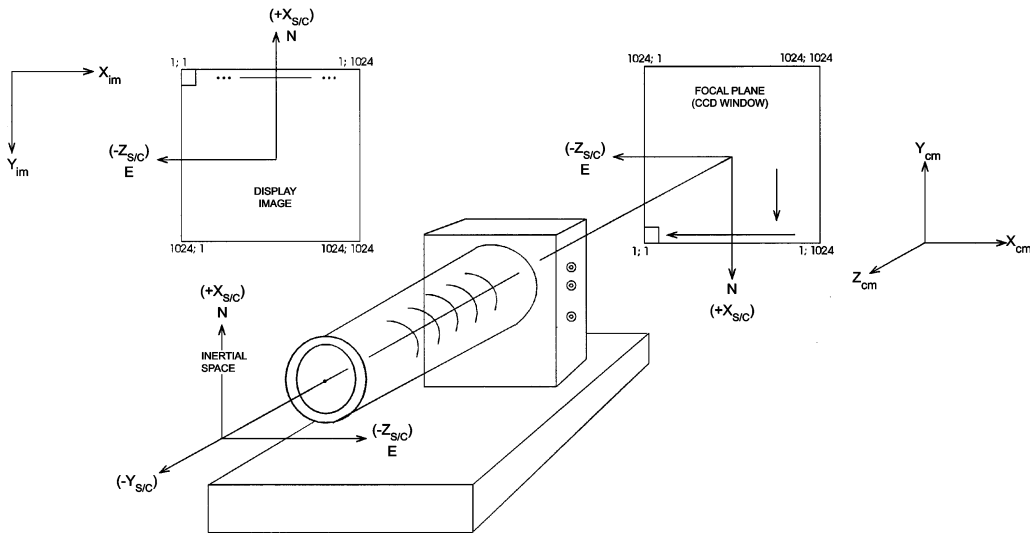


FIGURE 2.2 – Une illustration des axes de la sonde Cassini (Porco et al., 2004)

où ρ_s et ρ_l sont les facteurs d'échelle mesurés *arcsec/pixel*. Comme l'algorithme a été codé en langage IDL, l'origine des (*colonnes, lignes*) est placé au centre du pixel localisé en bas à gauche de l'image, augmentant à droite en colonnes et en haut en lignes. Quand l'image est affichée dans le sens inversé, le "Nord" de la sonde est aligné avec son axe $+X$ dans la direction croissante des lignes. "L'Est" de la sonde est aligné avec l'axe $-Z$ dans la direction décroissante des colonnes (Figure 2.2), d'où le signe "-" devant ρ_s . θ est l'angle entre la projection de l'axe Z du repère ICRF sur le plan (XZ) de la sonde et l'axe Z de la sonde. Cet angle s'appelle "l'angle de torsion". Finalement, s_0 et l_0 représentent une translation (égaux à 511.5 pour une image de 1024×1024 pixels) qui servent à déplacer le centre du champ du pixel $(0, 0)$ au centre de l'image présumé être en première approximation le centre optique.

Pour une calibration astrométrique complète (dans le cas d'un petit champ), il faut ajuster 5 paramètres : ρ_s , ρ_l , α_c , δ_c et θ . Les trois derniers varient d'une image à l'autre. Cependant, dans le cas des images *Cassini*, les deux premiers sont des caractéristiques de la caméra et donc des paramètres qui sont invariables dans toutes les images. Pour cela, ces deux paramètres ont été calibrés en utilisant 100 images par les séries des images des amas d'étoiles (série d'images de N1580739191 à N1580748341 et de N1601334486

	ρ_s (arcsec/pixel)	ρ_l (arcsec/pixel)	$\sigma(\rho_s)$ (arcsec/pixel)	$\sigma(\rho_l)$ (arcsec/pixel)	$\langle \text{RMS} \rangle$ (pixels)
$\rho_s \neq \rho_l$	1.2355	1.2354	10^{-4}	10^{-4}	0.33
$\rho_s = \rho_l$	1.2354		3×10^{-4}		0.35

TABLEAU 2.1 – Valeurs des facteurs d’échelles en arcsec/pixel pour un pixel rectangulaire ($\rho_s \neq \rho_l$) et un pixel carré ($\rho_s = \rho_l$).

à N1601342286) avec un nombre moyen de 225 étoiles par image. La calibration a été faite une fois en supposant que la forme du pixel est rectangulaire (i.e. $\rho_s \neq \rho_l$) et une fois en supposant une forme carrée du pixel (i.e. $\rho_s = \rho_l$) (Figure 2.3). Le Tableau 2.1 montre les valeurs des facteurs d’échelles dans les deux cas. De ce tableau on peut conclure qu’une forme carrée du pixel est une approximation raisonnable et on a choisi $\rho_s = \rho_l = 1.2354$ arcsec/pixel, ce qui réduit le nombre des paramètres à ajuster dans la calibration astrométrique à trois. Dans la Figure 2.3 on remarque aussi que la valeur du facteur d’échelle reste constante et indépendante de l’image. Comme chaque étoile fournit de l’information pour ajuster deux paramètres, il faut détecter deux étoiles sur chaque image pour pouvoir ajuster les trois paramètres α_c , δ_c et θ . La méthode de détection d’étoiles est décrite dans la section 2.2. Toutes les observations qui ont été publiées contiennent au moins deux étoiles par image.

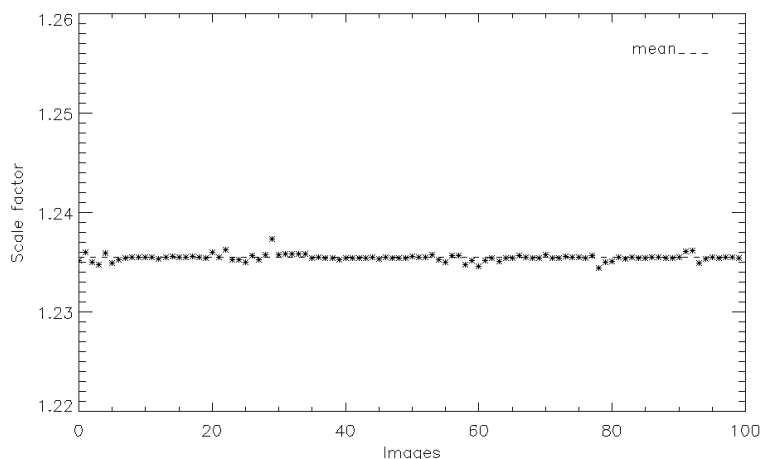


FIGURE 2.3 – Les valeurs du facteur d’échelle (considérant un pixel de forme carrée) obtenues dans les différentes images. La ligne en pointillés est la valeur moyenne qui vaut 1.2354 arcsec/pixel.

Une fois la position du satellite en pixel mesurée (section 2.3) et après avoir calibré les paramètres nécessaires, on calcule la position (X, Y) en inversant l’équation (2.15). On obtient alors l’équation (2.16) suivante :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho_s & 0 \\ 0 & \rho_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s - s_0 \\ l - l_0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

2.1.4 Modèle d'Owen

Owen (2003) a développé un modèle pour la réduction astrométrique des images Cassini ISS, incluant les effets de la distortion de la caméra, dans lequel les propriétés de la caméra ont été déterminées empiriquement en se basant sur les images de l'amas d'étoiles M35. Le modèle d'Owen est décrit de la manière suivante. Soit une position donnée \hat{A} de l'étoile, la direction de l'étoile dans les système de la caméra est donnée par :

$$\hat{P} = R_3(\Omega)R_1(-\chi)R_3(\psi)R_3(\phi)R_2(90^\circ - \delta)R_3(\alpha)\hat{A} \quad (2.17)$$

où α et δ sont respectivement l'ascension droite et la déclinaison de la caméra ISS de la sonde *Cassini* ; ψ , χ et Ω sont des corrections (données dans le Tableau 2.2) pour passer du repère de la sonde au repère de la caméra. R_i représente la rotation autour de l'axe i . \hat{P} est ensuite projeté sur l'image en coordonnées (colonne, ligne) en appliquant les équations suivantes :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{f}{P_3} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (2.19)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xr^2 & xy & x^2 \\ yr^2 & y^2 & xy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_2 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{pmatrix} s \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{yx} & K_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_0 \\ s_0 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

où f est la distance focale de la caméra en mm, ϵ_n sont des paramètres de distortion dépendants de la caméra. La matrice \mathbf{K} convertit une position de mm en pixels. s_0 et l_0 sont des paramètres de translation pour le centrage de l'image. Tous les paramètres présents dans les équations ci-dessus sont donnés dans le Tableau 2.2.

La comparaison avec le modèle présenté dans ce travail montre que la distorsion a été partiellement incluse dans la projection gnomonique et partiellement absorbée dans l'ajustement du facteur d'échelle. Ce qui explique la différence entre le facteur d'échelle que l'on a trouvé (≈ 1.2354 arcsec/pixel) et celui d'Owen (≈ 1.2357 arcsec/pixel).

2.1.5 Comparaison des modèles

Pour comparer les deux modèles, nous avons choisi 50 images de la même série utilisées dans Owen (2003), sélectionnées selon la présence du plus grand nombre d'étoiles par image. La comparaison des post-fit RMS obtenus par les deux modèles est présentée dans le Tableau 2.3. Après vérification des images de Mimas et Encelade qui ont été réduites,

Paramètres	Valeur	σ	unités
f	2002.703	0.065	mm
ϵ_2	+8.28	0.23	$\times 10^{-6} mm^{-2}$
ϵ_5	+5.45	1.30	$\times 10^{-6} mm^{-1}$
ϵ_6	-19.67	1.15	$\times 10^{-6} mm^{-1}$
K_x	83.33333	-	pixels/mm
K_{xy}	0.0	-	pixels/mm
K_{yx}	0.0	-	pixels/mm
K_y	83.3428	-	pixels/mm
s_0	511.5	-	pixels
l_0	511.5	-	pixels
ψ	0.0	-	deg
χ	0.0	-	deg
Ω	+0.095	0.002	deg

TABLEAU 2.2 – Les constantes utilisées dans le modèle d’Owen.

	$\langle \text{RMS} \rangle$ (pixels)	σ_{RMS} (pixels)
Notre model	0.32	0.027
model d’Owen	0.30	0.017

TABLEAU 2.3 – Comparaison des RMS moyen des résidus (pixels) des images entre le modèle de ce travail et celui d’Owen pour 50 images, avec un nombre moyen de 225 étoiles par image.

il est remarquable que la résolution des Mimas varie entre 0.5 km/pixel et 40 km/pixel, et celle d’Encelade varie entre 0.5 km/pixel et 35 km/pixel. Par conséquent, et d’après le Tableau 2.3, une variation de l’ordre de 10^{-3} pixels résulte une variation de la position de Mimas de 5×10^{-2} à 4×10^{-1} km, et d’Encelade de 5×10^{-3} à 3.5×10^{-1} km. Cela montre que notre modèle est bien assez précis en regard de la complexité de celui d’Owen.

D’autre part, même si le modèle d’Owen est légèrement plus précis que le nôtre, la présence de termes non-linéaires dans son modèle rend l’inversion (pour convertir une position (colonne, ligne) en (α, δ)) plus problématique sans perdre de la précision astrométrique. Dans notre modèle il est possible de passer d’une position (α, δ) à celle (colonne, ligne), et vice-versa, sans perdre de précision numérique. Plus loin dans le chapitre 3, nous montrerons que la caméra a été correctement modélisée.

2.2 Détection des étoiles

La détection des étoiles sur les images *Cassini* est basée sur la routine IDL qui s’appelle “FIND”³ (Stetson, 1987). Son rôle est de chercher les signaux gaussiens dans l’image (avec la largeur à mi-hauteur qui est précisée par l’utilisateur et qui fait 1.3 pixels pour la NAC de *Cassini*).

3. Cette routine est disponible en ligne sur le site de de IDL Astronomy User’s Library : URL : <http://idlastro.gsfc.nasa.gov/>

Dans cette routine, l'utilisateur doit aussi préciser le seuil de détection. Si le seuil est trop bas, la routine risque de détecter beaucoup de signaux qui ne sont pas des étoiles, et s'il est trop haut, on risque de ne pas pouvoir détecter les étoiles dans l'image. Malheureusement, ce seuil n'a pas une valeur fixe et dépend de l'image, car le temps d'exposition est variable d'une image à l'autre. D'autre part, le gradient de lumière causé par Saturne, le satellite ou par les anneaux varie aussi d'une image à l'autre.

Après avoir bien réglé le seuil pour pouvoir éliminer le bruit dans l'image sans avoir perdu d'étoiles, il est nécessaire de surveiller la détection des étoiles et vérifier si les étoiles détectées sont bien de vraies étoiles. En effet, on risque souvent de détecter un signal ne provenant pas d'une étoile mais d'un rayon cosmique qui est à peu près au même endroit sur l'image que celui prédit de l'étoile. Dans ce cas, il va falloir vérifier sa magnitude pour s'assurer qu'il est normal de détecter une telle étoile. Par exemple, sur une image avec un temps d'exposition relativement court, si on détecte une étoile de magnitude 12, alors que sur la même image, une autre étoile de magnitude 9 n'a pas été détectée, cela montre que celle détectée est une fausse étoile et donc qu'il faut la supprimer.

Tous ces différentes causes d'erreur de détection empêchent l'automatisation de la détection des étoiles. Cela exige donc que l'utilisateur surveille le processus de réduction astrométrique image par image.

2.3 Détermination du centre de figure du satellite

Après correction de l'orientation de la caméra, il faut mesurer la position en pixel du satellite sur l'image. Comme les images *Cassini* des satellites sont bien résolues, pour déterminer la position de son centre de figure il faut mesurer un limbe et ajuster une ellipse à ce limbe au lieu de mesurer le barycentre du satellite. Cette section décrit en détails la méthode que nous avons appliquée pour mesurer le centre de figure du satellite.

2.3.1 Mesure du limbe

Soit une image d'Encelade (Figure 2.4). Pour mesurer un point (en colonne et ligne) du limbe il faut suivre les étapes suivantes :

- 1) Tracer le profil d'intensité du pixel d'une coupe horizontale traversant le satellite (Figure 2.5).
- 2) Calculer la valeur absolue de la dérivée de la courbe de l'intensité du pixel (Figure 2.6). La position du maximum de cette courbe représente un point du limbe. Un seuil dépendant de chaque image a été ajouté pour éviter de détecter des points du terminateur.
- 3) Finalement, le même processus a été répété pour toutes les lignes et colonnes afin d'obtenir les positions des tous les points du limbe.

Le maximum se trouve parfois sur des cratères du satellite ce qui nous a obligé à limiter la recherche autour du limbe observé sur l'image.

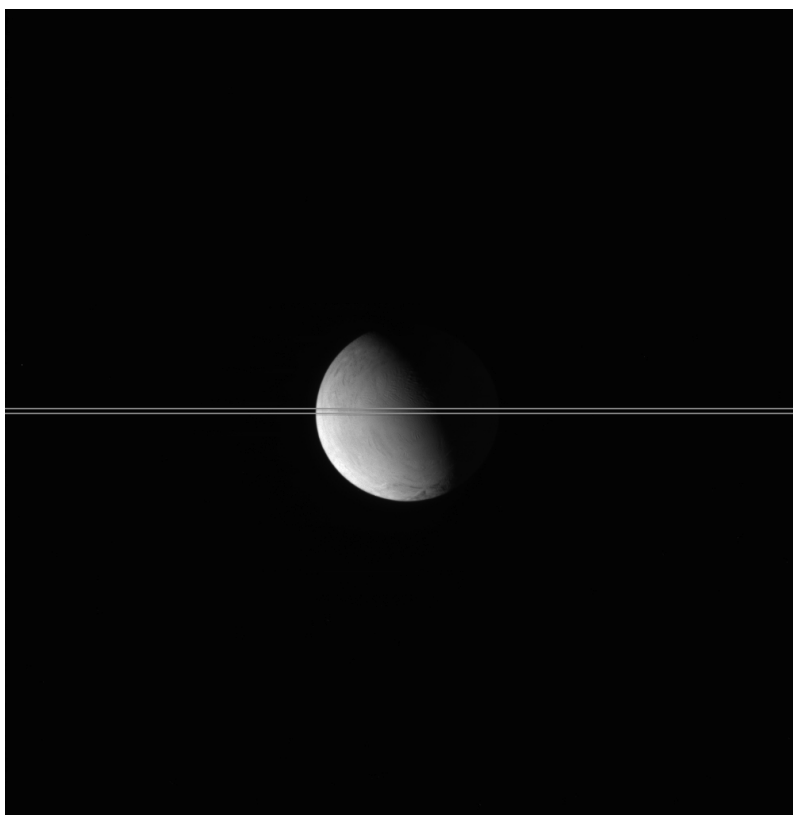


FIGURE 2.4 – Image d'Encelade avec une ligne montrant la région où l'intensité du pixel est étudiée.

2.3.2 Ajustement d'une ellipse d'axes de longueurs libres

Dans la plupart des images *Cassini* on ne peut voir qu'un côté du limbe, les seules images où il est possible de voir l'autre limbe sont quand Saturne éclaire la partie sombre du satellite. D'autre part, comme Mimas et Encelade ont des formes ellipsoïdales, pour déterminer la position du centre de figure du satellite il faut ajuster une ellipse au côté visible du satellite. Pour commencer on peut choisir d'ajuster une ellipse en libérant tous les paramètres, son centre (x_c, y_c) , les demi-grand et demi-petit axes (A, B) et son orientation ϕ . Pour ajuster une telle ellipse, nous avons besoin d'une méthode assez robuste car un seul côté du satellite est observé. Dans ce travail nous avons appliqué la méthode de [Halir and Flusser \(1998\)](#)⁴.

L'équation d'une conique générale est :

$$F(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (2.22)$$

Pour que celle-ci représente l'équation d'une ellipse, il faut ajouter la contrainte suivante :

$$b^2 - 4ac < 0 \quad (2.23)$$

4. Les méthodes d'ajustement d'ellipse sont très nombreuses et continuent à sortir, ce qui montre la non simplicité de ce problème. Ici nous présentons une méthode parmi d'autres, qui n'a pas été utilisée pour fournir les positions astrométriques, mais comme une solution dans les cas où la forme de l'objet n'est pas connue.

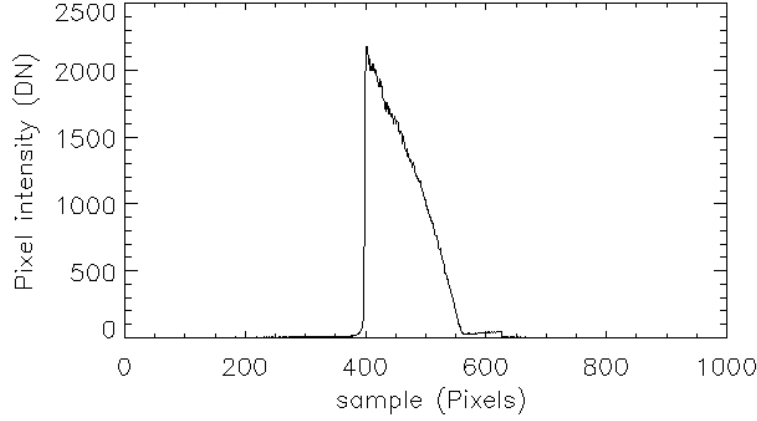


FIGURE 2.5 – Profil de l'intensité du pixel (DN) de la région choisie dans la Figure 2.4.

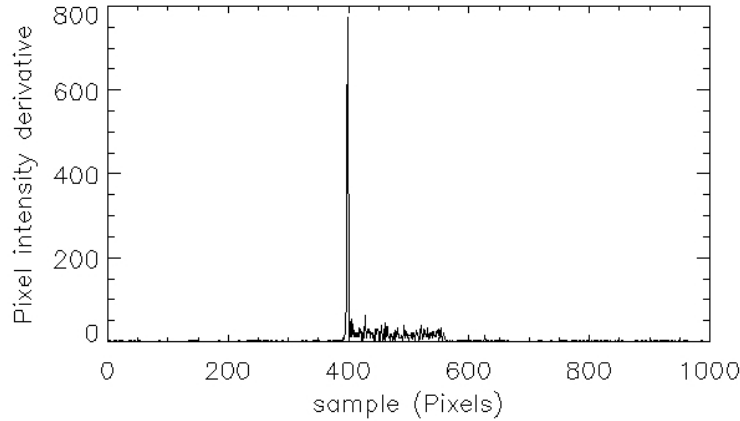


FIGURE 2.6 – Valeur absolue de la dérivée de l'intensité du pixel de la Figure 2.5. Le maximum représente un point du limbe.

où a, b, c, d, e et f sont les coefficients de l'ellipse et (x, y) sont les coordonnées des points décrivant cette ellipse. Il faut ajuster ces paramètres pour que la quantité $\sum_{i=1}^n F(x_i, y_i)^2$ atteigne sa valeur minimale, où (x_i, y_i) est la position du points i du limbe.

On définit la matrice \mathbf{D} comme réunion de deux sous-matrices \mathbf{D}_1 et \mathbf{D}_2 , telle que :

$$\mathbf{D} = (\mathbf{D}_1 | \mathbf{D}_2) \quad (2.24)$$

où

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 & x_i y_i & y_i^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 & x_N y_N & y_N^2 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

et

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i & y_i & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & 1 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

où x_i et y_i sont les N points du limbe détectés dans la section 2.3.1. Ensuite on construit la matrice \mathbf{S} , de la manière suivante :

$$\mathbf{S} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \hline \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{array} \right) \quad (2.27)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{S}_2 &= \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{S}_3 &= \mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

on construit également la matrice de contrainte \mathbf{C} en se basant sur l'équation (2.23), qui s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{C} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{C}_1 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \text{ avec, } \mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Finalement on construit le vecteur des coefficients \mathbf{a}

$$\mathbf{a} = \left(\begin{array}{c} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{array} \right) \text{ avec, } \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et, } \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Le problème revient alors à minimiser la quantité $\|\mathbf{D}\mathbf{a}\|^2$ en ayant respecté la contrainte $\mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1$. En appliquant les multiplicateurs de Lagrange on obtient les conditions pour une solution optimale de \mathbf{a}

$$\begin{aligned} \mathbf{S}\mathbf{a} &= \lambda \mathbf{C}\mathbf{a} \\ \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} &= 1 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Il existe six solutions en $(\lambda_j, \mathbf{a}_j)$ (valeurs et vecteurs propres) pour résoudre l'équation (2.31). Mais comme

$$\|\mathbf{D}\mathbf{a}\|^2 = \mathbf{a}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{a} = \mathbf{a}^T \mathbf{S} \mathbf{a} = \lambda \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = \lambda \quad (2.32)$$

on cherche le vecteur propre \mathbf{a}_k qui correspond à la plus petite valeur positive des valeurs propres λ_k . L'équation (2.31) s'écrit alors

$$\left(\begin{array}{c|c} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \hline \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix} = \lambda \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{C}_1 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

On montre que l'équation (2.31) s'écrit de la manière suivante

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{a}_1 &= \lambda\mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1 &= 1 \\ \mathbf{a}_2 &= -\mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a} &= \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.34)$$

où $\mathbf{M} = \mathbf{C}_1^{-1}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2\mathbf{S}_3^{-1}\mathbf{S}_2^T)$. Comme on peut le remarquer à partir de l'équation (2.34) il suffit de calculer le vecteur propre \mathbf{a}_1 de la matrice \mathbf{M} pour ajuster une ellipse aux points mesurés. Pour plus de détails sur la méthode on pourra se reporter à [Halir and Flusser \(1998\)](#). Cette méthode est non-itérative et très efficace pour l'ajustement d'ellipses à un limbe bruité et/ou non complet (comme dans notre cas).

Une fois le vecteur \mathbf{a} calculé, on trouve les paramètres de l'ellipse X_c , Y_c , A , B , et ϕ en appliquant les équations suivantes

$$\begin{aligned} X_c &= \frac{2cd - be}{b^2 - 4ac} \\ Y_c &= \frac{2ae - bd}{b^2 - 4ac} \\ A &= \sqrt{\frac{c'd'^2 + a'e'^2 - 4a'c'f'}{4a'c'^2}} \\ B &= \sqrt{\frac{c'd'^2 + a'e'^2 - 4a'c'f'}{4a'c'^2}} \\ \phi &= \arctan\left(\frac{a - c - \sqrt{(a - c)^2 + b^2}}{b}\right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

où

$$\begin{aligned} a' &= a(\cos \phi)^2 + c(\sin \phi)^2 - b \cos \phi \sin \phi \\ c' &= c(\cos \phi)^2 + a(\sin \phi)^2 + b \cos \phi \sin \phi \\ d' &= d \cos \phi - e \sin \phi \\ e' &= e \cos \phi + d \sin \phi \\ f' &= f \end{aligned} \quad (2.36)$$

Satellite	A (km)	B (km)	C (km)	Rayon Moyen (km)
Mimas	207.4 ± 0.7	196.8 ± 0.6	190.6 ± 0.3	198.2 ± 0.5
Encelade	256.6 ± 0.6	251.4 ± 0.2	248.3 ± 0.2	252.1 ± 0.2

TABLEAU 2.4 – Dimensions de Mimas et Encelade mesurées par [Thomas et al. \(2007\)](#).

2.3.3 Ajustement d'une ellipse avec des axes forcés

La méthode d'ajustement d'ellipse expliquée dans la section précédente permet d'ajuster une ellipse quelconque aux points mesurés du limbe. Or, les formes triaxiales des satellites ont été déterminées dans [Thomas et al. \(2007\)](#). Les dimensions des ellipsoïdes représentant les formes de Mimas et Encelade sont données dans le Tableau 2.4. La projection d'un ellipsoïde en 3-D sur le plan de la caméra en 2-D produit une ellipse (Figure 2.7). Ainsi, on peut déterminer (grâce à la librairie "SPICE") la position de la sonde à l'instant de l'observation et effectuer une projection de l'ellipsoïde sur le plan orthogonal à l'axe Satellite-Sonde. Les dimensions de l'ellipse projetée sont en kilomètres. Pour les convertir en pixels il faut les multiplier par la quantité ρ_{km} telle que

$$\rho_{km} = D \times \sin \rho \quad (2.37)$$

où D est la distance Sonde-Satellite en kilomètres et ρ le facteur d'échelle donné dans la section 2.1.3. ρ_{km} a pour unité des $km/pixel$.



FIGURE 2.7 – La projection d'un ellipsoïde sur un plan forme une ellipse.

Les demi-grand et demi-petit axes de l'ellipse sont maintenant connus, et les seuls paramètres restés à ajuster sont les coordonnées du centre de l'ellipse (X_c, Y_c) et son orientation ϕ . Pour faire ceci, nous avons appliqué un ajustement par moindres carrés en ajustant la fonction d'une ellipse $F(x, y)$ donnée dans l'équation 2.22.

	$\langle \Delta_s \rangle$ (pixels)	$\langle \Delta_l \rangle$ (pixels)	σ_{Δ_s} (pixels)	σ_{Δ_l} (pixels)
“Avec” moins “sans” correction de la distorsion	-0.011	-0.022	0.032	0.033
$\langle \text{O-C} \rangle$ (sans correction de la distorsion)	0.184	0.712	1.020	0.869
$\langle \text{O-C} \rangle$ (avec correction de la distorsion)	0.196	0.735	1.018	0.878

TABLEAU 2.5 – Effets de la distorsion de la caméra sur la mesure du limbe du satellite (Faites sur 100 images de Mimas et Encelade). La comparaison est faite sur les positions des satellite en incluant et excluant la distorsion de la mesure du limbe. Ici, la comparaison a aussi été faite par rapport au position données par l’éphéméride SAT317.

2.3.4 Effet de la distorsion sur le centre de figure

Pour évaluer l’effet de la distorsion sur la position du centre de figure du satellite, 100 mesures des centres de figure sur des images de Mimas et Encelade ont été choisies au hasard (et donc des résolutions quelconques), une fois en ajoutant la correction de la distorsion au points du limbe et une fois sans. Le Tableau 2.5 montre la différence en colonnes et lignes (en pixels) des positions du centre de figure mesurées. Nous pouvons conclure que la distorsion n’affecte pas d’une manière significative la mesure du centre de figure des satellites.

2.4 Synthèse

Nous avons introduit la méthode qui a été utilisée dans ce travail pour fournir les observations astrométriques de Mimas et Encelade. Pour éviter toute confusion, cette section résume les étapes à suivre pour réduire les images des satellites obtenues par la caméra ISS NAC de la sonde *Cassini*.

On récupère l’image du site du PDS de la NASA, grâce à la librairie SPICE on calcule l’orientation en ascension droite et déclinaison (α_c, δ_c) de la caméra NAC de la sonde *Cassini* en utilisant le temps de l’observation en TDB fourni par le label de l’image. Ensuite on cherche dans le catalogue UCAC2 quelles étoiles doivent être présentes dans le champ de vision de la caméra. Pour projeter une étoile du catalogue sur l’image, il faut d’abord corriger sa position des effets de mouvement propre, d’aberration, de déviation relativiste et correction topocentrique (section 2.1.1).

Les coordonnées en (α_*, δ_*) de l’étoile sont ensuite transformées, par la projection gnomonique en (X, Y) (équations (2.11) et (2.12)). Pour convertir la position de (X, Y) en $(colonnes, lignes)$ (en pixels) sur l’image on applique l’équation (2.15). Les positions réelles des étoiles sont mesurées sur l’image grâce à la routine “FIND” (section 2.2). En comparant les positions (sur l’image en pixel) des étoiles observées à celles prédites par le catalogue, on ajuste par la méthode des moindres carrées l’orientation de la caméra (α_*, δ_*) et l’angle de torsion θ .

Finalement, on mesure la position du centre de figure du satellite sur l’image (section

2.3). Cette position est convertie en (α_s, δ_s) dans le repère ICRF en utilisant l'équation (2.16) puis (2.13) et (2.14) avec les nouvelles valeurs corrigées de α_* , δ_* et θ .

2.5 Estimation de l'incertitude sur les positions mesurées

Les observations astrométriques obtenues à partir de l'instrument ISS-NAC de *Cassini* contiennent trois sources d'erreurs principales associées à : 1) la correction de l'orientation de la caméra σ_{α_p} et σ_{δ_p} , 2) la mesure du centre de figure du satellite σ_{α_c} et σ_{δ_c} ; 3) la position de la sonde σ_{sp} . Au final, les incertitudes sur les observations en $\sigma_\alpha \cos \delta$ et σ_δ s'écrivent alors,

$$(\sigma_\alpha \cos \delta)^2 = (\sigma_{\alpha_p} \cos \delta_p)^2 + \sigma_{\alpha_c}^2 + \sigma_{sp}^2 \quad (2.38)$$

$$\sigma_\delta^2 = \sigma_{\delta_p}^2 + \sigma_{\delta_c}^2 + \sigma_{sp}^2 \quad (2.39)$$

2.5.1 Orientation de la caméra

Comme décrit précédemment, la correction de l'orientation de la caméra consiste à comparer les positions des étoiles détectées à celles fournies par le catalogue (UCAC2 dans ce travail). Donc, les sources d'erreurs issues de la correction de l'orientation de la caméra dépendent de la méthode de détection des étoiles, ainsi que de l'erreur des paramètres des étoiles du catalogue.

La routine "FIND", qui sert à mesurer les positions des étoiles sur l'image, n'ajuste pas une gaussienne par la méthode des moindres carrés. En fait, elle fournit des positions approximatives initiales pour un futur ajustement complet par moindres carrés. L'incertitude produite par la routine "FIND" $\sigma_{extraction}$ est estimée entre 0.25 à 0.33 pixels (Peter Stetson : communication privée). Ainsi, la méthode de détection d'étoiles pourra être modifiée dans le futur pour mesurer les positions des étoiles avec une meilleure précision. D'autre part, les incertitudes sur les positions des étoiles de référence sont fournies par le catalogue UCAC2. Les incertitudes σ_{α_p} et σ_{δ_p} sur la position du satellite causée par la correction de l'orientation de la caméra s'obtiennent en différentiant l'équation (2.16). On obtient alors,

$$(\sigma_{\alpha_p} \cos \delta_s)^2 = \left(\frac{\alpha_s \cos \delta_s}{\rho} \times \sigma_\rho \right)^2 + (\delta_s \times \sigma_\theta)^2 + (\rho \cos(\theta) \times \sigma_{\Delta X})^2 + (\rho \sin \theta \times \sigma_{\Delta Y})^2 \quad (2.40)$$

$$(\sigma_{\delta_p})^2 = \left(\frac{\delta_s}{\rho} \times \sigma_\rho \right)^2 + (\alpha \cos \delta_s \times \sigma_\theta)^2 + (\rho \sin(\theta) \times \sigma_{\Delta X})^2 + (\rho \cos \theta \times \sigma_{\Delta Y})^2 \quad (2.41)$$

où α_s et δ_s sont les coordonnées observées du satellite, σ_ρ est donné dans le Tableau 2.1, et finalement σ_θ , $\sigma_{\Delta X}$ et $\sigma_{\Delta Y}$ sont les incertitudes calculées à partir de la matrice de covariance après ajustement, liée à la rotation et la translation, respectivement. Ces derniers contiennent les incertitudes sur la détection des étoiles $\sigma_{extraction}$ et celles du catalogue UCAC2 ($\sigma_\alpha, \sigma_\delta$). Finalement, l'erreur en α et δ due à la correction de l'orientation de la caméra n'est pas uniquement fonction du nombre d'étoiles détectées, mais aussi de leurs positions et la position du satellite sur l'image. L'effet d'une erreur sur l'angle de torsion de la caméra est en générale plus faible autour du centre de l'image, et augmentant en allant vers les bords de l'image.

2.5.2 Le centre de figure

La mesure du centre de figure se fait en deux étapes : la mesure du limbe du satellite et l'ajustement de la projection du modèle de forme existant. L'incertitude sur la mesure de chaque point du limbe est estimée à 0.5 pixels. Cependant, les incertitudes sur le modèle de forme sont données dans le Tableau 2.4 qui ont été projetées sur l'image de la même manière que celle de la projection de l'ellipsoïde. Ainsi, l'incertitude sur le centre de figure du satellite s'écrit alors

$$\sigma_{\alpha c}^2 = (\rho \cos \theta \times \sigma_{Xcen})^2 + (\rho \sin \theta \times \sigma_{Ycen})^2 \quad (2.42)$$

$$\sigma_{\delta c}^2 = (\rho \sin \theta \times \sigma_{Xcen})^2 + (\rho \cos \theta \times \sigma_{Ycen})^2 \quad (2.43)$$

où σ_{Xcen} et σ_{Ycen} sont les incertitudes en pixels sur le centre de figure mesuré du satellite. Ces deux quantités ont été calculées à partir de la matrice de covariance après ajustement contenant les incertitudes sur le mesure du limbe et sur le modèle de forme.

2.5.3 La position de la sonde

La position de la sonde *Cassini* est calculée grâce aux kernels "SPK" les plus récents de la librairie SPICE. Cette position est connue à une incertitude de 100 mètres (Robert Jacobson : Communication privée). Ainsi, l'incertitude relative sur la position du satellite est aussi de l'ordre de 100 mètres. Pour convertir cette incertitude en angle, on a la relation

$$\sigma_{sp} = \arcsin \left(\frac{10^{-1}}{D} \right) \quad (2.44)$$

où D est la distance en kilomètres entre la sonde et le satellite observé.

Chapitre 3

Observations astrométriques

Contenu

3.1	Résultats	30
3.2	Les résidus des observations	30
3.2.1	Analyse des résidus	31
3.2.2	Estimation des incertitudes	31
3.3	Analyse des observations	32
3.3.1	Astrométrie et nombre d'étoiles	32
3.3.2	Effet de phase	33
3.3.3	Modélisation de la caméra	33
3.3.4	Angle de torsion	33
3.4	Analyse en fréquence	34
3.4.1	Analyse en fréquence des résidus	34
3.4.2	Analyse en fréquence des éphémérides	34

Dans le chapitre précédent nous avons expliqué en détail la méthode qui a été utilisée pour effectuer la réduction astrométrique des images *Cassini* ISS de la caméra NAC. Les observations astrométriques des satellites Mimas et Encelade sont présentées dans ce chapitre. Une analyse des résidus par rapport aux éphémérides SAT317 et SAT351 a été faite, ainsi qu'une analyse en fréquence des différentes éphémérides et des tests supplémentaires sur la modélisation de la caméra ont été également faites.

3.1 Résultats

Utilisant les méthodes de réduction astrométrique et de mesure du centre de figure du satellite décrites dans le chapitre 2, nous avons réussi à réduire 870 images parmi un total d'environ 2500 images NAC de Mimas, et 920 images parmi un total d'environ 5500 images NAC d'Encelade¹. L'ensemble complet des observations est disponible en lignes sur le site du CDS². Le Tableau 3.1 montre un petit échantillon de ces observations. Les variables sont organisées par colonnes de la manière suivante : le nom de l'image, la date et le temps milieu de l'exposition de l'image (UTC), le nom du satellite, son ascension droite et sa déclinaison (dans l'ICRF et vue depuis *Cassini*), incertitude de l'observation en ascension droite et déclinaison, ascension droite, déclinaison et angle de torsion de la caméra (équation 2.15), colonne et ligne (en pixels) du satellite observé, et finalement le nombre des étoiles détectées dans l'image. Toutes les variables angulaires sont données en degrés. La Figure 3.1 montre un exemple d'observations astrométriques de Mimas et Encelade.

Nous avons fourni séparément les positions des satellites sur l'image en pixels et les coordonnées en ascension droite, déclinaison (α_c, δ_c) et l'angle de torsion pour de futures éventuelles modifications de la méthode de réduction astrométrique (dans ce cas les positions du satellite en pixel sont déjà disponibles) ou de mesure du centre de figure du satellite (l'orientation de la caméra est dans ce cas aussi disponible).

3.2 Les résidus des observations

Le résidu d'une observation par rapport à une éphéméride (également appelé " $O - C$ ") est la différence entre la position de l'objet observé et celle prédite par l'éphéméride. Plus le résidu moyen avec son écart type sont petits, plus la précision de l'éphéméride est élevée.

1. Les autres images n'ont pas été réduites pour plusieurs raisons dont : le satellite était très près de la sonde, positionné entre la sonde et Saturne ou encore le temps d'exposition était très faible. Ces raisons ont rendu la détection des étoiles impossible. De plus, le limbe du satellite n'était pas entièrement observable à cause de sa localisation sur le bord de l'image, son passage derrière un satellite ou des anneaux ont rendu la mesure du centre de figure du satellite impossible.

2. Centre de Données astronomiques de Strasbourg, CDS : <http://cdsweb.u-strasbg.fr/>

Nom de l'image	Date	Temps (UTC)	Corps	α (degrés)	δ (degrés)	$\sigma_\alpha \times \cos(\delta)$ (degrés)	σ_δ (degrés)	α_c (degrés)	δ_c (degrés)	Angle de torsion (degrés)	Colonne (pixels)	Ligne (pixels)	*
N1479200258	2004 NOV 15	08 :32 :05.945	MIMAS	29.979909	6.680864	0.687×10^{-4}	0.662×10^{-4}	29.905985	6.761319	91.115937	281.28	729.98	11
N1481705814	2004 DEC 14	08 :31 :05.670	MIMAS	107.870401	-3.690718	0.379×10^{-4}	0.359×10^{-4}	107.870317	-3.733118	353.939497	498.21	634.34	29
N1484517118	2005 JAN 15	21 :25 :51.308	MIMAS	175.477709	0.093303	0.129×10^{-3}	0.207×10^{-3}	175.489457	0.092305	15.269756	545.29	505.29	3
N1521712680	2006 MAR 22	09 :27 :52.503	MIMAS	288.745684	1.988585	0.274×10^{-4}	0.283×10^{-4}	288.783017	2.008344	5.899863	613.73	443.05	51
N1575313583	2007 DEC 02	18 :30 :33.311	MIMAS	243.610960	-4.158628	0.901×10^{-4}	0.886×10^{-4}	243.619856	-4.155943	282.100264	524.57	535.14	6
N1595040885	2008 JUL 18	02 :16 :36.158	MIMAS	141.777941	-11.025407	0.686×10^{-4}	0.687×10^{-4}	141.781475	-11.021131	45.630431	509.66	495.56	8
N1634636975	2009 OCT 19	09 :06 :44.682	MIMAS	272.365301	3.554427	0.416×10^{-4}	0.392×10^{-4}	272.359718	3.536634	273.882329	458.67	498.81	24
N1648319659	2010 MAR 26	17 :49 :50.716	MIMAS	275.565618	3.248451	0.515×10^{-4}	0.496×10^{-4}	275.582245	3.292250	275.343224	643.08	547.78	15
N1675518282	2011 FEB 04	12 :57 :06.091	MIMAS	261.632816	4.465046	0.803×10^{-4}	0.875×10^{-4}	261.636276	4.462652	243.369096	500.76	517.36	6
N1466514680	2004 JUN 21	12 :47 :10.340	ENCELADUS	38.588063	10.206353	0.117×10^{-3}	0.111×10^{-3}	38.574930	10.205660	0.137024	473.84	513.61	3
N1484577892	2005 JAN 16	14 :18 :44.852	ENCELADUS	318.438532	1.777562	0.689×10^{-4}	0.670×10^{-4}	318.433691	1.730987	6.287934	512.35	647.95	10
N1525360749	2006 MAY 03	14 :48 :39.541	ENCELADUS	318.048782	-1.138369	0.790×10^{-4}	0.785×10^{-4}	318.060314	-1.111871	342.129492	567.17	448.32	6
N1572040488	2007 OCT 25	21 :19 :21.288	ENCELADUS	133.153457	1.006058	0.114×10^{-3}	0.961×10^{-4}	133.162424	1.033192	353.446634	546.48	435.93	4
N1584025375	2008 MAR 12	14 :26 :03.829	ENCELADUS	345.192303	-71.883886	0.736×10^{-4}	0.742×10^{-4}	345.246903	-71.883564	81.855844	517.56	462.39	8
N1636982497	2009 NOV 15	12 :38 :29.837	ENCELADUS	293.373282	1.521043	0.608×10^{-4}	0.621×10^{-4}	293.372193	1.515141	276.126094	494.06	510.18	10
N1663946254	2010 SEP 23	14 :31 :14.194	ENCELADUS	193.921811	3.487161	0.730×10^{-4}	0.738×10^{-4}	193.923545	3.490967	263.050203	521.90	517.85	7
N1675108551	2011 JAN 30	19 :08 :16.839	ENCELADUS	342.949825	-3.660910	0.935×10^{-4}	0.727×10^{-4}	342.947282	-3.759135	185.366996	492.09	225.83	8

TABLEAU 3.1 – Exemple des résultats obtenus par réduction astrométrique.

	$\langle \alpha \cos \delta \rangle$ (km)	$\sigma_{\alpha \cos \delta}$ (km)	$\langle \delta \rangle$ (km)	σ_δ (km)
Mimas (SAT317)	-0.83	4.15	-1.02	2.95
Mimas (SAT351)	-0.86	4.01	-0.91	3.39
Enceladus (SAT317)	-0.35	3.20	0.17	2.99
Enceladus (SAT351)	-0.25	3.00	0.04	2.78

TABLEAU 3.2 – Valeurs moyennes et écarts types des résidus par rapport aux éphémérides du JPL, SAT317 et SAT351, en kilomètres.

3.2.1 Analyse des résidus

Dans ce travail, les observations ont été comparées aux éphémérides du Jet Propulsion Laboratory (JPL), SAT317 et SAT351. Ces résidus sont présentés dans les Figures 3.2, 3.3, 3.4 et 3.5 pour Mimas et Encelade, où les résidus ont été convertis en kilomètres (en utilisant l'équation (2.37)). Le Tableau 3.2 montre les valeurs moyennes des résidus avec leurs écarts types (en kilomètres également). D'autre part les Figures 3.6 et 3.7 montrent pour Mimas et Encelade, respectivement, les différences $|O - C|_{SAT317} - |O - C|_{SAT351}$. Les valeurs moyennes de ces dernières sont données dans le Tableau 3.3. Une valeur positive de la valeur moyenne des différences signifie que l'éphéméride SAT351 est meilleure que SAT317, et vice-versa. D'après les figures mentionnées plus haut et les Tableaux 3.2 et 3.3, il n'est pas évident de conclure laquelle des éphémérides de Mimas est la meilleure. Toutefois, nous remarquons que l'éphéméride d'Encelade a été améliorée dans sa nouvelle version SAT351. L'éphéméride SAT317 a utilisé les observations *Cassini* jusqu'à août 2009, tandis que l'éphéméride SAT351 les a utilisées jusqu'à fin 2011. En comparant ces dates aux dates d'observations présentées dans ce travail, nous avons remarqué que 39 et 127 observations astrométriques de Mimas et Encelade, respectivement, ont été ajoutées depuis août 2009.

3.2.2 Estimation des incertitudes

Une autre analyse qui a été faite dans ce travail concerne l'estimation de l'incertitude. Le Tableau 3.4 montre le pourcentage des résidus des observations qui sont plus petits que leurs incertitudes estimées. Idéalement il faudrait avoir 66.7 % des $(O - C) < 1\sigma$. Ainsi, le Tableau 3.4 montre que celles-ci ont été mieux estimées sur les observations d'Encelade que

	$\langle O - C _{SAT317} - O - C _{SAT351} \rangle$ $\alpha \cos \delta$ (km)	δ (km)
Mimas	0.09	-0.39
Enceladus	0.17	0.26

TABLEAU 3.3 – Les valeurs moyennes des différences entre les résidus $\langle |O - C|_{SAT317} - |O - C|_{SAT351} \rangle$ en $\alpha \cos \delta$ et δ pour Mimas et Encelade.

	$\%(O - C)_{\alpha \cos \delta} < \sigma_{\alpha \cos \delta}$	$\%(O - C)_{\delta} < \sigma_{\delta}$
Mimas (SAT317)	47.2	63.6
Mimas (SAT351)	48.5	53.8
Enceladus (SAT317)	60.4	57.9
Enceladus (SAT351)	61.0	66.6

TABLEAU 3.4 – Le pourcentage des observations ayant des (O-C) plus petits que leurs incertitudes σ en $\alpha \cos \delta$ et en δ .

sur celles de Mimas. Cela a deux explications possibles : soit la surface de Mimas étant plus cratérisée que celle d’Encelade, la mesure du centre de figure de Mimas est moins exacte par conséquent l’incertitude sur cette mesure a été sous-estimée ; soit, la précision de l’éphéméride d’Encelade est plus élevée que pour Mimas. En effet, le Tableau 3.4 est en accord avec le Tableau 3.2. Ces deux tableaux suggèrent que l’éphéméride d’Encelade est probablement plus précise que celle de Mimas.

3.3 Analyse des observations

3.3.1 Astrométrie et nombre d’étoiles

L’instrument ISS à bord de *Cassini* a fourni des images très résolues des satellites de Saturne, permettant d’obtenir des observations astrométriques avec une exactitude très élevée. Un grand nombre des étoiles combiné avec une haute résolution du satellite observé produisent une meilleure exactitude astrométrique. Pourtant, une telle combinaison optimale est rarement réalisable. Les Figures 3.8 et 3.9 représentent la variation de nombre d’étoiles en fonction de la taille du satellite (en pixels) observé sur l’image, pour toutes les observations de Mimas et d’Encelade, respectivement. Ces images, montrent que le nombre d’étoiles diminue quand la taille du satellite augmente. Ceci est prévisible étant donné que les étoiles se cachent derrière le satellite quand la taille de ce dernier augmente. Ainsi, la probabilité de détection des étoiles diminue. Par conséquent, l’incertitude sur la position du satellite diminue avec la diminution de nombre d’étoiles par image, comme montré dans les Figures 3.10 et 3.11 pour Mimas et Encelade, respectivement. D’autres effets sont remarquables dans ces figures en gardant à l’esprit que l’erreur due à la détection des étoiles est une parmi trois sources d’erreur, accompagnée de l’erreur sur la position de la sonde et de l’erreur due à la mesure du centre de figure du satellite (voir section 2.5).

	$\langle O - C \rangle_X$ (km)	$\langle O - C \rangle_Y$ (km)	$\sigma_{(O-C)_X}$ (km)	$\sigma_{(O-C)_Y}$ (km)
Mimas	1.52	0.17	3.80	2.77
Enceladus	0.72	0.25	2.99	2.01
Both	1.11	0.21	3.43	2.41

TABLEAU 3.5 – Valeurs moyennes des résidus de Mimas (première ligne) et Encelade (deuxième ligne) par rapport à SAT351 en kilomètres rapportées dans un repère où l’axe des X est dans la direction du Soleil. La dernière ligne donne les résidus des deux satellites ensemble.

3.3.2 Effet de phase

Puisque l’ajustement d’une ellipse pour mesurer le centre de figure du satellite a été fait en utilisant uniquement la partie visible du limbe, nous avons étudié le comportement des résidus en fonction de la phase. La Figure 3.12 montre les résidus (en kilomètres) des observations par rapport à l’éphéméride SAT351, mais cette fois dans un repère où l’axe X est orienté dans la direction du Soleil. Le Tableau 3.5 montre les résidus moyens dans le même repère d’axes. Il est clair que les positions observées des deux satellites sont décalées dans la direction du Soleil par rapport aux positions prédites. Néanmoins, les décalages sur Mimas sont plus significatifs que sur Encelade. A part le fait que la précision de l’éphéméride de Mimas est plus faible, la surface de Mimas est plus cratérisée que celle d’Encelade et l’erreur due à l’effet de phase est alors plus important. Une autre explication possible est que la forme réelle de Mimas pourrait être plus grande que celle calculée par Thomas et al. (2007). Cela pourrait alors expliquer également ce décalage.

3.3.3 Modélisation de la caméra

Des tests supplémentaires au chapitre sont présentés ici. Les Figures 3.13 et 3.14 montrent les résidus des observations de Mimas et Encelade à l’éphéméride SAT351 en fonction de la position du satellite sur l’image, en colonne et ligne (en pixels), respectivement. Il est remarquable à partir de ces figures que dans la majorité des images, le satellite est localisé autour du centre de l’image. Ceci est attendu car dans la majorité des observations le satellite était ciblé. D’autre part, nous remarquons aussi que les résidus ne présentent pas de tendances particulières. En particulier, l’absence d’une droite symétrique par rapport au centre dans ces figures confirme que la caméra a été bien modélisée.

3.3.4 Angle de torsion

Une dernière analyse a été faite sur le comportement de l’angle de torsion de la caméra. La Figure 3.15 présente la correction de cet angle en fonction du nombre d’étoiles détectées sur l’image. Nous remarquons que cette correction converge vers une valeur bien précise quand le nombre d’étoiles augmente. Pour cela, nous avons utilisé la même série de 294 images (de N1580739191 à N1637129711) des amas d’étoiles que celle de la section 2.1.3 pour mesurer avec précision cette correction en utilisant le facteur d’échelle $\rho = 1.2354$ arsec/pixel (section 2.1.3). Ces images ont été prises sur une période de 1.8 ans. Une valeur

moyenne de la correction de l’angle de torsion de -9.6×10^{-2} degré avec un écart type de 5.1×10^{-3} degré ont été obtenus. Dans ce travail nous avons utilisé le repère de la sonde *Cassini* sous le nom “CASSINLSC_COORD” dans la librairie SPICE, le repère de la caméra ISS NAC de *Cassini* a le nom “CASSINLISS_NAC”. Grâce à la librairie SPICE, nous avons calculé l’angle entre les “Nord” des deux repères, nous obtenons alors un angle de -9.1×10^{-2} degré. Donc, pour passer du repère de la sonde au repère de la caméra il faut ajouter cet angle à l’angle de torsion.

En utilisant les étoiles et indépendamment de la librairie SPICE, cette mesure nous a permis de trouver empiriquement l’angle entre l’axe du “Nord” de la sonde et celui de la caméra. L’avantage de cette mesure c’est que nous avons déterminé l’erreur sur l’angle de torsion qui fait 5.1×10^{-3} degré. Autrement dit, il est possible, dans les futures observations astrométriques de *Cassini*, de fixer (et avec une incertitude donnée) cette correction de l’angle de torsion et d’ajuster seulement le pointage (α_c, δ_c) de la caméra.

3.4 Analyse en fréquence

3.4.1 Analyse en fréquence des résidus

Pour une analyse plus approfondie, nous avons fait une analyse en fréquence des résidus des observations de Mimas et Encelade par rapport aux éphémérides SAT317 et SAT351. L’analyse en fréquence des résidus en $\alpha \cos \delta$ de Mimas (Figure 3.2) sort un signal périodique d’amplitude de ≈ 1.8 km avec une période de 0.9443 jours. Dans les Figures 3.16 et 3.17, les résidus des observations de Mimas (en $\alpha \cos \delta$) par rapport à SAT317 et SAT351 sont également représentés, respectivement, en fonction de l’anomalie vraie de Mimas. Il est clair de ces figures qu’il y a un biais périodique en $\alpha \cos \delta$ par comparaison aux éphémérides. Aucun signal périodique n’a été détecté dans l’analyse en fréquence des résidus en δ pour Mimas (Figure 3.3) ou en $\alpha \cos \delta$ et δ pour Encelade (Figures 3.4 et 3.5, respectivement).

3.4.2 Analyse en fréquence des éphémérides

Pour mieux comprendre l’origine du signal périodique détecté dans la section précédente, nous avons fait une analyse en fréquence de la variation de la longitude moyenne de Mimas calculée à partir de l’éphéméride SAT351. A partir de cette analyse nous avons détecté une oscillation à courte période de 0.9449 jours et d’amplitude 33 km. Des valeurs similaires ont été trouvées en analysant l’éphéméride NOE-6-12 (Lainey et al., 2012) et le modèle orbital TASS (Duriez & Vienne, 1997 et Vienne & Duriez, 1995). La différence entre la période mesurée à partir de l’analyse des résidus et celle obtenue par les modèles orbitaux est de l’ordre de 6×10^{-4} jour ce qui rentre dans les incertitudes de l’analyse en fréquence, étant donné que le signal dans la Figure 3.2 est bruité et mal échantillonné. Ce biais périodique des résidus des observations de Mimas est très probablement attribuable aux erreurs sur les conditions initiales (incluant les masses de Saturne et des satellites) ou à des perturbations non modélisées, causées probablement par les petits satellites, les

	Period (days)	Amplitude (km)
TASS	0.9449	32
	1.0016	255
SAT351	0.9449	33
	0.9424	13
NOE-6-12	1.0016	255
	0.9449	33
	0.9424	13

TABLEAU 3.6 – Les périodes à court-terme détectées à partir de l’analyse en longitude moyenne de Mimas pour les modèles orbitaux TASS, SAT351, et NOE-6-12.

anneaux, ou les termes d’ordres élevés du développement en harmoniques sphériques du champ de gravité de Saturne.

Dans les éphémérides SAT351 et NOE-6-12 nous avons également trouvé deux signaux à courtes périodes additionnels en longitude moyenne de périodes 1.0016 jours et de 0.9424 jour, avec des amplitudes de 255 km et 13 km, respectivement, mais qui n’apparaissent pas dans le modèle TASS (Tableau 3.6). La période de 0.9424 jour correspond à la période orbitale de Mimas, tandis que le période résultante de la “fréquence de battement” entre les signaux de 0.9424 et 1.0016 jours est de 15.94 jours, soit la période orbitale de Titan. Cela montre qu’il y a des termes qui manquent dans la théorie TASS, entre autres, des termes associés à l’action de Titan sur Mimas. Ceci est en accord avec les résultats de [Peng et al. \(2008\)](#) qui ont trouvé des signaux périodiques significatifs dans les résidus des observations astrométriques de Mimas (observations réalisées au sol) par rapport à l’éphéméride TASS1.7.

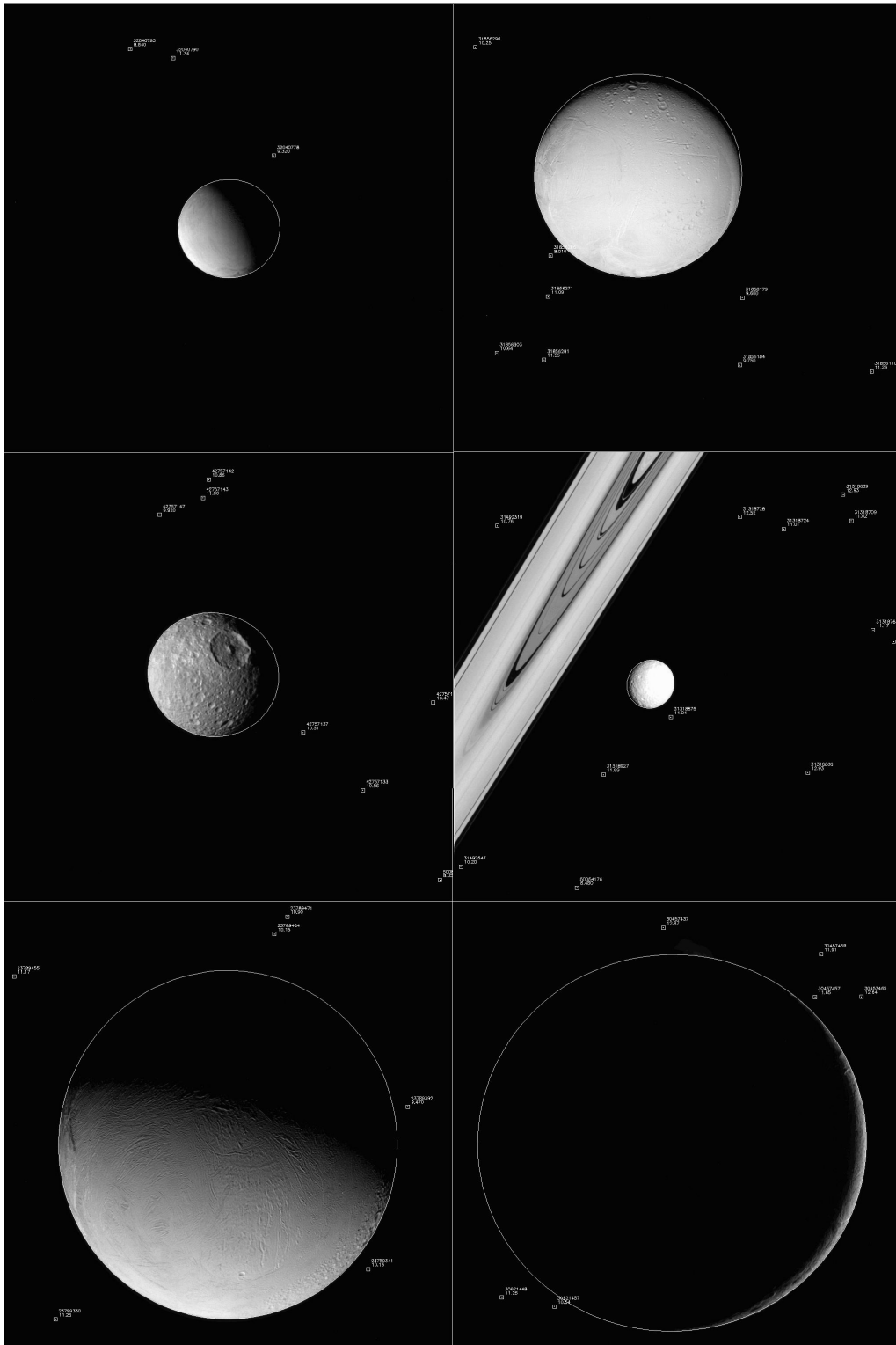


FIGURE 3.1 – Exemple d’images réduites de Mimas (milieu) et Encelade (haut et bas). Noms des images : N1484519176, N1487264883, N1501627117, N1514074586, N1569849851 et N1669795989, respectivement. Les positions prédites des étoiles du catalogue UCAC2 sont superposées sur les images.

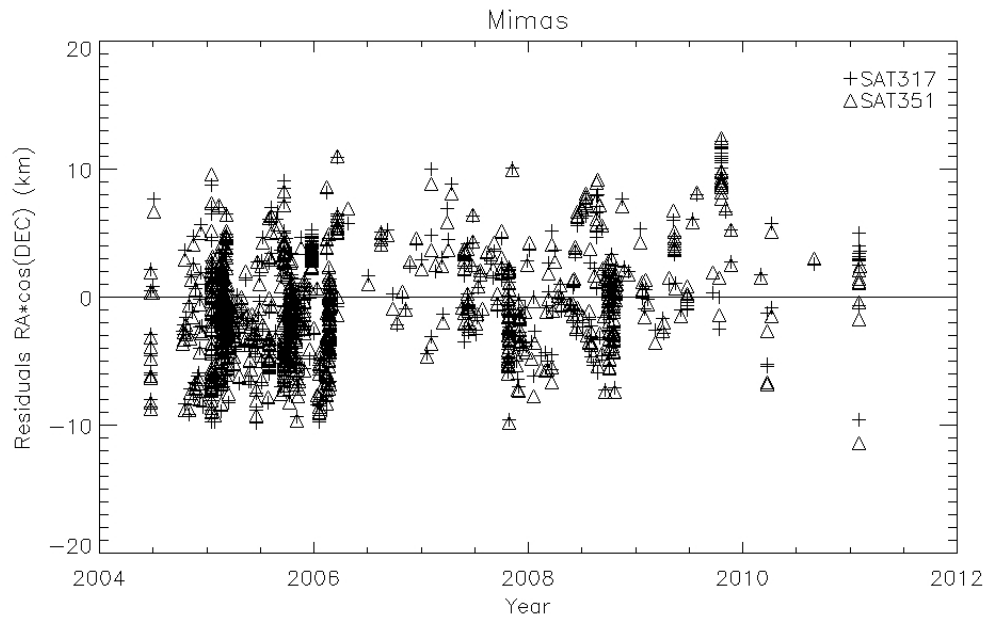


FIGURE 3.2 – Résidus des positions observées de Mimas par rapport aux prédictions du JPL en $\alpha \cos \delta$ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.

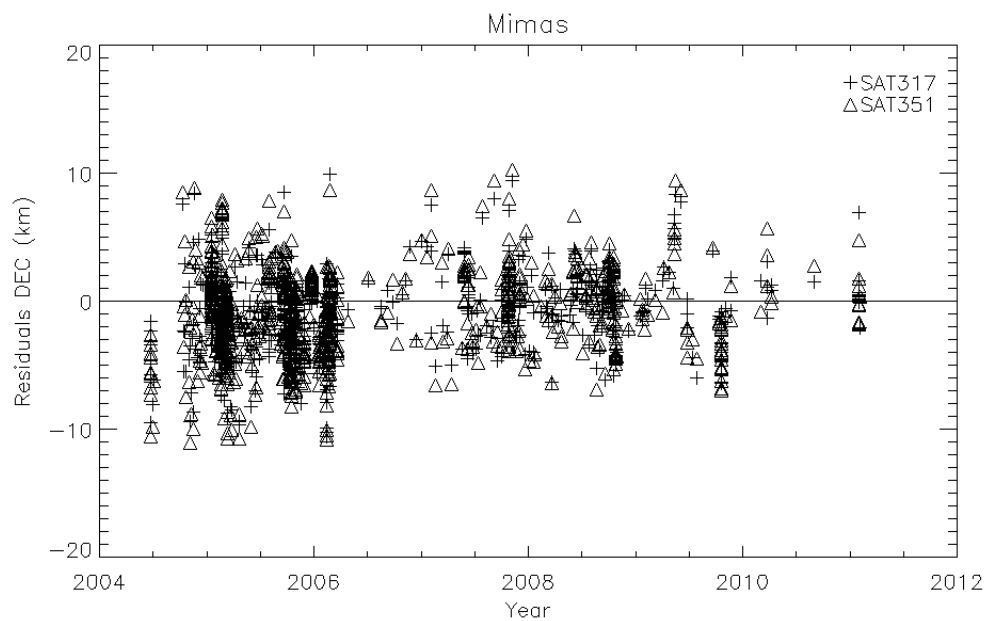


FIGURE 3.3 – Résidus des positions observées de Mimas par rapport aux prédictions du JPL en δ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.

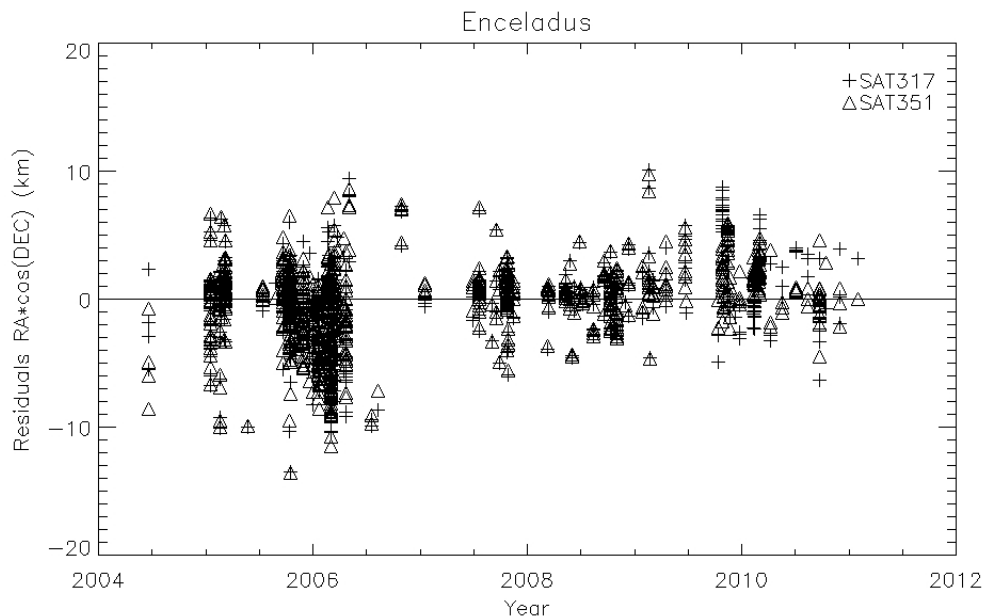


FIGURE 3.4 – Résidus des positions observées d’Encelade par rapport aux prédictions du JPL en $\alpha \cos \delta$ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.

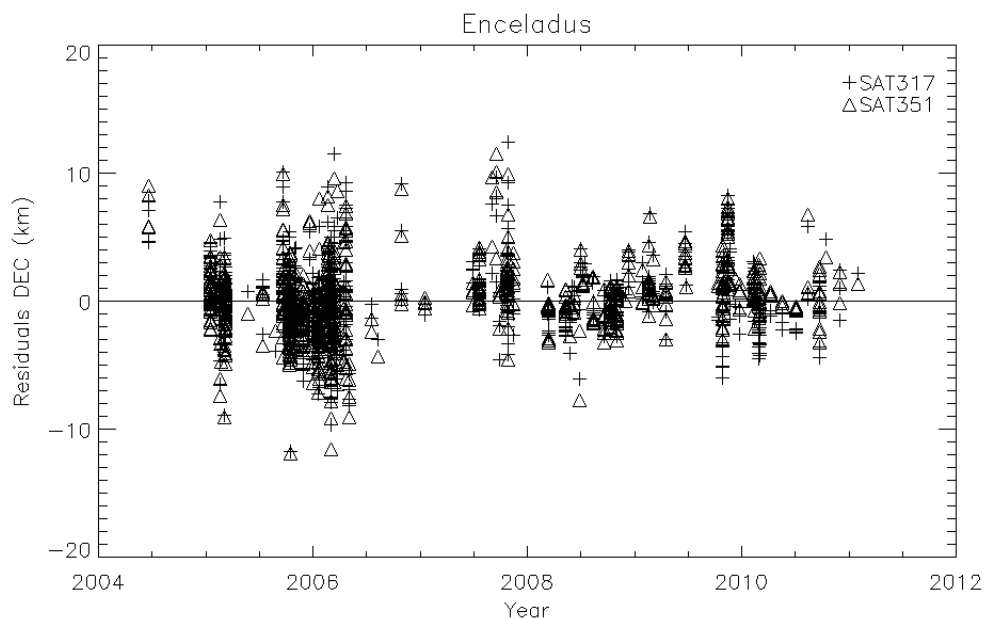


FIGURE 3.5 – Résidus des positions observées d’Encelade par rapport aux prédictions du JPL en δ convertis en kilomètres. Les croix représentent les résidus par rapport à SAT317 et les triangles représentent les résidus par rapport à SAT351.

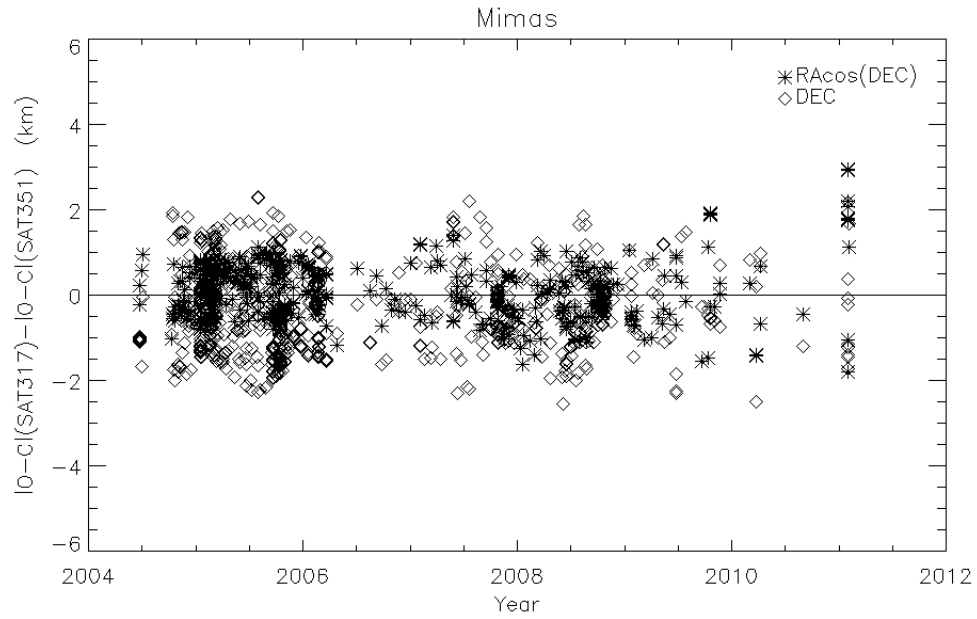


FIGURE 3.6 – Différences entre les résidus de Mimas par rapport à SAT317 et ceux par rapport à SAT351 $|O - C|_{SAT317} - |O - C|_{SAT351}$. Les “étoiles” et les “diamants” représentent les différence des résidus en $\alpha \cos \delta$ et δ , repectivement.

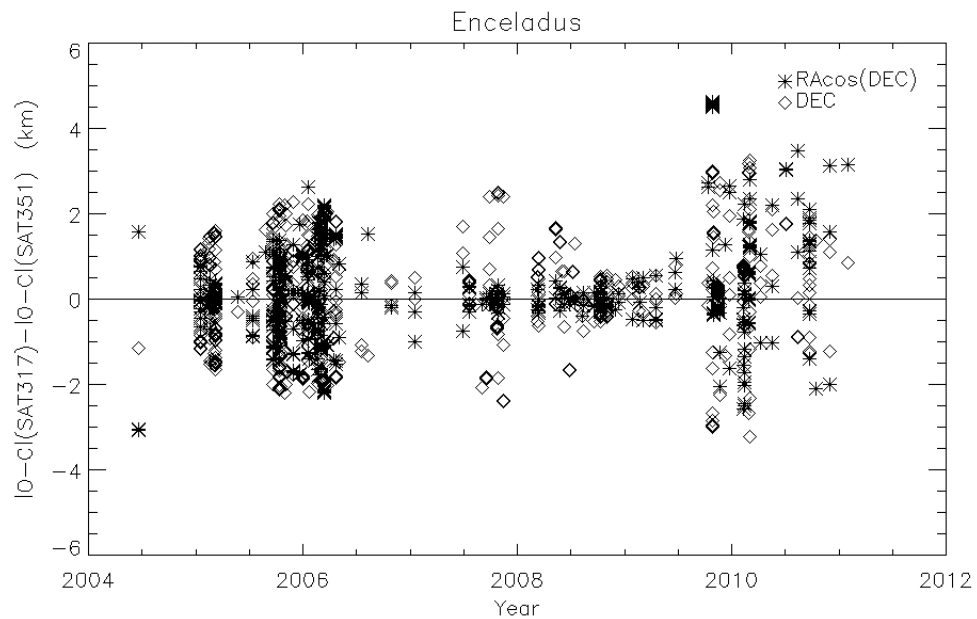


FIGURE 3.7 – Différences entre les résidus d’Encelade par rapport à SAT317 et ceux par rapport à SAT351 $|O - C|_{SAT317} - |O - C|_{SAT351}$. Les “étoiles” et les “diamants” représentent les différence des résidus en $\alpha \cos \delta$ et δ , repectivement.

3. OBSERVATIONS ASTROMÉTRIQUES

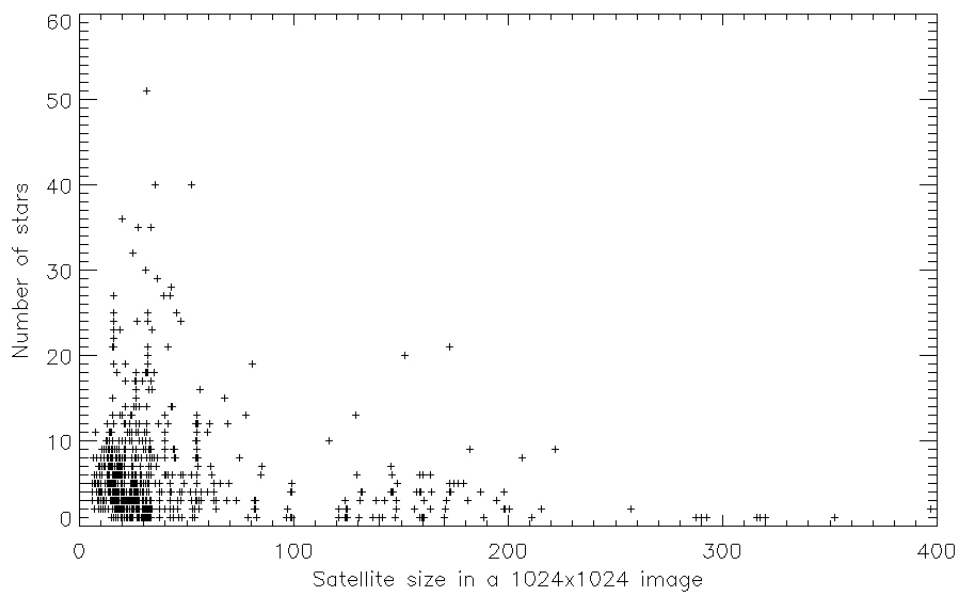


FIGURE 3.8 – Graphe montrant comment la possibilité de détection des étoiles diminue avec l’augmentation de la taille de Mimas sur l’image. L’axe des X représente la taille du satellite et l’axe des Y représente le nombre d’étoiles.

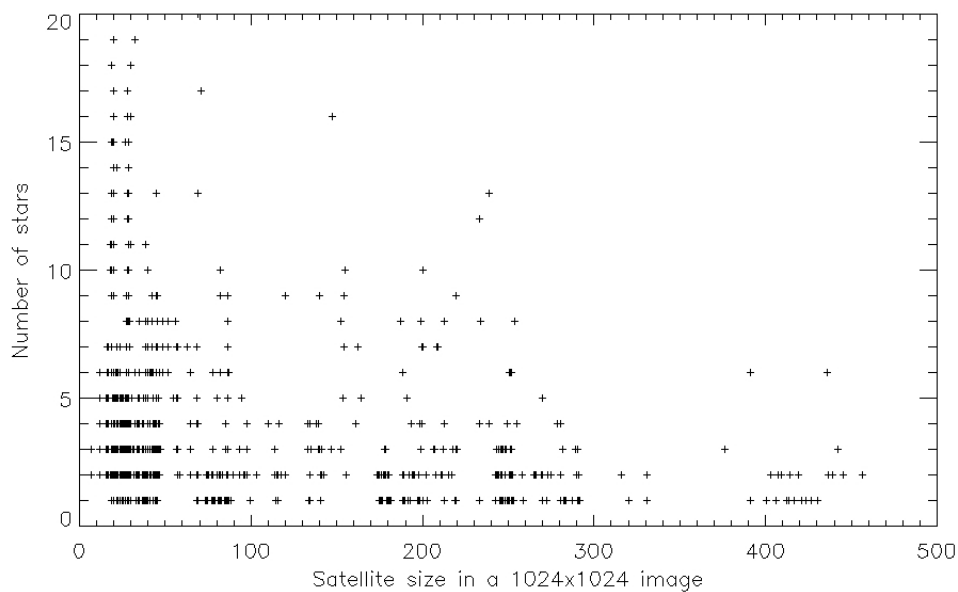


FIGURE 3.9 – Graphe montrant comment la possibilité de détection des étoiles diminue avec l’augmentation de la taille d’Encelade sur l’image. L’axe des X représente la taille du satellite et l’axe des Y représente le nombre d’étoiles.

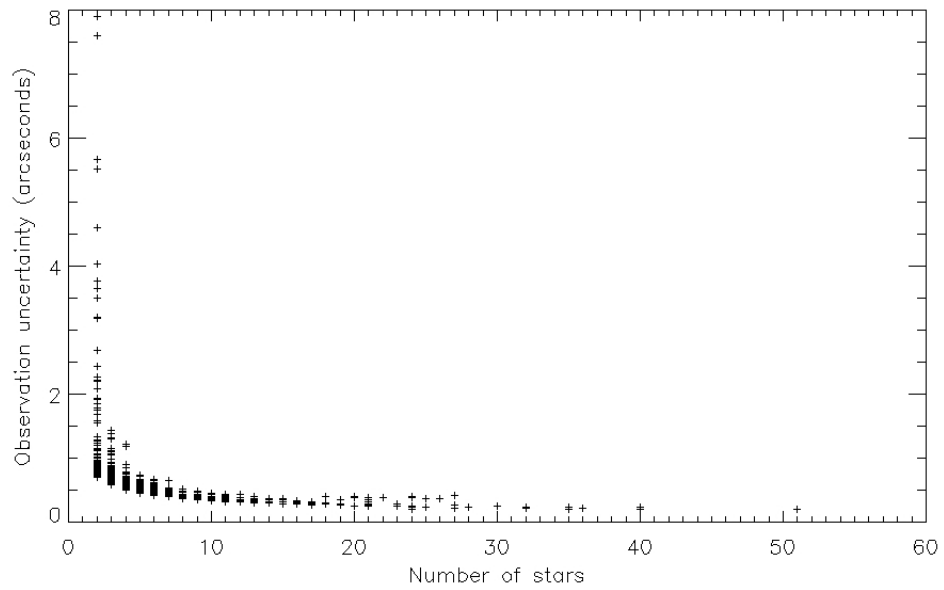


FIGURE 3.10 – Evolution de l'incertitude de l'observation ($\sigma = \sqrt{(\sigma_\alpha \times \cos \delta)^2 + (\sigma_\delta)^2}$) sur la position de Mimas en fonction du nombre d'étoiles détectés par image.

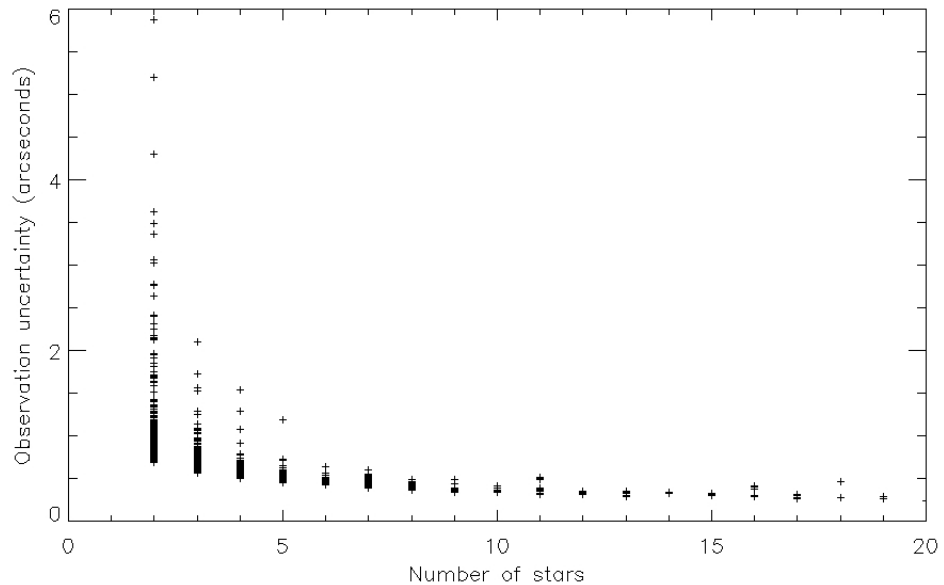


FIGURE 3.11 – Evolution de l'incertitude de l'observation ($\sigma = \sqrt{(\sigma_\alpha \times \cos \delta)^2 + (\sigma_\delta)^2}$) sur la position d'Encelade en fonction du nombre d'étoiles détectées par image.

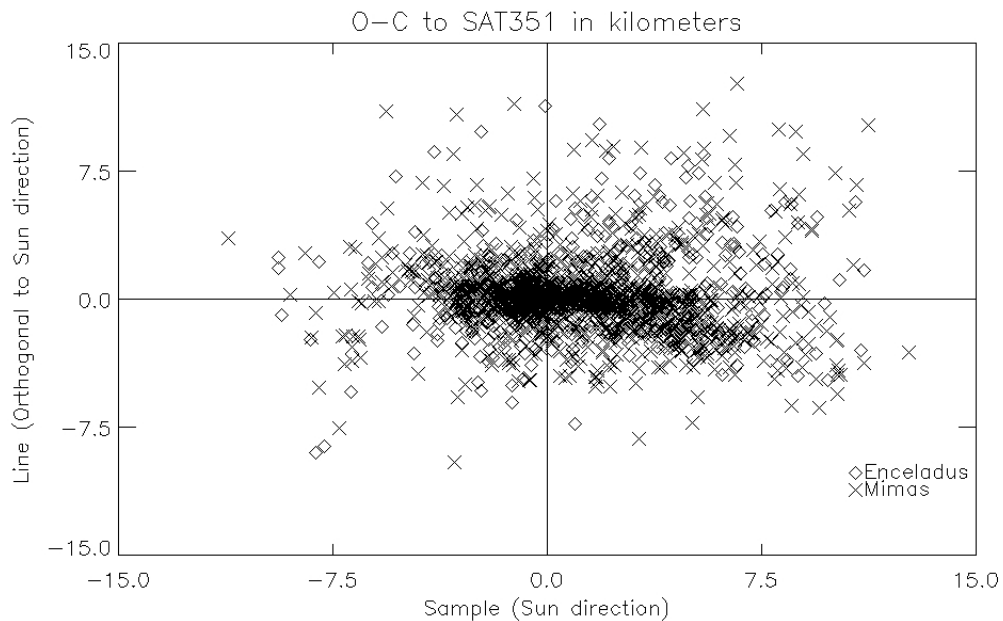


FIGURE 3.12 – Résidus de Mimas et Encelade par rapport à SAT351 en kilomètres représentés dans un repère où l’axe des X est dans la direction du Soleil. Les “X” sont pour Mimas et les “diamants” pour Encelade.

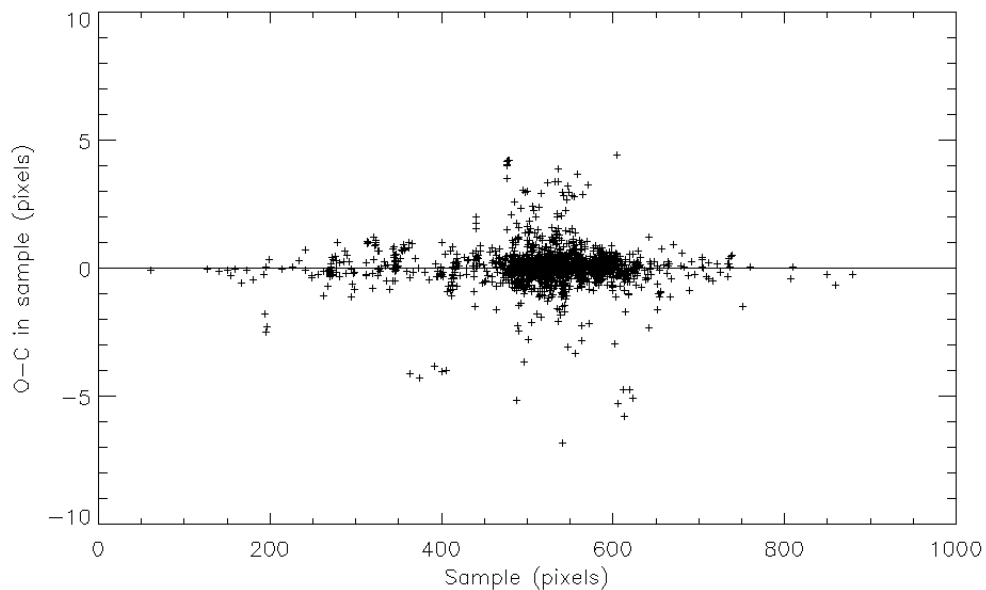


FIGURE 3.13 – Les résidus sur les positions de Mimas and Enceladus en colonne (pixels) par rapport à leurs positions en colonne (pixels) sur l’image.

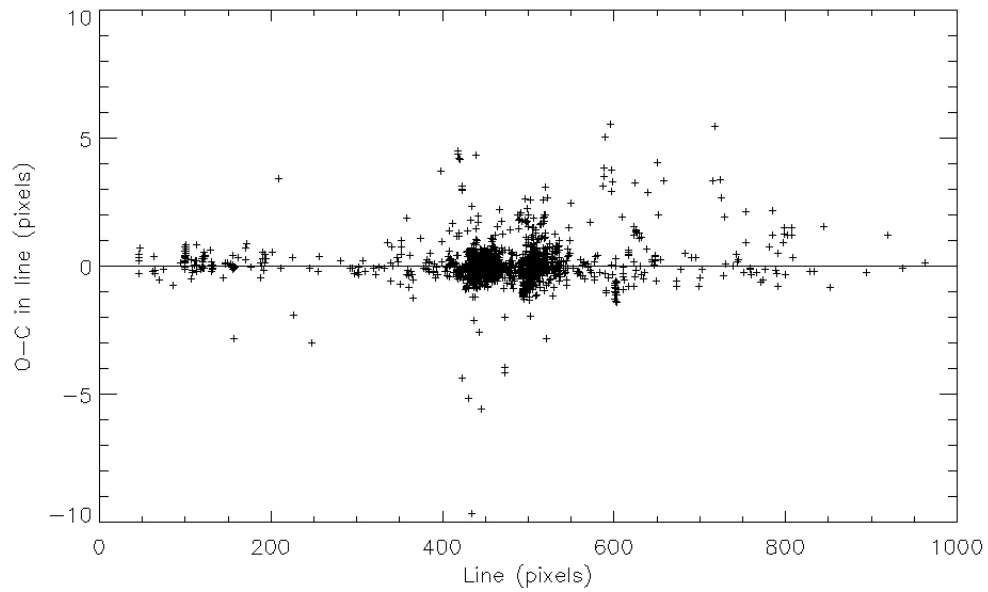


FIGURE 3.14 – Les résidus sur les positions de Mimas and Enceladus en colonne (pixels) par rapport à leurs positions en colonne (pixels) sur l'image.

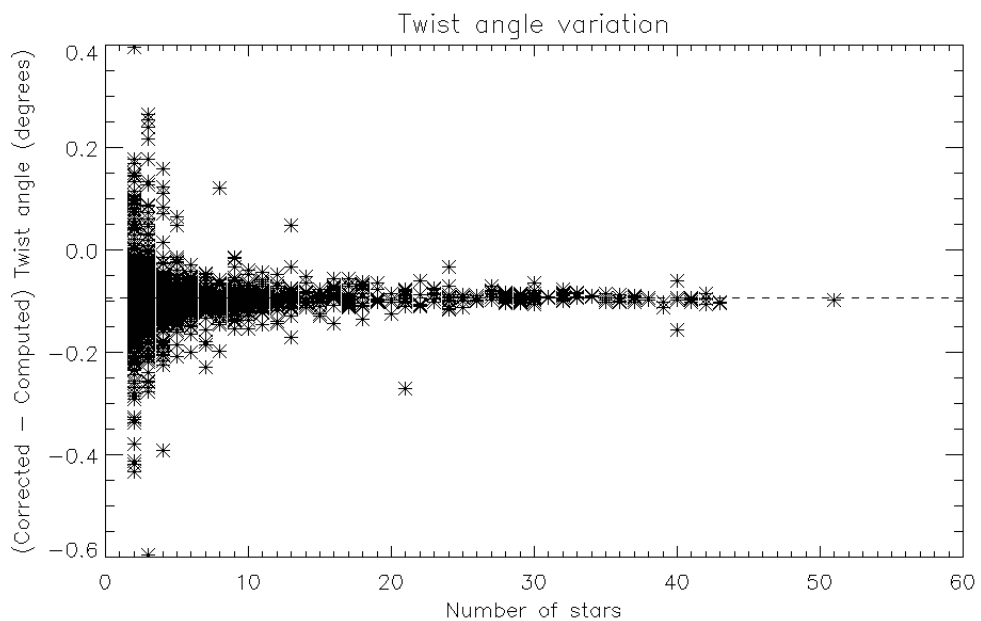


FIGURE 3.15 – Différence entre la valeur de l'angle de torsion corrigée par les étoiles et celle calculée par la librairie SPICE, par rapport au nombre d'étoiles. La ligne en pointillés est la valeur moyenne.

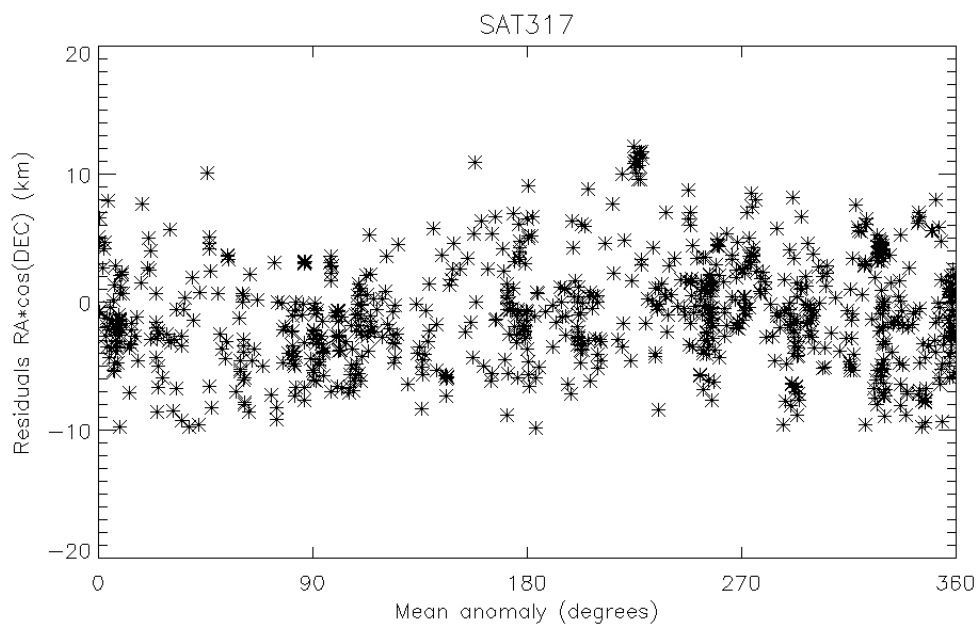


FIGURE 3.16 – Résidus des positions observées, en $\alpha \cos \delta$ et convertis en kilomètres, de Mimas par rapport à l'éphéméride SAT317 en fonction de la longitude moyenne de Mimas.

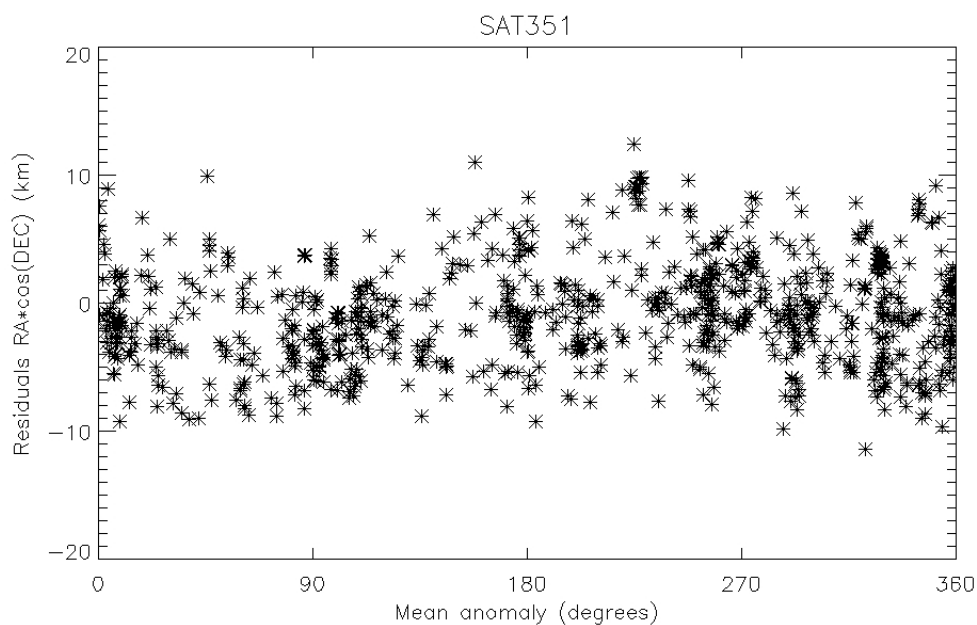


FIGURE 3.17 – Résidus des positions observées, en $\alpha \cos \delta$ et convertis en kilomètres, de Mimas par rapport à l'éphéméride SAT351 en fonction de la longitude moyenne de Mimas.

“Books serve to show a man that those original thoughts of his aren’t very new at all.”

- ABRAHAM LINCOLN -

Chapitre 4

Application de l’astrométrie à la structure interne

Contenu

4.1	Modèles existants de structure interne d’Encelade	46
4.1.1	Océan interne	46
4.1.2	Mer interne	47
4.2	Modèle de formation des satellites de Saturne à partir des anneaux	48
4.3	Mesure du décalage du centre de masse dans Mimas et Encelade	49
4.3.1	Méthode et résultats	50
4.3.2	Discussion	51

L'astrométrie joue un rôle essentiel dans l'amélioration de la précision des éphémérides. Plus les observations astrométriques sont traitées avec minutie plus l'éphéméride ajustée est exacte et précise. Ce rôle était un des nombreux que jouait l'astrométrie. Dans ce chapitre, nous développons une application originale de l'astrométrie pour étudier la structure interne des satellites. L'idée générale est de chercher une anomalie de masse éventuelle à l'intérieur du satellite en comparant les positions observées à celles calculées par les éphémérides. Malgré la haute exactitude des observations astrométriques fournies dans le chapitre 3, d'une part, et la haute précision des éphémérides du JPL (déjà ajustées aux observations *Cassini*), d'autre part, nous avons essayé d'ajuster un paramètre physique qui minimisera plus l'erreur de l'éphéméride. Ce paramètre est le décalage du centre de masse par rapport à son centre de figure. La mesure a été faite pour les satellites Mimas et Encelade qui sont les plus petits satellites principaux de Saturne. En particulier, la haute résolution des images ISS-*Cassini* offre les conditions optimales pour espérer effectuer une telle mesure.

Jusqu'à nos jours, la seule mesure d'un tel décalage pour un satellite a été faite sur la Lune, où le centre de masse est décalé de 2 kilomètres, dans la direction opposée à l'axe Lune-Terre, par rapport au centre de figure. Celle-ci a été faite par l'altimétrie LASER (Zuber et al., 1994). Ainsi, Mimas et Encelade seront les deuxième et troisième satellites dont on aura mesuré ce paramètre et les premiers par l'astrométrie.

4.1 Modèles existants de structure interne d'Encelade

L'équipe de la caméra ISS de Cassini a reporté (Porco et al., 2006) la présence des jets de particules de glace dans le pôle sud d'Encelade (Figure 4.1). Deux modèles de structure interne existent pour expliquer ce phénomène : un modèle d'océan global sous la croûte de glace et un modèle d'une mer localisée dans le pôle sud.

4.1.1 Océan interne

Une des explications de ces jets de particules de glaces, est celle proposée par Nimmo & Pappalardo (2006) où ils proposent un modèle d'Encelade à trois couches constitué d'un noyau de silicate entouré par un océan global puis d'une coquille de glace.

Le réchauffement par les marées dans le noyau d'Encelade pourrait produire une remontée du silicate chaud, qui mènerait à la formation d'un diapir dans une coquille de glace suffisamment épaisse. Alternativement, un réchauffement localisé par les marées dans la croûte de glace pourrait également produire un diapir de faible densité (Figure 4.2) (Sotin et al., 2002). Ces diapirs auraient pu causer une réorientation du satellite, en orientant la région du diapir vers l'axe de rotation du satellite.

Ce diapir est une anomalie de masse, ayant une différence de densité par rapport à celle de la croûte de glace de $\Delta\rho = -100 \text{ kg m}^{-3}$, qui produirait un décalage du centre de masse par rapport au centre de figure dirigé vers le pôle nord du satellite.

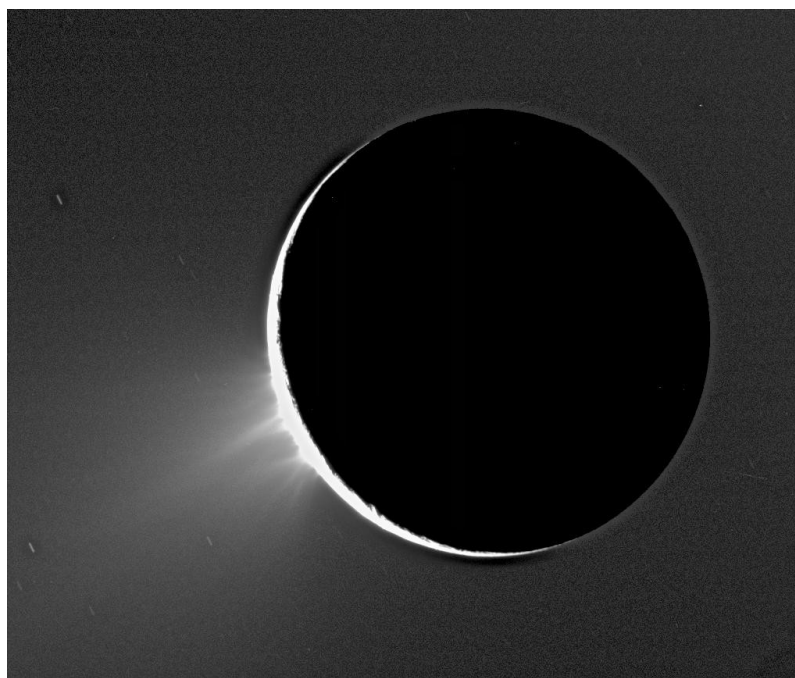


FIGURE 4.1 – Les plumes qui ont été observées dans pôle sud d'Encelade (Porco et al., 2006).

4.1.2 Mer interne

Un autre modèle d'Encelade existe pour expliquer les plumes observées à son pôle sud. Collins & Goodman (2007) proposent un modèle d'Encelade à deux couches : un noyau de silicate entouré par un manteau de glace, et les jets sont expliqués par la présence d'une poche d'eau ou "mer" localisée dans le pôle sud sous le manteau de glace.

La puissance de l'énergie émise dans cette région du satellite a été mesurée entre 3 et 7 GW (Spencer et al., 2006). Si l'intérieur d'Encelade a été réchauffé uniquement par désintégration d'éléments radioactifs, la puissance émise à la surface n'aurait une valeur que de 300 MW (Kargel, 2006), ce qui est quasiment dix fois plus faible que la valeur observée. Le réchauffement par les effets de marées du à la résonance Encelade-Dione est probablement la source essentielle de l'énergie dissipée (Squyres et al., 1983). La dissipation pourrait avoir lieu dans le manteau de glace, dans le noyau de silicate ou une combinaison des deux. La présence du propane et d'acétylène dans les jets suggère que l'eau dans Encelade serait en contact avec le silicate chaud (Matson et al., 2007). Comment se transporte la chaleur dans la couche de glace ? Par la conduction, par la convection ou par la fonte ?

Dans le modèle proposé (Collins & Goodman, 2007), Encelade commence par une couche de glace conductive, réchauffée uniquement par un chauffage radiogénique. Ensuite, les marées forment un point chaud dans la base du manteau de glace qui le réchauffe en causant une fonte locale. Cette fonte formera une "mer" locale créant une anomalie de masse de densité plus élevée que celle de la glace. Ainsi une telle anomalie pourrait décaler le centre de masse (par rapport au centre de figure) vers le pôle sud du satellite. Toutefois,

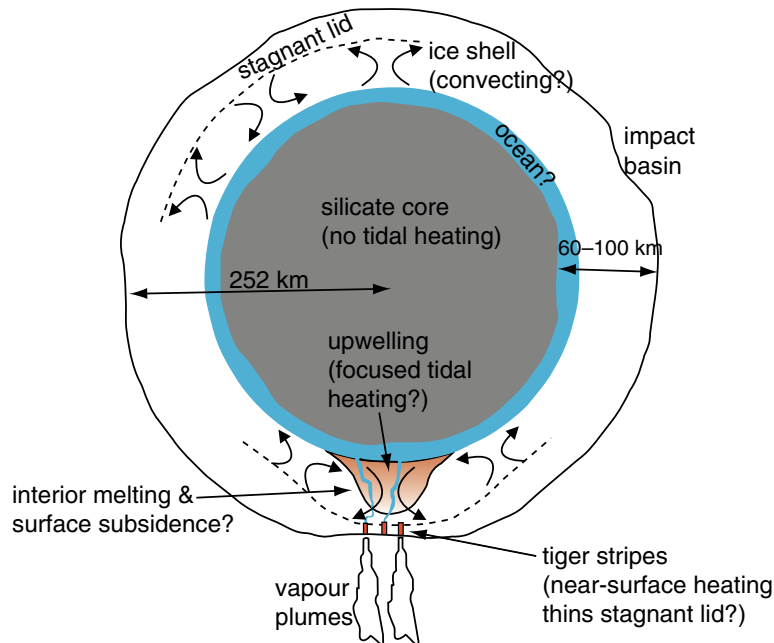


FIGURE 4.2 – Modèle de structure interne d'Encelade (Nimmo & Pappalardo, 2006) ayant un océan global sous le manteau de glace avec un diapir dans le pôle sud du satellite (source : Spencer et al., 2009).

un autre phénomène intervient dans ce modèle, qui est l'isostasie. Pendant que la taille de la mer interne augmente, une compensation isostatique crée une fosse dans la partie de la surface au dessus de cette anomalie pour compenser l'excès de densité. Cette compensation expliquerait la dépression observée dans le pôle sud d'Encelade (Porco et al., 2006) comme le montre la Figure 4.3. Par conséquent, la compensation ramènera le centre de masse du satellite à son centre de figure.

4.2 Modèle de formation des satellites de Saturne à partir des anneaux

L'origine des satellites de Saturne est depuis quelques années très débattue. Tandis que le modèle classique de formation des satellites les formait dans la sous-nébuleuse de Saturne (Canup & Ward, 2002, 2006 ; Mosqueira & Estrada, 2003a,b ; Sasaki et al., 2010), un modèle alternatif très récent a été proposé qui suggère que les satellites de Saturne de petites et moyennes tailles (Charnoz et al., 2010 ; Charnoz et al., 2011) se soient formés dans les anneaux. Ce modèle a réussi à expliquer l'ordre croissant de leurs tailles en fonction de leurs distances à Saturne, ainsi que d'expliquer le paradoxe des satellites de moyennes tailles riches et des anneaux pauvres en silicate. Dans ce modèle les noyaux des satellites sont formés par l'accrétion de gros morceaux de silicate de taille allant de 10 à 100 kilomètres. Le noyau est ensuite couvert par une accrétion des particules de glace dans les anneaux (Figure 4.4) en remplissant sa sphère de Hill (Porco et al., 2007). Le satellite

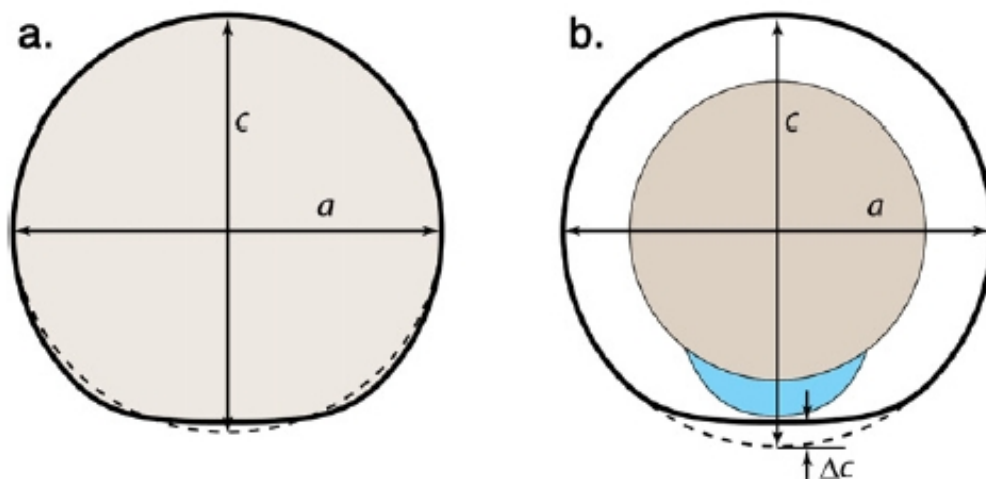


FIGURE 4.3 – Le modèle de structure interne d’Encelade avec une poche d’eau dans le pôle sud, proposé par [Collins & Goodman \(2007\)](#). Le modèle (b) a réussi à expliquer la dépression observée (a) dans le pôle sud d’Encelade ([Porco et al., 2006](#)).

sort ensuite progressivement des anneaux avec l’augmentation de sa masse. Utilisant la valeur du “facteur de qualité” de Saturne $Q_p \geq 18000$ ([Goldreich and Soter, 1966](#) ; [Sinclair, 1983](#)), l’âge du système solaire ne serait pas assez élevé pour déplacer les satellites à leurs positions actuelles. En revanche, avec une valeur du “facteur de qualité” de $Q_p = 1680$ ([Lainey et al., 2012](#)) ce modèle réussit à placer les satellites dans leurs positions actuelles. Enfin, rappelons que ce modèle a été étendu très récemment pour former les satellites d’Uranus et de Neptune ([Crida & Charnoz, 2012](#))

Dans ce nouveau modèle de formation, le noyau du satellite, s’il n’a pas été complètement relaxé, devrait présenter une dissymétrie dans sa structure. Ainsi, un décalage du centre de masse par rapport au centre de figure pourrait exister. En revanche, si le satellite s’est formé dans la sous-nébuleuse chaude de Saturne, son noyau devrait être relaxé et aucun décalage du centre de masse ne devrait être présent.

4.3 Mesure du décalage du centre de masse dans Mimas et Encelade

Comme mentionné dans les sections précédentes, quelques modèles de structure interne d’Encelade et de formation des satellites du système Saturnien pourraient laisser imaginer un décalage du centre de masse par rapport au centre de figure des satellites. Ainsi, nous avons essayé de mesurer ce décalage dans Encelade pour discriminer entre les différents modèles existants. Nous avons également essayé de mesurer ce décalage dans Mimas. Comme celui-ci est le plus petit des satellites de forme régulière, cela donnera une mesure précise de la position de son centre de figure par l’ajustement d’une ellipse, et donc une haute résolution pour permettre de mesurer le décalage du centre de masse, s’il existe.

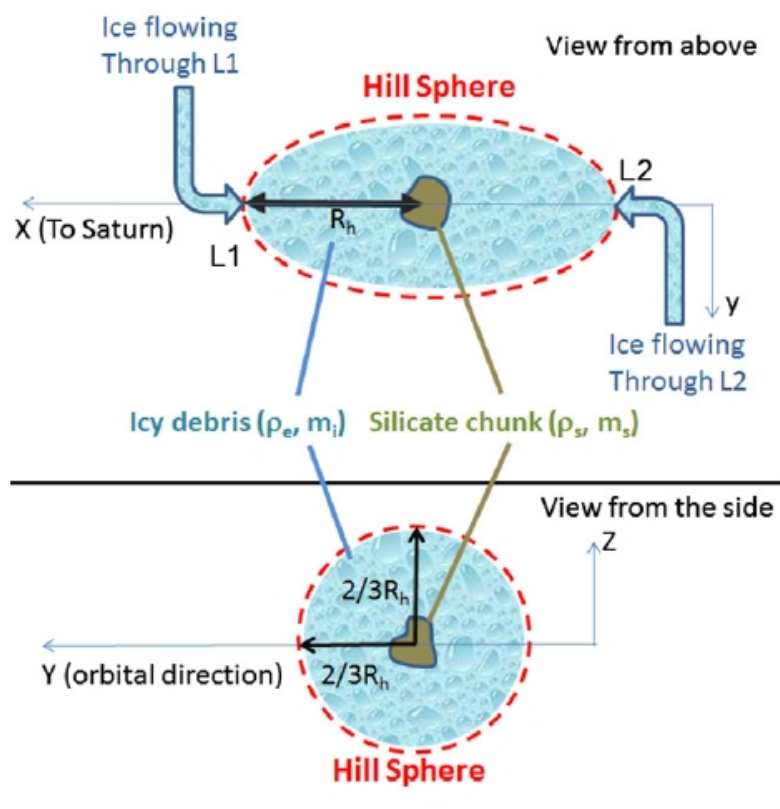


FIGURE 4.4 – Modèle de formation des satellites de Saturne proposé par Charnoz et al. (2011) qui montre que les noyaux se forment par accretion de gros morceaux de silicate (taille 10-100 km) impliquant une dissymétrie dans le noyau.

4.3.1 Méthode et resultats

Les éphémérides SAT317 et SAT351 ont été ajustées aux observations *Cassini*. Par conséquent, l'erreur de ces éphémérides a été minimisée. Dans ce travail nous supposons que le modèle orbital du JPL n'a pas été parfaitement ajusté à cause de la non prise en compte du décalage du centre de masse par rapport au centre de figure. Cette supposition nous pousse donc à croire que les résidus des observations astrométriques contiennent ce décalage du centre de masse par rapport au centre de figure.

Notre mesure a été faite en comparant les positions observées (centre de figure du satellite) à celles calculées par les éphémérides (centre de masse). Ainsi, nous définissons un vecteur V_D de coordonnées (X_D, Y_D, Z_D) dans le repère du satellite défini par l'axe X orienté vers Saturne, l'axe Y orienté vers l'orbite du satellite et l'axe Z orienté vers son pôle nord. Ce vecteur est rapporté au centre de figure du satellite et initialisé à $(0, 0, 0)$. Ensuite, une projection de ce vecteur sur l'image est effectuée en le multipliant par la matrice de rotation pour passer du repère centré sur le satellite au repère intermédiaire J2000, et ensuite une rotation additionnelle est effectuée pour passer au repère NAC de *Cassini* en utilisant l'ascension droite α_c , la déclinaison δ_c et l'angle de torsion θ corrigé grâce aux étoiles. Les matrices de rotation décrivant les changements de repères sont détaillées dans

		SAT317	SAT351
Mimas	X_D	760 ± 210 m	690 ± 200 m
	Y_D	-510 ± 300 m	-360 ± 310 m
	Z_D	230 ± 200 m	260 ± 210 m
Encelade	X_D	-200 ± 220 m	-270 ± 210 m
	Y_D	-344 ± 230 m	-390 ± 220 m
	Z_D	-320 ± 180 m	-290 ± 170 m

TABLEAU 4.1 – Décalage du centre de masse du satellite par rapport à son centre de figure. La mesure a été faite en comparant les observations aux éphémérides SAT317 et SAT351.

les chapitres 5 et 6.

Pour chaque image d'indice i , une fois le vecteur V_D projeté sur l'image avec des coordonnées (S_{D_i}, L_{D_i}) (en pixels), nous calculons les quantités suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta S_i &= \frac{(S_{c_i} - S_{o_i}) - S_{D_i}}{\sigma_{S_i}} \\ \Delta L_i &= \frac{(L_{c_i} - L_{o_i}) - L_{D_i}}{\sigma_{L_i}}\end{aligned}\tag{4.1}$$

où S_{c_i} et L_{c_i} représentent la position (colonnes, lignes) en pixels du satellite calculée à partir de l'éphéméride projetée sur l'image. S_{o_i} et L_{o_i} représentent la position (colonnes, lignes) en pixels du satellite mesurée sur l'image et finalement σ_{S_i} et σ_{L_i} sont les incertitudes de mesure du centre de figure et de l'éphéméride converties en pixels, qui représentent les pondérations de l'ajustement.

Les coordonnées (X_D, Y_D, Z_D) du vecteur de décalage du centre de masse V_D sont les trois paramètres à ajuster dans ce travail. Pour cela, la méthode des moindres carrées a été appliquée pour minimiser sur les images la différence entre le décalage du centre de masse observé représenté par ses coordonnées sur l'image $(S_{c_i} - S_{o_i}, L_{c_i} - L_{o_i})$, à celui calculé qui est représenté par (S_{D_i}, L_{D_i}) .

Pour éviter toute mesure d'un décalage causé par un biais d'observation, une correction due à l'effet de phase (Tableau 3.5, section 3.3.2) a été ajoutée aux positions observées de Mimas et Encelade. Les 870 et 920 positions astrométriques de Mimas et Encelade, respectivement, mesurées dans le chapitre 3, ont été utilisées pour mesurer le décalage du centre de masse du satellite. Les résultats de l'ajustement du vecteur V_D sont donnés dans le Tableau 4.1.

4.3.2 Discussion

Les résultats d'ajustement obtenus dans le Tableau 4.1 donnent, en comparant aux éphémérides SAT317 et SAT351, un décalage du centre de masse par rapport au centre de figure de Mimas d'environ 700 ± 200 mètres dans la direction de Saturne. Dans les autres

directions le “zéro” est dans les 3σ d’incertitude. Ceci montre que Mimas pourrait avoir un décalage du centre de masse. Ceci semble confirmer, par conséquent, la présence d’une possible dissymétrie dans la structure interne de Mimas, ce qui confirmerait (en l’absence d’autres explications) le modèle de formation de [Charnoz et al. \(2011\)](#) avec lequel un satellite peut avoir une dissymétrie dans son noyau.

La variation de la fraction de silicate dans les satellites glacés (Figure 4.5), à savoir 26%, 57%, 6%, 50%, et 33% pour Mimas, Encelade, Téthys, Dioné et Rhéa, respectivement, en supposant que les satellites n’ont pas de porosité ([Matson et al., 2009](#)), montre qu’Encelade contiendrait plus de silicate que Mimas. Ainsi, si un décalage du centre de masse dû à la dissymétrie dans le noyau a été mesuré dans Mimas, Encelade devrait avoir un décalage du centre de masse (autre que celui causé par l’anomalie de masse produisant les jets dans son pôle sud) plus grand de celui de Mimas. Les résultats sur le décalage du centre de masse d’Encelade donnés dans le Tableau 4.1 montre que les trois axes du vecteur V_D contiennent le “zéro” dans les 3σ d’incertitude. En contradiction avec ce qui est prévu, Encelade ne contiendrait donc pas de dissymétrie dans son noyau. Le long de la direction des pôles, aucun décalage n’a été mesuré. Pourquoi alors Encelade n’a-t-il pas de décalage significatif de son centre de masse ?

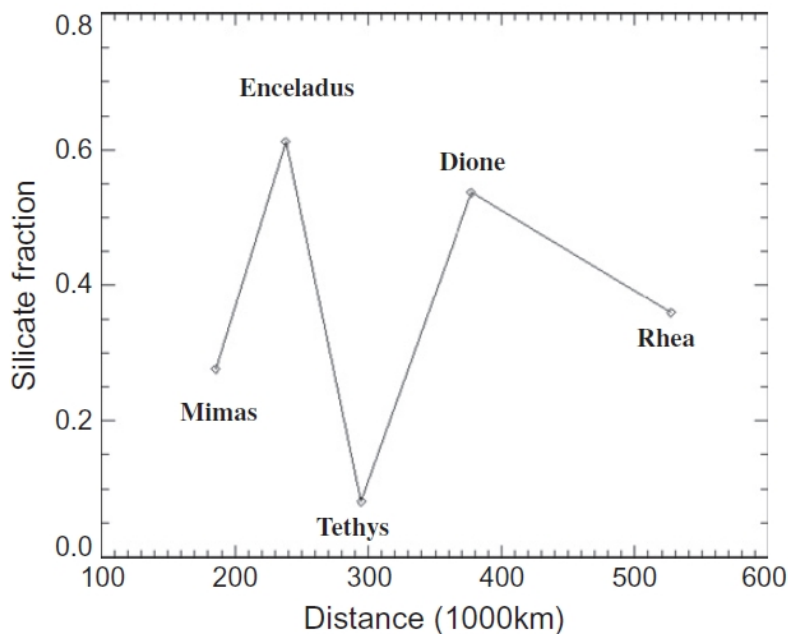


FIGURE 4.5 – Fraction de silicate dans les satellites Mimas, Encelade, Téthys, Dioné et Rhéa. (Source : [Charnoz et al., 2011](#))

Comme décrit précédemment, [Collins & Goodman \(2007\)](#) ont réussi à expliquer la dépression observée dans le pôle sud par l’isostasie. Il s’agit d’une compensation de masse qui ramène le centre de masse du satellite vers son centre de figure. Ainsi, le fait qu’aucun décalage n’ait été observé dans les directions des pôles d’Encelade confirmerait le modèle de structure interne avec une “mer” locale. Cette isostasie relaxera toute anomalie de masse dans l’intérieur d’Encelade, expliquant l’absence du décalage dans ce satellite. Pourquoi dans ce cas l’isostasie a eu lieu sur Encelade et pas sur Mimas ? Vue que la dissipation

dans ce dernier est largement plus faible que celle dans Encelade (McKinnon & Barr, 2007), la relaxation mettra beaucoup plus de temps à prendre effet sur Mimas. D'autre part, si Mimas et Encelade ont été formés dans les anneaux (Charnoz et al., 2011), Mimas serait plus jeune qu'Encelade. En résumé, la basse température de Mimas et sa "jeunesse" ont retardé la relaxation de ce satellite et l'isostasie n'a quasiment pas eu lieu, expliquant pourquoi l'anomalie de masse dans Mimas n'a pas été compensée.

Sur Encelade, l'isostasie est une des explications à l'absence du décalage de centre de masse. Or, l'incertitude sur le décalage est estimée à environ 170 mètres. Ainsi, un décalage vers le pôle nord du satellite ayant une valeur plus faible que 3σ d'incertitude est également possible. Ceci rajoute une contrainte sur l'amplitude du décalage qui ne pourra pas être plus grande que 510 mètres (3σ) mettant une limite maximale sur la taille de l'anomalie de masse dans Encelade. Finalement, le décalage observé sur Mimas pourrait être dû à un biais des éphémérides. Ceci montrera qu'une erreur résiduelle est présente dans l'éphéméride de Mimas.

Deuxième partie

Photogrammétrie

“The map? I will first make it.”
- PATRICK WHITE, VOSS -

Chapitre 5

Topographie et forme de Mimas

Contenu

5.1	Réseau des points de contrôle	58
5.1.1	Méthode	59
5.1.2	Mesures	61
5.2	Carte topographique	62
5.2.1	Construction de la carte	62
5.2.2	Sources d’erreurs sur les points de contrôle	63
5.3	Modèle de forme	65

Mimas est l'objet qui est étudié dans ce chapitre et dans le suivant. Nous avons construit une carte topographique de Mimas basée sur la reconstruction tridimensionnelle d'un réseau de points de contrôle. la forme de ce satellite a été mesurée par [Thomas et al. \(2007\)](#) et [Thomas \(2010\)](#) et, d'autre part, l'Atlas de Mimas a aussi été fourni par [Roatsch et al. \(2009\)](#). Quelle est alors l'intérêt de faire une telle étude? D'une part, cette mesure permet de reconstruire la forme de Mimas et de comparer aux résultats précédents, et d'autre part, elle permet d'étudier la rotation de Mimas. Ce dernier point sera détaillé dans le chapitre suivant.

Ce chapitre décrit la méthode qui a été utilisée pour faire de telles mesures, en commençant par la mesure des points sur les images *Cassini* ISS NAC et en passant par la reconstruction de la carte topographique qui est basée sur la méthode de "photogrammétrie".

5.1 Réseau des points de contrôle

L'imagerie 3-D est un phénomène qui se fait chez l'être humain par réflexe et sans qu'il fasse aucun effort additionnel. En fait, les yeux d'un être humain rappellent deux caméras prenant deux différentes images qui sont ensuite envoyées vers le cerveau pour les analyser et reconstruire l'image en 3-D, ce qui permet de connaître les distances entre le sujet et tout objet observé dans les alentours. Ce phénomène, qui se produit entre 10 à 12 fois par seconde chez l'être humain, s'appelle la stéréoscopie. Il a été appliqué par les photographes dans les imageries (Figure 5.1) et récemment dans les films 3-D.

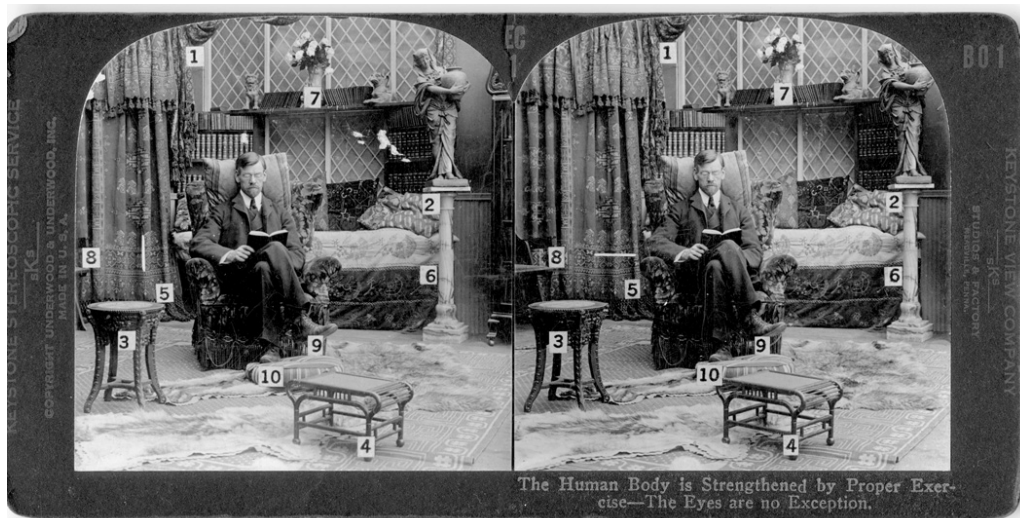


FIGURE 5.1 – Exemple d'une image stéréoscopique (Keystone stereoscopic service).

La Photogrammétrie est une méthode similaire à la stéréoscopie. Elle consiste à reconstruire en 3-D la position d'un point dans l'espace à partir de deux ou plusieurs observations prises à des endroits et des temps différents. La stéréoscopie permet uniquement de connaître la distance entre la caméra et les objets observés dans l'image. Par contre, la

photogrammétrie permet de reconstruire un modèle 3-D de l'objet observé. Il suffit pour cela de connaître la position relative de la caméra par rapport à l'objet et d'identifier les mêmes points dans les différentes images, ce qui permettra de trianguler chaque point à partir de ces images.

5.1.1 Méthode

5.1.1.1 Projection sur l'image

Soit un point P sur la surface de Mimas de coordonnées (X, Y, Z) (en kilomètres) dans le repère du satellite (Figure 5.2) et soit une sonde au point S_1 . Pour transformer ces coordonnées de ce repère à celles (x, y, z) dans le repère de la caméra ISS NAC de *Cassini*, il convient de passer par un repère intermédiaire qui est le repère J2000, d'où :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{M}_2(\alpha', \delta', W') \times \mathbf{M}_1(\alpha, \delta, W) \times \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

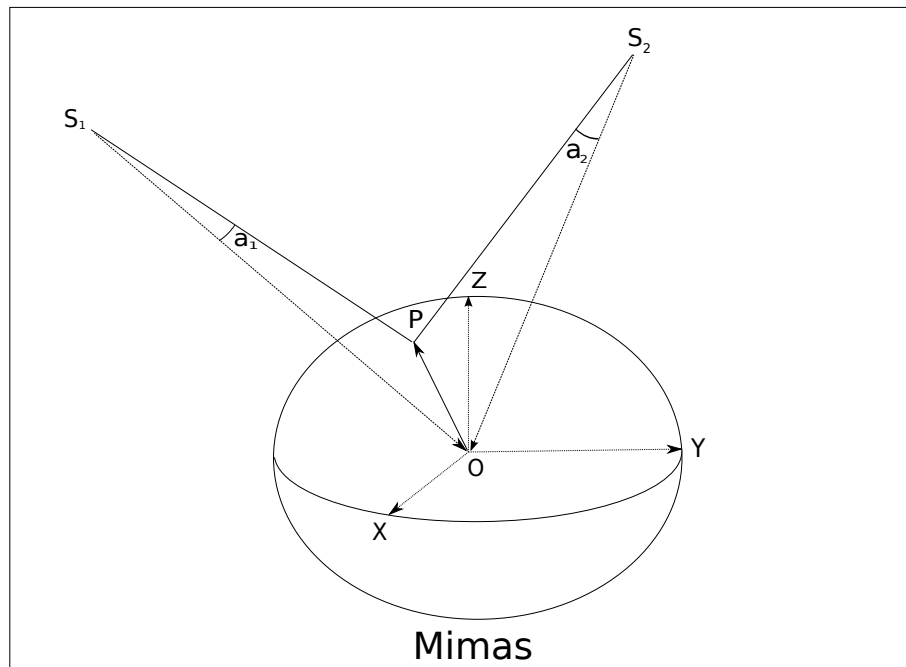


FIGURE 5.2 – Schéma montrant le repère de Mimas et l'observation d'un point à sa surface depuis un angle de vue différent.

où \mathbf{M}_1 est la matrice de rotation qui transforme les coordonnées du repère du satellite au repère J2000. Elle dépend de l'orientation du pôle (α, δ) de Mimas et de la position du cratère de référence W , qui sont définies selon le rapport de l'UAI (Archinal et al. 2011). Cette matrice sera explicitement détaillée dans le chapitre 6. La matrice \mathbf{M}_2 permet de passer du repère J2000 au repère de la caméra ISS NAC *Cassini*. L'orientation instantanée de la caméra, elle, est fournie par les kernels de la librairie SPICE et permet de

déduire (α', δ', W') . Ces deux matrices représentent une combinaison des rotations d'Euler $\mathbf{R}_3(\alpha)\mathbf{R}_1(\pi/2 - \delta)\mathbf{R}_3(W)$, où \mathbf{R}_i est la matrice de rotation autour de l'axe i .

Dans le repère de la caméra NAC de *Cassini* (attention, ce repère est différent de celui de la sonde, voir section 2.1.3) l'axe des z est dans la direction de la ligne de visée de la caméra, l'axe des y est dirigé vers la ligne ascendante sur l'image, et l'axe des x est dirigé vers la colonne descendante sur l'image (Figure 5.3). Les positions (x, y, z) données dans le repère de la caméra sont en kilomètres. Ainsi, il faut les convertir en pixels. Toutefois, il n'est pas possible de simplement diviser la position par le paramètre ρ_{km} donné par l'équation (2.37) (section 2.3.3) car ce paramètre dépend de la distance à l'objet observé. Comme la distance "Sonde-Satellite" est différente de celle "Sonde-Point", ρ_{km} sera variable. Par conséquent, la conversion en pixels se fait en calculant l'angle séparant le centre du satellite du point sur la surface P , qui est l'angle $OS_1P = a_1$ (Figure 5.2), où le vecteur $\overrightarrow{S_1O}$ est calculé à partir de l'éphéméride SAT351 du JPL, et donc

$$\overrightarrow{S_1P} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OP} \quad (5.2)$$

L'angle a_1 converti en pixels s'écrit alors

$$a_{1pix} = \frac{a_1}{\rho} \quad (5.3)$$

où ρ est le facteur d'échelle, introduit dans la section 2.1.3, qui convertit l'unité d'angle en pixels. Nous calculons également l'angle θ (Figure 5.3) tel que

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{-x}\right) \quad (5.4)$$

Finalement, la position du point sur l'image (en pixels) en colonne et ligne (s, l) s'écrit alors

$$\begin{pmatrix} s \\ l \end{pmatrix} = a_{1pix} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_{sat} \\ l_{sat} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

où s_{sat} et l_{sat} sont les coordonnées (en pixels) du centre de figure du satellite sur l'image, et qui ont été mesurées par la recherche du limbe (2.3.1) et l'ajustement d'une ellipse avec les axes fixés par le modèle de forme donné par Thomas (2010) (section 2.3.3). En fait, comme c'est le vecteur \overrightarrow{OP} qui est projeté sur l'image, les coordonnées du centre de figure du satellite doivent être ajoutées.

Ces équations de transformation du repère du satellite au repère de la caméra s'appellent les équations de colinéarité (Slama, 1980).

5.1.1.2 Reconstruction en 3-D d'un point

Pour reconstruire la position (X, Y, Z) d'un point de la surface du satellite dans le repère de ce dernier, il faut appliquer la méthode des moindres carrés en comparant

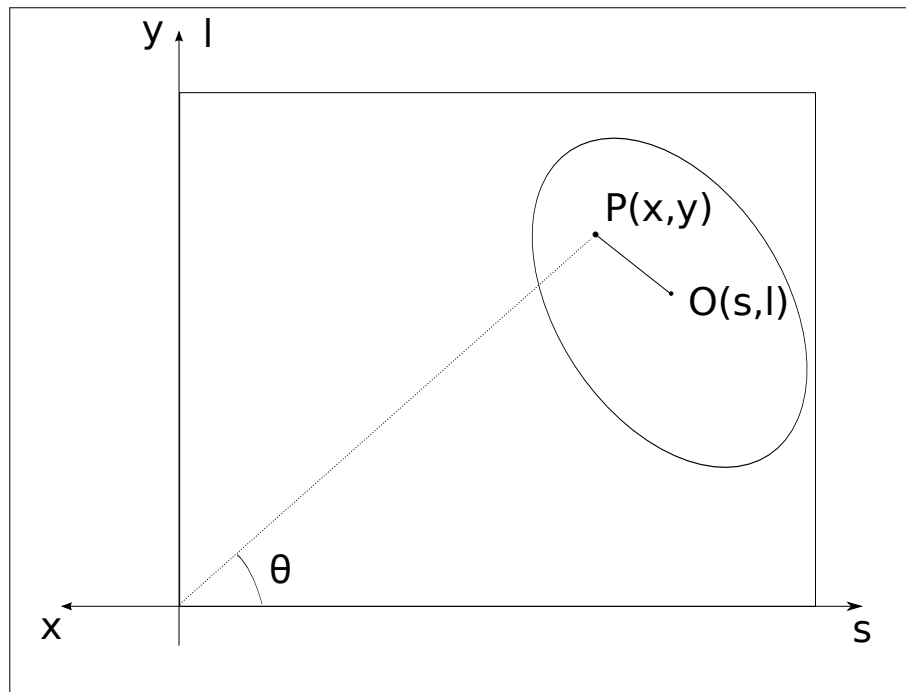


FIGURE 5.3 – Projection du vecteur \vec{OP} sur l'image NAC Cassini. Le repère (x, y) est orienté dans le sens décroissant pour les colonnes et croissant pour les lignes.

sur l'image la position (en pixels) du point observé à celle projetée par les équations de colinéarité (section 5.1.1.1) en prenant des coordonnées initiales (X_0, Y_0, Z_0) (c.f. section 5.1.2). L'ajustement des trois paramètres X , Y et Z demande au moins trois mesures, or une image fournit deux mesures : colonne et ligne (s, l) du point. Ainsi, pour un point de surface, il faut avoir au moins deux observations, dans deux images différentes, et de deux angles de vue différents pour pouvoir reconstruire ses coordonnées (X, Y, Z) . Plus le nombre d'observations augmente, plus l'incertitude sur le point mesuré diminue.

5.1.2 Mesures

Avant de construire le réseau de points contrôle de Mimas, il faut les choisir à partir d'une carte, pour pouvoir ensuite les identifier sur les images. Ainsi, nous avons utilisé les cartes (Figure 5.8) fournies par Roatsch et al. (2009) pour choisir les points remarquables qui étaient en majorité dans les fonds des cratères. En effet, il est facile de les repérer grâce au changement de lumière entre la pente ascendante et la pente descendante du cratère. En tout, 322 points remarquables ont été sélectionnés en leur donnant des positions initiales (en longitude et latitude) mesurées manuellement sur les cartes. D'autre part, pour pouvoir facilement les identifier sur les images, il faut que la résolution soit suffisante. Pour cela, la résolution a été limitée à 1500 m/pixel, ce qui a réduit le nombre d'images de 2500 (le nombre total d'images de Mimas fournies par la NAC de Cassini) à 338, dont beaucoup font part des séries d'images séparées par un temps d'observations de 30 secondes. Celle-ci ne seront pas utiles pour cette étude car l'angle de vue ne change

quasiment pas. Néanmoins, si le nombre d'images de la série est grand, nous avons gardé uniquement la première et la dernière image car la sonde a traversé assez de distance pour que le changement de l'angle de vue devienne important. Sinon, il ne faut garder qu'une image de la série. Finalement, et après suppression des images des séries, le nombre total d'images qui ont été traitées a diminué à 40, ayant des résolutions allant de 360 m/pixel à 1450 m/pixel.

Les mesures des points de contrôle ont été faites sur les 40 images restantes, étalées sur une durée de 6 ans. Grâce à ces images NAC *Cassini*, nous avons effectué au total 2135 mesures de 260 points remarquables sur 322 initialement sélectionnés sur les cartes de Mimas (Figure 5.8). Le reste des points n'a pas été détecté par raison d'un manque d'observations du même points à d'au moins deux différents angles de vue, ou encore de la faible résolution qui a rendu la reconnaissance de certains points impossible. La Figure 5.4 montre un exemple d'images *Cassini* dans lesquelles les points ont été mesurés (et affichés sur la même image). Comme l'éclairage d'un point par le Soleil change d'une image à l'autre, il n'est pas possible d'automatiser la détection des points. Par conséquent les points de contrôle ont été manuellement mesurés. Dans la même Figure 5.4, il est remarquable que la majorité des points mesurés se situent près du terminateur, et presque aucun point n'a été détecté autour du côté orienté vers le Soleil. Ceci est dû au fait que les ombres causées par les structures de la surface facilitent la reconnaissance et la localisation des points. Nous pouvons remarquer aussi que la majorité des points sont situés dans les fonds des cratères qui sont relativement petits. Ce choix de taille de cratère a été fait pour réduire l'erreur de mesure.

5.2 Carte topographique

5.2.1 Construction de la carte

Suivant les méthodes de mesure et de reconstruction décrites dans la section 5.1.1, nous avons réussi à construire une carte topographique de Mimas en se basant sur le réseau de points de contrôle. La Figure 5.5 montre la répartition des points en fonction de leurs longitudes et latitudes. Leurs tailles dans cette figure (qui sont réparties entre petite, moyenne et grande) sont relatives au nombre d'observations de ces points. Ainsi, un point de petite taille a été observé moins de 5 fois, un point de moyenne taille a été observé entre 5 et 10 fois, et un point de grande taille a été observé plus que 10 fois. D'une manière générale, la valeur moyenne du nombre d'observations des points est de 8, avec une valeur maximale de 25. Dans la même figure, nous remarquons que la partie de la surface de Mimas qui a été couverte le plus par *Cassini* est celle contenant le cratère Herschel (longitude : 111.76° Ouest et latitude : -1.38°). D'autre part, la région de longitude située entre 0° et 90° a été peu couverte. Enfin, la région du pôle nord n'a été couverte qu'une fois et partiellement, ce qui a rendu la reconstruction des points de cette région impossible.

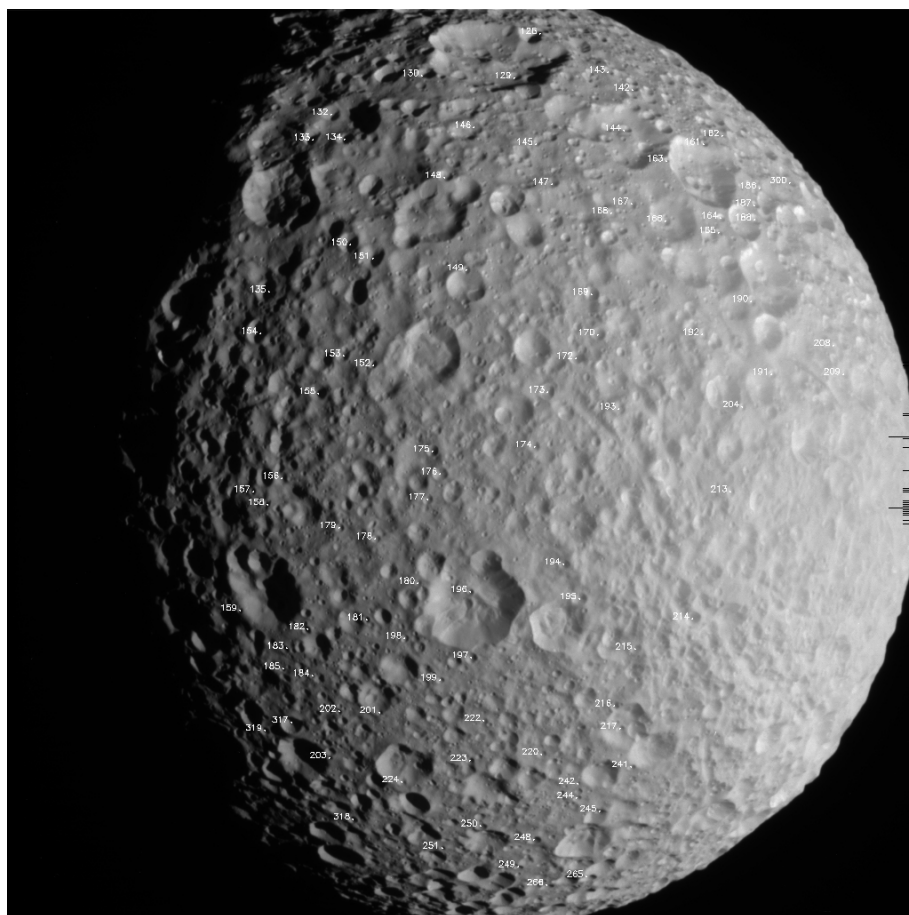


FIGURE 5.4 – L'une des images (N1501648088_1) utilisées dans les mesures des points de contrôle.

5.2.2 Sources d'erreurs sur les points de contrôle

Les points de contrôle mesurés sur les images *Cassini* ont plusieurs sources d'erreurs qui causent des incertitudes sur les positions reconstruites de ces points variant entre ± 141 m et ± 3570 m avec une incertitude moyenne sur X , Y et Z estimée à (± 599 m, ± 731 m, ± 395 m).

Comme les points ont été mesurés manuellement, l'incertitude ne peut pas être simplement estimée par la taille du pixel (0.5 pixel). Pour cela, nous avons donc calculé après reconstruction de chaque point le χ_{reduit}^2 , tel que

$$\chi_{reduit}^2 = \frac{\chi^2}{M - N} \quad (5.6)$$

où M représente le nombre d'observations, sachant que chaque observation d'un point sur l'image est considérée comme deux mesures (car elle fournit deux coordonnées en colonne et ligne), N est le nombre de paramètres ajustés, qui est dans ce cas égal à 3 (X , Y , et Z). χ_{reduit}^2 représente la qualité de l'ajustement. Ainsi, si le modèle utilisé représente bien la réalité et si l'incertitude a été bien estimée, nous aurons $\chi_{reduit}^2 = 1$. Si $\chi_{reduit}^2 > 1$,

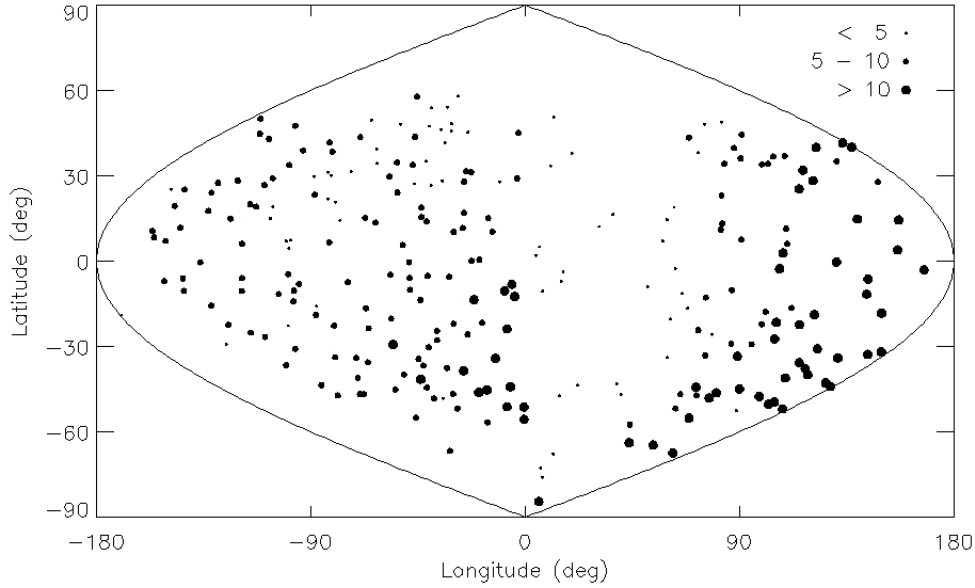


FIGURE 5.5 – La répartition des points de contrôle en longitude et latitude. Les tailles des points sont relatifs au nombre de fois où ils ont été observés.

le modèle utilisé ne représente pas la réalité, ou bien l'incertitude a été sous-estimée, et vice versa pour $\chi_{reduit}^2 < 1$. Le modèle de rotation de Mimas qui a été utilisé dans ce travail est basé sur les amplitudes et phases de libration mesurées dans le chapitre 6. Donc, le modèle qui a été utilisé pour la reconstruction des points représente assez bien la réalité. Par conséquent, le paramètre χ_{reduit}^2 sera un bon signe sur l'estimation de l'incertitude. Nous avons calculé sa valeur moyenne sur tous les points, notée $\langle \chi_{reduit}^2 \rangle$, en balayant l'incertitude de mesure du point entre 0.5 et 1.5 pixel qui est représentée dans la Figure 5.6, où l'on remarque que la meilleure estimation de l'incertitude sur la mesure est de 1.05 pixels.

Nous avons montré dans la section 3.3.4 que l'angle de torsion de la caméra est connu avec une incertitude $\sigma_\theta = 5.1 \times 10^{-3}$ degré. Celle-ci est projetée en colonne et ligne (σ_s , σ_l) par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \arctan\left(\frac{s - s_0}{l - l_0}\right) \\
 r &= \sqrt{(s - s_0)^2 + (l - l_0)^2} \\
 \sigma_s &= |r\sigma_\theta \sin \alpha| \\
 \sigma_l &= |r\sigma_\theta \cos \alpha|
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

où (s, l) sont les coordonnées du point en colonne et ligne sur l'image et $s_0 = l_0 = 511.5$ pixels. Plus le point est loin du centre, plus son incertitude due à l'angle de torsion augmente pour atteindre au bord de l'image une valeur maximale de 4×10^{-2} pixel, ce qui

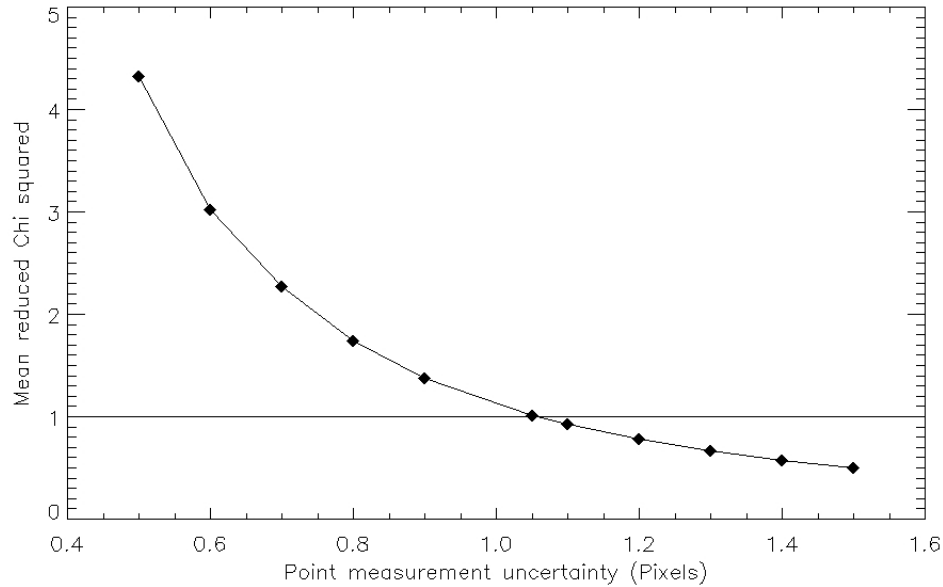


FIGURE 5.6 – La variation du paramètre χ_{reduit}^2 en fonction de l’incertitude sur la mesure du point.

cause une incertitude sur la mesure du point pour la moins bonne résolution (1450 m/pixel) de 66 m, ce qui est assez faible.

La position de la sonde est connue à 100 mètres près. Cette incertitude affecte l’estimation, de l’angle de vue depuis lequel le point est observé. Or, même si la sonde est à une distance de 10^4 km du satellite, l’incertitude sur l’angle de vue ne sera que de l’ordre de 5×10^{-4} degrés, ce qui rend cette incertitude négligeable devant les autres.

La reconstruction 3-D d’un point a été faite en comparant sa position observée à celle calculée par rapport au centre du satellite. Pour cela, il faut mesurer également la position du centre du satellite, ce qui a été fait par les méthodes de mesure du limbe et d’ajustement d’une ellipse qui ont été présentées dans la sections 2.3. Chaque point du limbe a une incertitude de 0.5 pixel, et l’incertitude sur le centre de figure du satellite est calculée à partir de la matrice de covariance issue de l’ajustement par moindres carrés (section 2.5).

5.3 Modèle de forme

Mimas a une forme assez proche d’un ellipsoïde. Les dimensions de ses trois axes ont été déterminées par [Thomas et al. \(2007\)](#) et améliorées par [Thomas \(2010\)](#) utilisant la méthode de mesure des limbes, basée sur 18 (dans le premier) et 36 (dans le deuxième) profils de limbes (voir section 2.3) couvrant une grande partie de la surface de Mimas.

5. TOPOGRAPHIE ET FORME DE MIMAS

Auteurs	a (km)	b (km)	c (km)	Rayon moyen (km)	Images
Thomas et al. (2007)	207.4±0.7	196.8±0.6	190.6±0.3	198.2±0.5	18
Thomas (2010)	207.8±0.5	196.7±0.5	190.6±0.3	198.2±0.4	36
Ce travail	206.60±0.07	195.73±0.07	190.47±0.07	197.49±0.07	40

TABLEAU 5.1 – comparaison des dimensions de l’ellipsoïde représentant la forme de Mimas à partir de différents travaux.

La méthode de reconstruction de l’ellipsoïde qui a été appliquée dans ce travail n’est pas basée sur les profils des limbes, mais sur le réseau des points de contrôle qui a été construit précédemment dans ce chapitre. Chaque point de la surface a (dans le repère du satellite) des coordonnées (X, Y, Z) qui sont ensuite transformées en coordonnées sphériques (R, λ, ϕ) . Or, selon la définition de l’UAI ([Archinal et al., 2011](#)), l’axe X du repère centré sur Mimas n’est pas défini dans la direction de son grand axe, mais est défini d’une manière telle que le méridien 162° passe par le cratère “Palomides” (Voir Figure 5.8). Pour reconstruire l’ellipsoïde, il faut d’abord corriger la longitude et latitude de chaque point de sorte que l’axe X soit dirigé vers le grand axe de Mimas, qui est orienté vers Saturne au moment du passage du satellite par son périapse. Donc, à ce moment et en utilisant l’éphéméride SAT351, la longitude λ_0 et la latitude ϕ_0 de Saturne dans le repère de Mimas sont calculées, qui ont des valeurs égales à 3.36° et -0.3° , respectivement.

La forme de Mimas a été reconstruite en effectuant un ajustement par moindres carrés de l’équation d’un ellipsoïde représentée sous sa forme sphérique suivante

$$\frac{1}{R(\lambda, \phi)^2} = \left(\frac{\cos(\lambda - \lambda_0) \cos(\phi - \phi_0)}{a} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\lambda - \lambda_0) \cos(\phi - \phi_0)}{b} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\phi - \phi_0)}{c} \right)^2 \quad (5.8)$$

où a , b , et c sont les trois axes de l’ellipsoïde. (λ, ϕ) sont les coordonnées d’un point de la surface et (λ_0, ϕ_0) sont leurs corrections, et finalement, R est la distance centre-point (le rayon). Ainsi, nous avons ajusté a , b , et c en minimisant la quantité suivante

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_i^o - R_i^c}{\sigma_i} \right)^2 \quad (5.9)$$

où R_i^o et R_i^c sont, respectivement, les rayons observé et calculé du point i . σ_i est l’incertitude sur R_i^o .

Le Tableau 5.1 donnent les valeurs de a , b , et c obtenues dans ce travail ainsi que par [Thomas et al. \(2007\)](#) et [Thomas \(2010\)](#). La comparaison entre les différentes valeurs montre que l’ellipsoïde obtenu par la méthode des points de contrôle a une taille plus petite (de l’ordre d’un kilomètre) que celle trouvée par la méthode des limbes. Ceci est normal puisque la majorité des points ont été choisis dans les fonds des petits cratères. D’autre part, [Thomas et al. \(2007\)](#) ont trouvé la même différence de taille d’ellipsoïde entre les

deux méthodes similaires à celle trouvée dans ce travail, qui est une confirmation mutuelle entre ce travail et les travaux précédents.

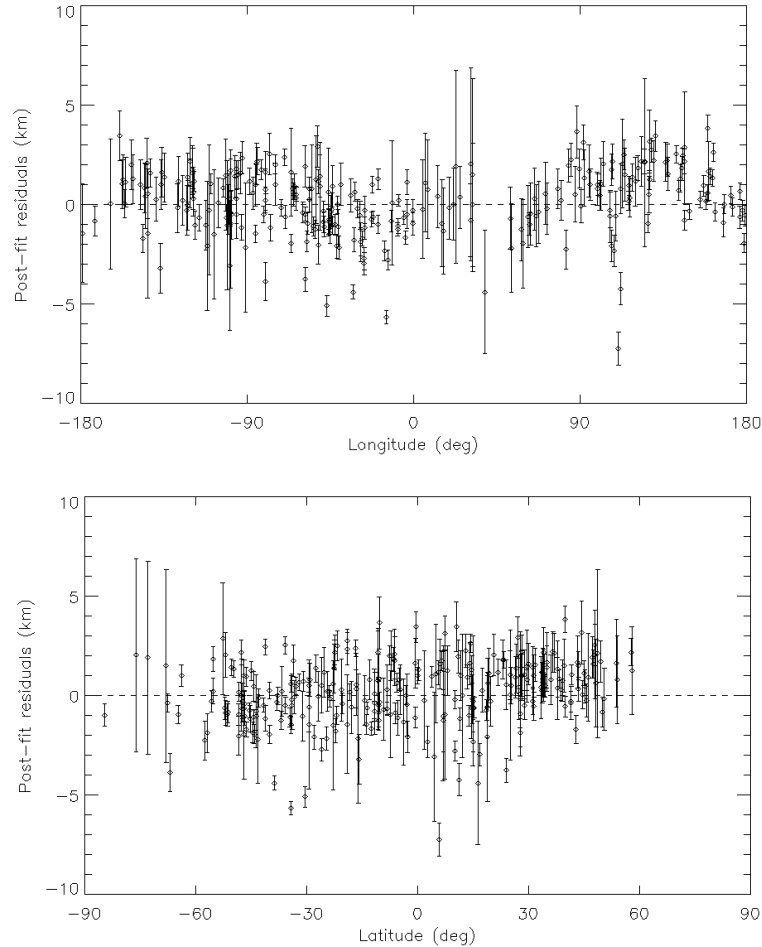


FIGURE 5.7 – Résidues (en km) en fonction des longitudes (haut) et latitudes (bas) entre la position des points de contrôle de Mimas mesurés à la surface et celle prédite par le modèle de forme.

Les résidus sur les rayons des points comparés à ceux obtenus par l’ajustement de l’équation (5.8) de l’ellipsoïde, sont tracés en fonction de leurs longitudes et latitudes dans la Figure 5.7, avec un *RMS* de l’ajustement de l’ordre de 1.7 kilomètres. D’autre part, pour un objet de forme ellipsoïdale en équilibre hydrostatique et à partir des équations de forme (6.21) introduites dans le chapitre 6, nous avons la relation suivante :

$$F = \frac{b - c}{a - c} = \frac{1}{4} \quad (5.10)$$

Or dans le cas de Mimas $F = 0.326 \pm 0.006$. nous concluons que même si Mimas fait partie du groupe des objets ellipsoïdaux, la relaxation du satellite n’a pas encore atteint l’état où la surface physique de celui-ci est cohérente avec une surface équipotentielle [Thomas et al. \(2007\)](#). Autrement dit, Mimas n’est pas dans un équilibre hydrostatique.

5. TOPOGRAPHIE ET FORME DE MIMAS

Ceci a aussi été confirmé par [Nimmo et al. \(2011\)](#) en utilisant les profils des limbes pour construire une forme de Mimas à l'ordre 8 du développement en harmoniques sphériques.

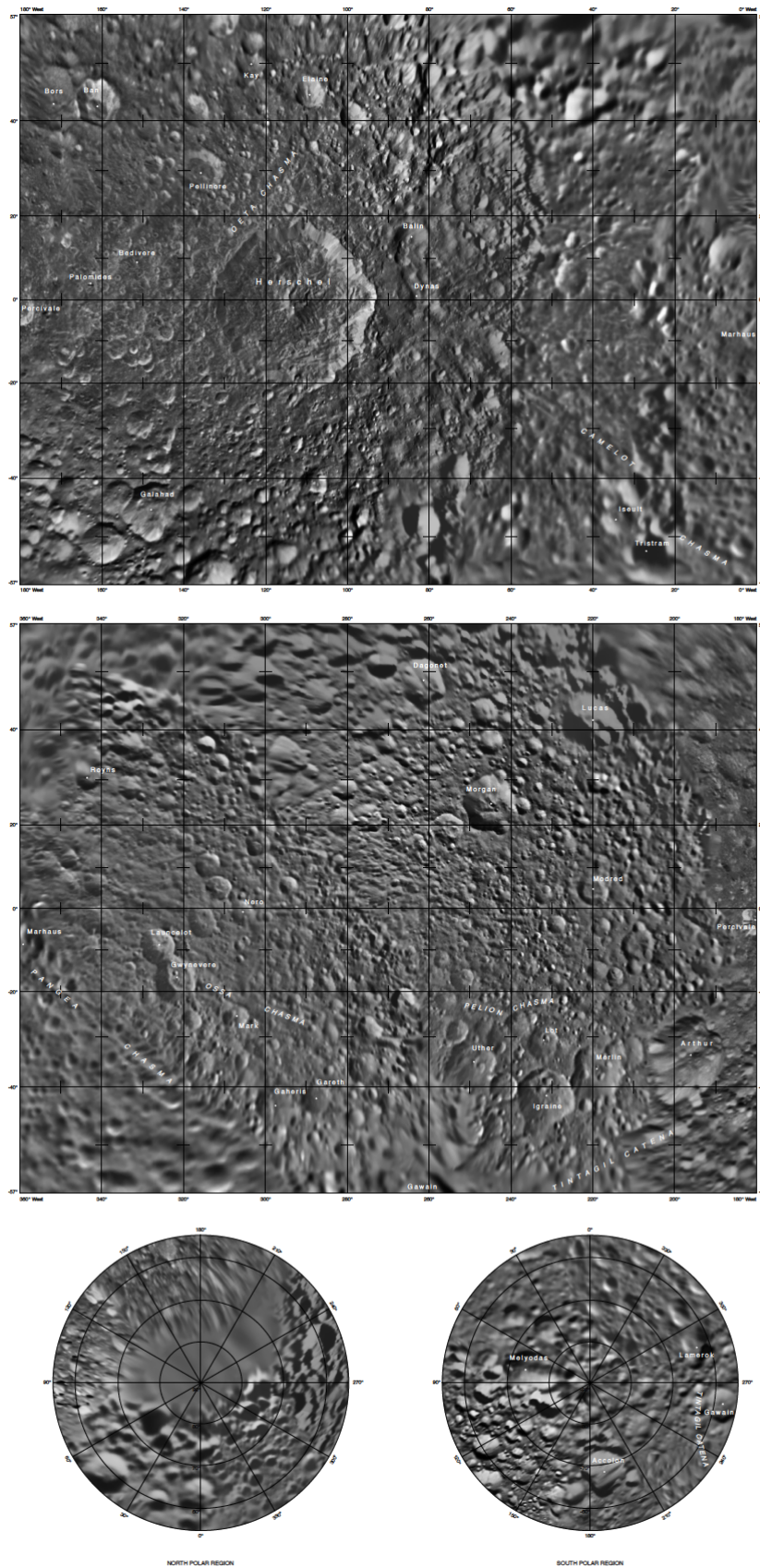


FIGURE 5.8 – L'Atlas de la surface de Mimas construit par [Roatsch et al. \(2009\)](#).

“What is important is not what you hear said, it’s what you observe.”

- MICHAEL CONNELLY -

Chapitre 6

Rotation de Mimas

Contenu

6.1	Rotation d’un satellite	72
6.1.1	Angles d’Euler et matrice de rotation	72
6.1.2	Librations physiques d’un satellite	73
6.1.3	Librations physiques en longitude	74
6.1.4	Librations physiques en longitude de Mimas	76
6.2	Observations	78
6.2.1	Méthode	78
6.2.2	Mesures	80
6.2.3	Estimation des incertitudes	80
6.3	Structure interne de Mimas	84
6.3.1	Océan interne	85
6.3.2	Noyau oblat	87

La connaissance des paramètres rotationnels d'un satellite est essentielle pour mettre des contraintes sur sa structure interne et sur son origine. Comme dans le cas de la majorité des satellites du système solaire, Mimas est en résonance spin-orbite. Ainsi, ce satellite subit des librations forcées en longitude et latitude, qui dépendent d'une part de sa dynamique orbitale, et d'autre part, de sa structure interne. Dans ce chapitre nous avons mesuré les amplitudes et les phases des librations forcées en longitude de Mimas en utilisant les mesures topographiques qui ont été faites dans le chapitre 5.

La méthode de mesure consiste à reconstruire un réseau des points de contrôle en faisant varier à chaque itération les paramètres à ajuster avant d'atteindre le minimum de χ^2 . Ce travail a été inspiré de [Willner et al. \(2010\)](#) et [Giese et al. \(2011\)](#) où ils ont mesuré les amplitudes des librations longitudinales forcées de Phobos et Encelade, respectivement. La même méthode a été appliquée pour mesurer les librations de Janus et Epiméthé ([Tiscareno et al., 2009](#)).

6.1 Rotation d'un satellite ¹

6.1.1 Angles d'Euler et matrice de rotation

Soit un repère (x, y, z) non tournant et soit un repère (X, Y, Z) tournant et attaché au corps, tous deux ayant pour centre le centre de masse du satellite. Le passage du repère inertiel au repère tournant se fait en appliquant la transformation suivante :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R_3(\phi)R_1(\theta)R_3(\psi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

où ϕ , θ et ψ sont les angles d'Euler et $R_n(\alpha)$ est la matrice de rotation d'angle α autour de l'axe n (Figure 6.1) ($n=3$ représente l'axe Z et $n=1$ représente l'axe X).

Le vecteur rotation instantanée s'exprime à partir des axes \vec{Z} , \vec{N} et \vec{z} (\vec{N} est dirigé suivant la longitude des noeuds) en introduisant les vitesses $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\phi}$, respectivement, et il peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\vec{\Omega} = \dot{\psi}\vec{Z} + \dot{\theta}\vec{N} + \dot{\phi}\vec{z} \quad (6.2)$$

Dans le repère tournant, $\vec{\Omega}$ s'écrit donc sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

1. Ici nous présentons le problème par un approche très simplifiée. Pour une présentation détaillée de l'étude de la rotation d'un satellite, nous renvoyons le lecteur vers l'ouvrage de [Danby \(1988\)](#) ou vers [Comstock & Billes \(2003\)](#).

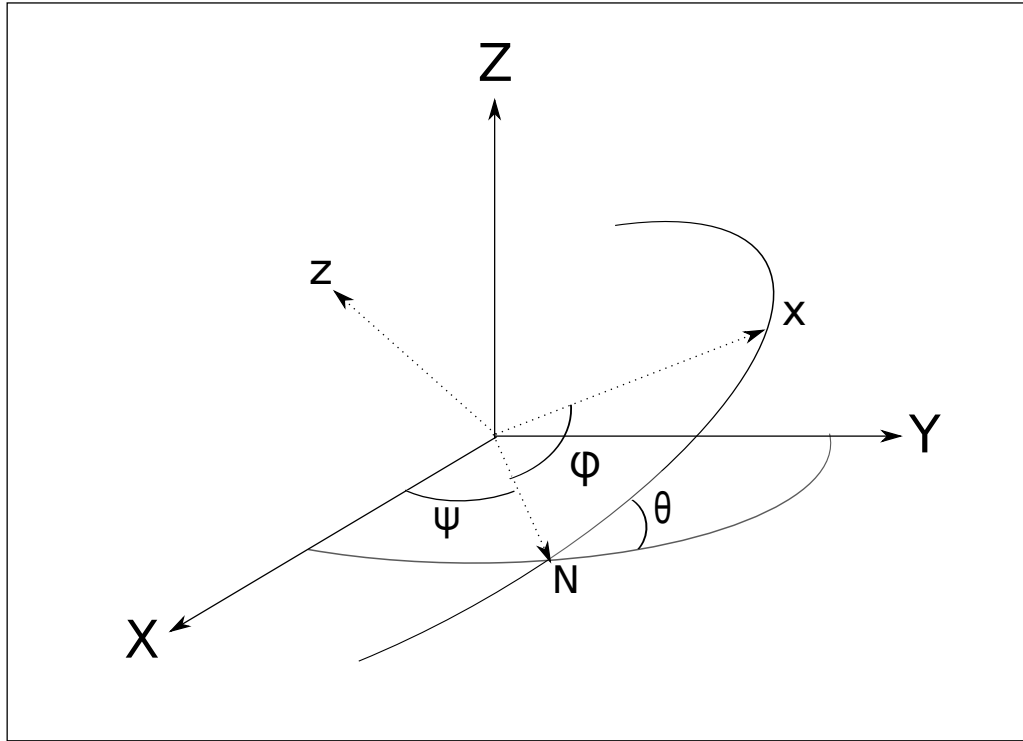


FIGURE 6.1 – Représentation des angles d'Euler.

6.1.2 Librations physiques d'un satellite

Soit un satellite en résonance spin-orbite 1 :1 tournant autour d'une planète de masse M . Les équations d'Euler décrivant la rotation du satellite ont la forme suivante (Danby, 1988) :

$$\begin{aligned}
 A\dot{\Omega}_1 + (C - B)\Omega_2\Omega_3 &= \frac{3GM}{r^3}(C - B)u_2u_3 \\
 B\dot{\Omega}_2 + (A - C)\Omega_1\Omega_3 &= \frac{3GM}{r^3}(A - C)u_1u_3 \\
 C\dot{\Omega}_3 + (B - A)\Omega_1\Omega_2 &= \frac{3GM}{r^3}(B - A)u_1u_2
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

où u_1 , u_2 et u_3 sont les coefficients directeurs de la planète depuis le système de référence attaché au satellite. A , B et C sont les moments d'inertie du satellite. Ici, le système d'axes est défini suivant les axes principaux d'inertie du satellite, et nous avons $A \leq B \leq C$.

Les vitesses angulaires $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ et $\dot{\phi}$ qui ont été introduites dans la section précédente représentent respectivement la variation de l'obliquité, la précession des noeuds et la vitesse de rotation (qui est la même que le moyen mouvement n dans le cas d'un satellite en résonance spin-orbite 1 :1) du satellite. Pour Mimas la période de rotation est d'environ 0.942 jours et sa période de précession est d'environ 360 jours (Archinal et al., 2011). Ainsi, nous pouvons faire l'approximation suivante : $\dot{\psi} \ll \dot{\phi}$. Ω_3 des équations (6.3) sera alors égale à $\dot{\phi}$.

D'autre part, comme la planète est quasiment orientée suivant l'axe "X" du satellite, $u_1 \approx 1 \gg u_2, u_3$. Utilisant les approximations introduites précédemment, et négligeant la précession devant la rotation, les équations (6.4) se réduisent à

$$\begin{aligned} A\dot{\Omega}_1 + (C - B)n\Omega_2 &= 0 \\ B\dot{\Omega}_2 + (A - C)n\Omega_1 &= \frac{3GM}{r^3}(A - C)u_1u_3 \\ C\dot{\Omega}_3 &= \frac{3GM}{r^3}(B - A)u_1u_2 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Ω_1 et Ω_2 représentent la précession des noeuds du satellite. Ω_3 représente la rotation du satellite (car $\Omega_3 = \dot{\phi}$). Ainsi, les solutions des deux premières lignes des équations (6.5) décriront les librations physiques en latitude du satellite et la solution de la troisième ligne décrira les librations physiques en longitude.

6.1.3 Librations physiques en longitude

Le calcul des librations physiques en longitude revient à résoudre la troisième ligne de l'équation (6.5)². Dans une résonance spin-orbite 1 :1, le plus long axe du satellite pointe (en première approximation) vers le foyer vide de la planète (Figure 6.2). On définit v comme l'anomalie vraie du satellite, ϕ l'angle entre la direction du périastre et la direction de l'axe le plus long, et enfin β est la libration optique. Nous avons donc, $\beta = v - \phi$, ainsi :

$$\begin{aligned} u_1 &= \cos \beta = \cos(v - \phi) \\ u_2 &= \sin \beta = \sin(v - \phi) \\ u_1u_2 &= \frac{1}{2} \sin 2(v - \phi) \end{aligned} \quad (6.6)$$

La troisième ligne des équations (6.5) s'écrit sous une forme similaire à l'équation d'un pendule :

$$C\ddot{\phi} - \frac{3GM}{2r^3}(B - A) \sin 2(v - \phi) = 0 \quad (6.7)$$

ϕ comprend les librations physiques en longitude τ telles que, $\phi = nt + \tau$. Ainsi, $\ddot{\phi} = \ddot{\tau}$. D'autre part, l'anomalie vraie se développe en série de Fourier telle que (Murray & Dermott, 1999) :

$$v = nt + 2e \sin nt - \frac{5}{4}e^2 \sin 2nt + O(e^3) \quad (6.8)$$

Dans le cas d'un problème des 2-corps perturbés (e.g. les perturbations induites par les

2. Ici nous avons fait une approximation au premier ordre pour expliquer le problème. Noyelles et al. (2011) ont fait des intégrations numériques sans aucune approximation, calculant les librations physiques en longitude et latitude.

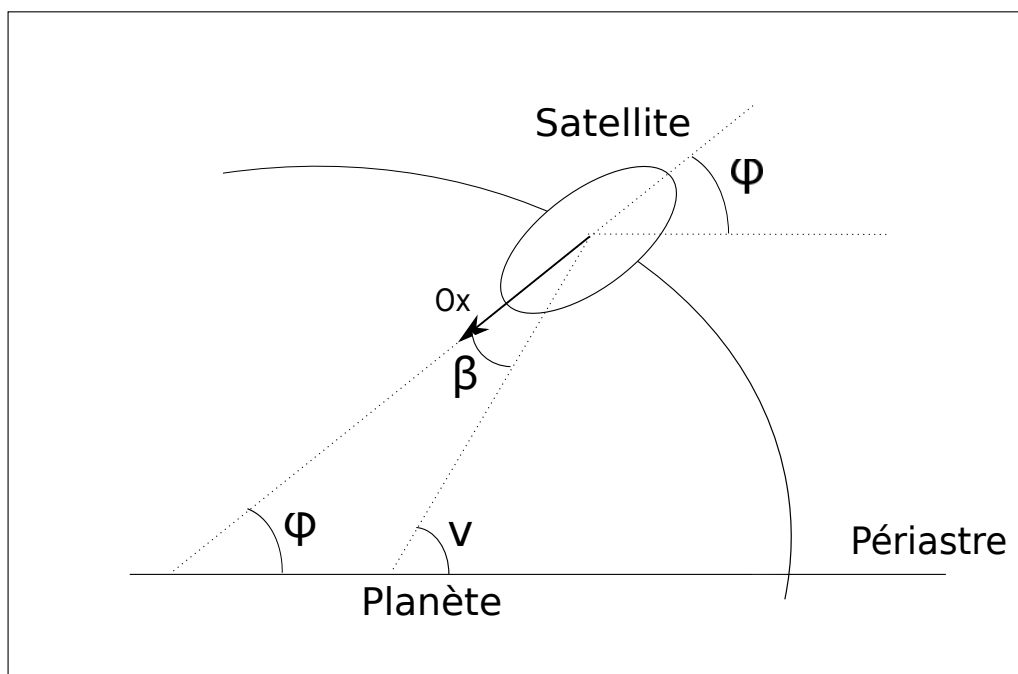


FIGURE 6.2 – Le plus grand axe du satellite en résonance spin-orbite 1 :1 pointe en première approximation vers le foyer vide de l'ellipse.

autres satellites de Saturne) v s'écrit sous la forme d'une série quasi-périodique suivante :

$$\begin{aligned} v &= nt + \sum_{i=1}^N H_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \\ &= nt + s(t) \end{aligned} \quad (6.9)$$

où H_i , ω_i et ϕ_i sont respectivement l'amplitude, la fréquence et la phase de chaque terme du développement. D'autre part, dans l'approximation de l'orbite circulaire le terme $\frac{GM}{r^3}$ présent dans l'équation (6.7) sera $\approx n^2$.

Finalement, en supposant que $s - \tau$ est petit et en utilisant toutes les approximations mentionnées précédemment, l'équation (6.7) se réduit à :

$$\begin{aligned} \ddot{\tau} + 3n^2\sigma\tau &= 3n^2\sigma s \\ &= 3n^2\sigma \sum_{i=1}^N H_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \end{aligned} \quad (6.10)$$

où $\sigma = (B - A)/C$. La solution de l'équation (6.10) est une combinaison entre la solution libre et la solution forcée qui s'écrit sous la forme :

$$\tau = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) + \sum_{i=1}^N \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_i^2} H_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (6.11)$$

où ω_0 est la fréquence propre du système :

$$\omega_0 = n\sqrt{3\sigma} \quad (6.12)$$

Dans le cas d'un système dissipatif le terme libre s'amortit et les librations dépendront uniquement des termes forcés (Rambaux et al., 2010). ω_i et ϕ_i sont, respectivement, la fréquence et la phase du forçage.

Il est remarquable que l'amplitude des librations forcées dépend de la fréquence propre du système ω_0 qui dépend elle-même de $\sigma = (B - A)/C$, donc du rapport des moments d'inertie. Ainsi, les amplitudes des librations dépendent de la structure interne du satellite.

6.1.4 Librations physiques en longitude de Mimas

Utilisant les équations introduites dans la section précédente et en prenant en compte des perturbations gravitationnelles engendrées par les autres satellites, les librations physiques en longitude de Mimas ont été calculées par Noyelles et al. (2011) (En supposant qu'il est en équilibre hydrostatique). Les amplitudes, fréquences, périodes et phases sont données dans le Tableau 6.1. Les valeurs données dans ce tableau sont issues d'un développement en séries de cosinus tronqué à l'ordre 1 en excentricité. L'amplitude de i^{eme} signal s'écrit alors :

$$\alpha_i = \frac{H_i}{(\omega_i/\omega_0)^2 - 1} \quad (6.13)$$

Pour Mimas, le rapport des moments d'inertie a été calculé à partir du modèle de forme qui suppose que ce satellite est en équilibre hydrostatique. Nous avons alors $(B - A)/C = 0.058 \pm 0.004$ (Dermott & Thomas, 1988). La fréquence propre du système vaut ainsi $\omega_0 = 1033.14$ rad/an (calcul obtenu à partir de l'équation (6.12)). Comme nous pouvons le remarquer dans l'équation (6.13), les amplitudes des librations dépendent du rapport $(\omega_i/\omega_0)^2$. Une valeur quasi-nulle de ce rapport signifie que l'amplitude dépend uniquement des paramètres orbitaux du satellite représentés par H_i . Cependant, si ce rapport a une valeur significative l'amplitude dépendra également de la structure interne du satellite. La dernière colonne du Tableau 6.1 donne, pour chaque fréquence, la valeur de $(\omega_i/\omega_0)^2$. Nous pouvons remarquer que la seule valeur significative de ce rapport correspond au signal ayant une période de 0.945 jour. Ainsi, la mesure de l'amplitude de ce signal fournira une information sur sa structure interne.

La Figure 6.4 montre la variation de l'amplitude de libration du signal de 0.945 jour en fonction des densités du noyau de silicate et du manteau de glace. L'amplitude varie entre 20 et 30 arcminutes, et la valeur donnée dans le Tableau 6.1 est le résultat d'une des combinaisons possibles des densités.

Fréquence (rad/an)	Période (jours)	Amplitude	Phase à J2000	$(\omega_i/\omega_0)^2$
0.08904	25772.63	43.61°	51.354°	7×10^{-9}
0.26713	8590.879	43.26 arcmin	-25.913°	6×10^{-8}
2428.76	0.944898	26.07 arcmin	101.355°	5.52
10.1976	225.0453	7.828 arcmin	-157.744°	9×10^{-5}
10.1086	227.0273	3.657 arcmin	-119.032°	9×10^{-5}
10.2866	223.0972	3.532 arcmin	-16.309°	9×10^{-5}

TABLEAU 6.1 – Valeurs des fréquences, périodes, amplitudes et phases des libérations physiques en longitude de Mimas (Valeur issues de [Noyelles et al., 2011](#)). La dernière colonne montre la dépendance de l'amplitude sur la structure interne du satellite représentée par ω_0 .

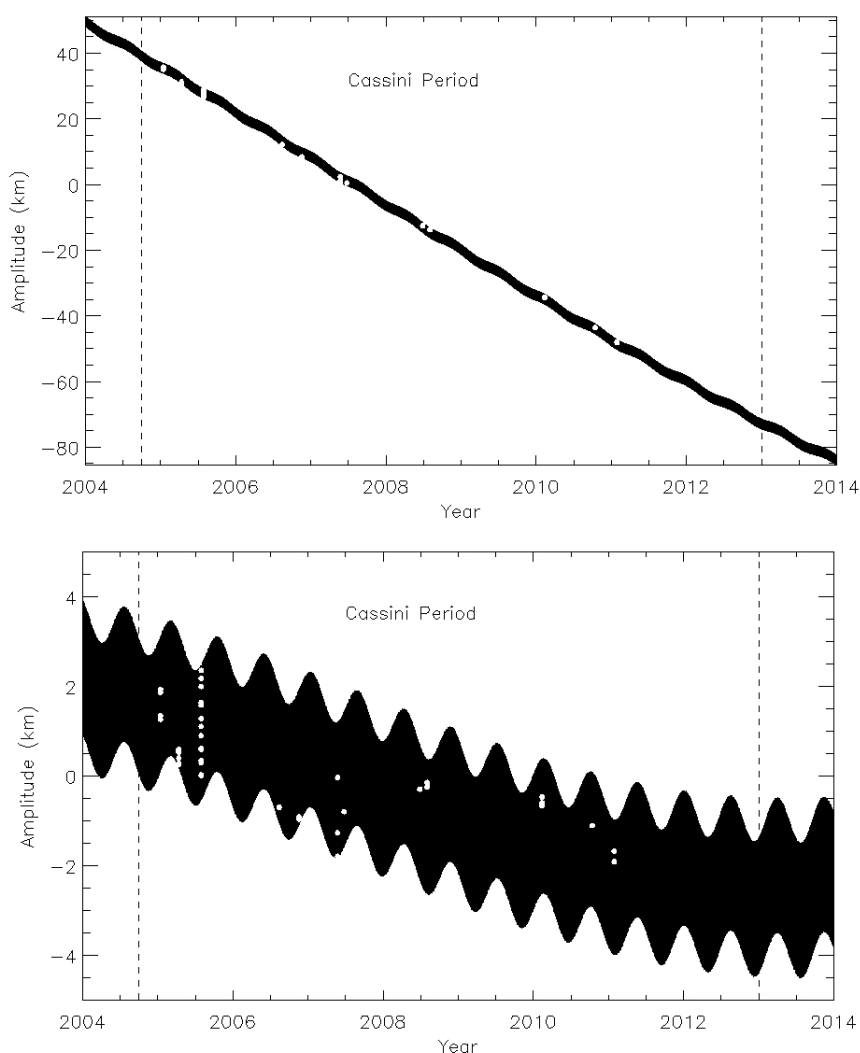


FIGURE 6.3 – Variation de l'amplitude de la libration physique en longitude (en kilomètres) de Mimas en fonction du temps pendant la période *Cassini*. La courbe en haut montre la variation de l'amplitude contenant tous les signaux de libérations donnés dans le Tableau 6.1, tandis que la courbe en bas montre la même variation sans le signal de 43.61°. Les points blancs correspondent aux dates des observations qui ont été utilisées pour l'ajustement.

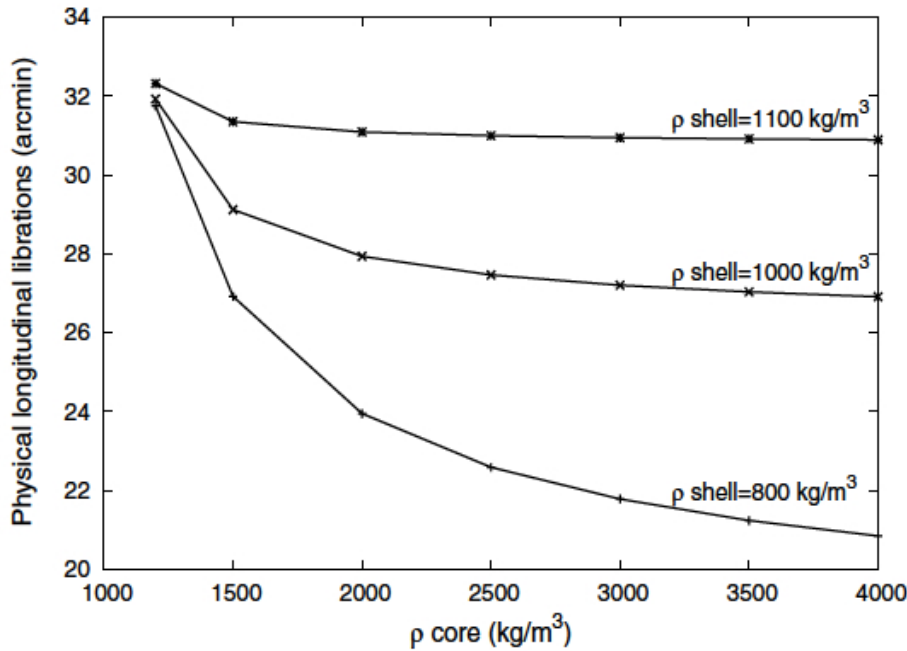


FIGURE 6.4 – Amplitude de libration correspondant à la période de 0.944 jour en fonction des densités du noyau et du manteau (source : [Noyelles et al., 2011](#)).

6.2 Observations

Une amplitude entre 20 et 30 arcminutes correspond à un déplacement sur la surface entre 1.2 et 1.7 km, et qui est une amplitude détectable avec des observations de haute résolution comme celles de *Cassini*. Pour cela, nous avons utilisé les points de contrôle mesurés sur la surface de Mimas pour mesurer cette amplitude de libration, en sélectionnant les images avec des résolutions meilleures que 1.5 km/pixel. La Figure 6.3 montre les librations de Mimas (en km) en fonction de temps pendant la période *Cassini* entre 2004 et 2013. Les points blancs représentent les dates des images qui ont été sélectionnées.

6.2.1 Méthode

La reconstruction du réseau des points de contrôle consiste à rapporter la position du point de la surface du repère centré sur le satellite au repère de la caméra. Ce changement de repère se fait en passant par un repère intermédiaire qui est J2000. Ensuite, une minimisation par moindres carrés permet d'ajuster les positions (X, Y, Z) des points de contrôle en comparant leurs projections sur les images à celles mesurées.

Pour transformer les coordonnées (X, Y, Z) dans le repère du satellite aux coordonnées (x, y, z) dans le repère J2000, il faut utiliser les matrices de rotation introduisant les angles d'Euler suivants (Figure 6.5) :

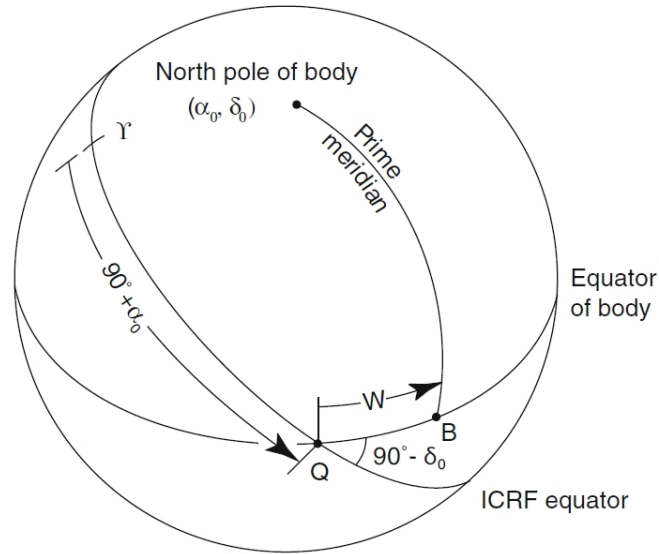


FIGURE 6.5 – Représentation du repère centré sur le satellite et celui de l'ICRF (ou J2000) (source : Archinal et al., 2011).

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_3(W)R_1\left(\frac{\pi}{2} - \delta_0\right)R_3\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right)\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

où α_0 , δ_0 et W sont respectivement l'ascension droite, la déclinaison de l'axe du spin de Mimas et la longitude du cratère de référence "Palomides" (Archinal et al., 2011) tel que :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 40.66 - 0.036T + 13.56 \sin S3 \\ \delta_0 &= 83.52 - 0.004T - 1.53 \cos S3 \\ W &= 333.46 + 381.9945550d - 13.48 \sin S3 - 44.85 \sin S5 \end{aligned} \quad (6.15)$$

avec $S3$ et $S5$ sont définis de la manière suivante :

$$\begin{aligned} S3 &= 177.40^\circ - 36505.5^\circ T \\ S5 &= 316.45^\circ + 506.2^\circ T \end{aligned} \quad (6.16)$$

où T et d sont le temps passé depuis J2000 en siècles julien et jours, respectivement.

Dans la définition de W la seule libration qui a été incluse est celle de 44.85° . En ajoutant les autres amplitudes de libration on obtient :

$$W = 333.46 + 381.9945550d - 13.48 \sin S3 + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \cos(\omega_i T + \phi_i) \quad (6.17)$$

Période (jours)	Théoriques		Mesurées	
	Amplitude	Phase à J2000	Amplitude	Phase à J2000
25772.63	43.61 ^o	51.354 ^o	43.78±0.07 ^o	52±2.2 ^o
8590.879	43.26 arcmin	-25.913 ^o	42.1±1.8 arcmin	-17±12.5 ^o
0.944898	26.07 arcmin	101.355 ^o	45.9±0.87 arcmin	100.3±0.9 ^o
225.0453	7.828 arcmin	-157.744 ^o	8.4±1.1 arcmin	-
227.0273	3.657 arcmin	-119.032 ^o	3.7±1.2 arcmin	-
223.0972	3.532 arcmin	-16.309 ^o	2.7±1.2 arcmin	-

TABLEAU 6.2 – Les valeurs des amplitudes et phases théoriques et mesurées des différents signaux des librations physiques en longitude.

où α_i , ω_i et ϕ_i sont données dans le Tableau 6.1 et doivent être converties en rad, rad/jour et rad, respectivement.

Une fois les coordonnées transformées dans le repère J2000, il faut effectuer une dernière transformation pour passer dans le repère de la caméra NAC de *Cassini*. Celle-ci est obtenue via les KERNELS de la caméra fournis par la librairie [SPICE](#).

L'amplitude de libration concernée a été mesurée indirectement. Or, la reconstruction du réseau des points de contrôle fournit un χ^2 total. Plus la rotation de Mimas est réaliste plus le χ^2 total est petit. Pour cela, la méthode consiste à varier les amplitudes jusqu'à obtenir une valeur minimale du χ^2 .

6.2.2 Mesures

Pour vérifier la méthode proposée, nous avons essayé de mesurer les amplitudes et les phases de tous les signaux présents dans le Tableau 6.1. Les paramètres ont été modifiés de manière itérative, en revenant sur chaque paramètre plusieurs fois, jusqu'à l'atteinte d'un minimum global du χ^2 . La Figure 6.6 montre la variation du χ^2 en fonction des amplitudes et des phases. Les valeurs mesurées sont données dans le Tableau 6.2 qui confirme (dans les 3- σ d'incertitude) toutes les valeurs théoriques en amplitudes et phases calculées par [Noyelles et al. \(2011\)](#), sauf l'amplitude du signal de période de 0.945 jour qui a une amplitude de 45.9±0.87 arcmin. Grâce aux équations (6.12) et (6.13), il est possible de retrouver le rapport des moments d'inertie, nous obtenons alors $(B-A)/C = 0.085\pm 0.0012$.

Les amplitudes des signaux de périodes de 223, 225 et 227 jours ont aussi été mesurées. Néanmoins, leurs phases n'ont pas été mesurées à cause de leurs proches périodes et faibles amplitudes. La détection de ces trois signaux montre que les incertitudes ont été bien estimées. La section suivante décrira la méthode utilisée pour estimer les incertitudes.

6.2.3 Estimation des incertitudes

Comme le χ^2 n'a pas été minimisé par la méthode des moindres carrés avec une inversion de matrice de co-variance, mais par un balayage des variables, les incertitudes ne sont pas calculables à partir de la matrice de co-variance puisqu'elle n'existe pas. Pour

cela, il est essentiel de proposer une méthode pour estimer les incertitudes de l'ajustement. Les sources d'erreurs sur les positions des points introduites dans le chapitre 5 sont les suivantes : l'incertitude sur la mesure des points et du centre de figure du satellite, l'incertitude sur la position de la sonde et finalement l'incertitude sur l'angle de torsion (pour plus de détails voir la section 5.2.2). Pour chaque point nous avons donc ajouté un bruit Gaussien ayant comme moyenne la position mesurée et un σ égal à l'incertitude du point contenant les incertitudes de mesure. Ensuite, nous avons réajusté les amplitudes et les phases avec les positions perturbées. Cette procédure a été faite 100 fois avec 100 ajustements. La Figure 6.7 donne les histogrammes des itérations. L'ajustement des fonctions Gaussiennes à ces histogrammes a produit des valeurs moyennes et des σ des amplitudes et des phases qui sont les résultats du Tableau 6.2. Dans le cas idéal, il faut faire plus d'itérations pour avoir une meilleure forme Gaussienne des histogrammes donnés dans la Figure 6.7. Les itérations demandent un très long temps, et un nombre plus élevé d'itérations mettra encore beaucoup plus de temps, ce que nous n'avons pas jusqu'à la soumission de ce manuscrit. Toutefois, les résultats de l'ajustement d'une Gaussienne aux histogrammes obtenus pour les cent itérations produit déjà une bonne estimation des incertitudes sur les amplitudes et phases des librations.

6. ROTATION DE MIMAS

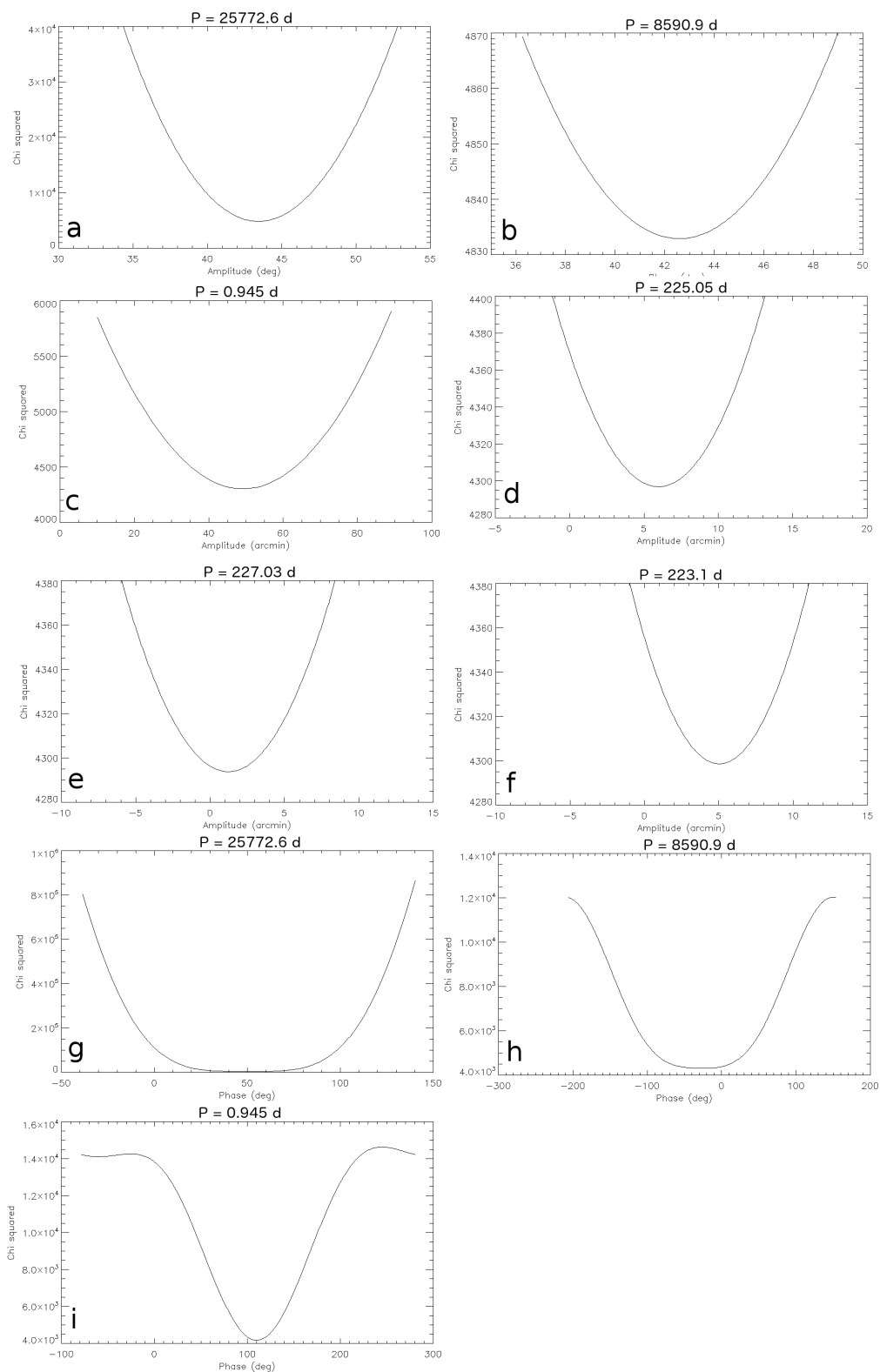


FIGURE 6.6 – La variation du χ^2 en fonction des amplitudes (courbes : a, b, c, d, e et f) et phases (courbes : g, h et i). Les courbes sont classées dans le même ordre du Tableau 6.2.

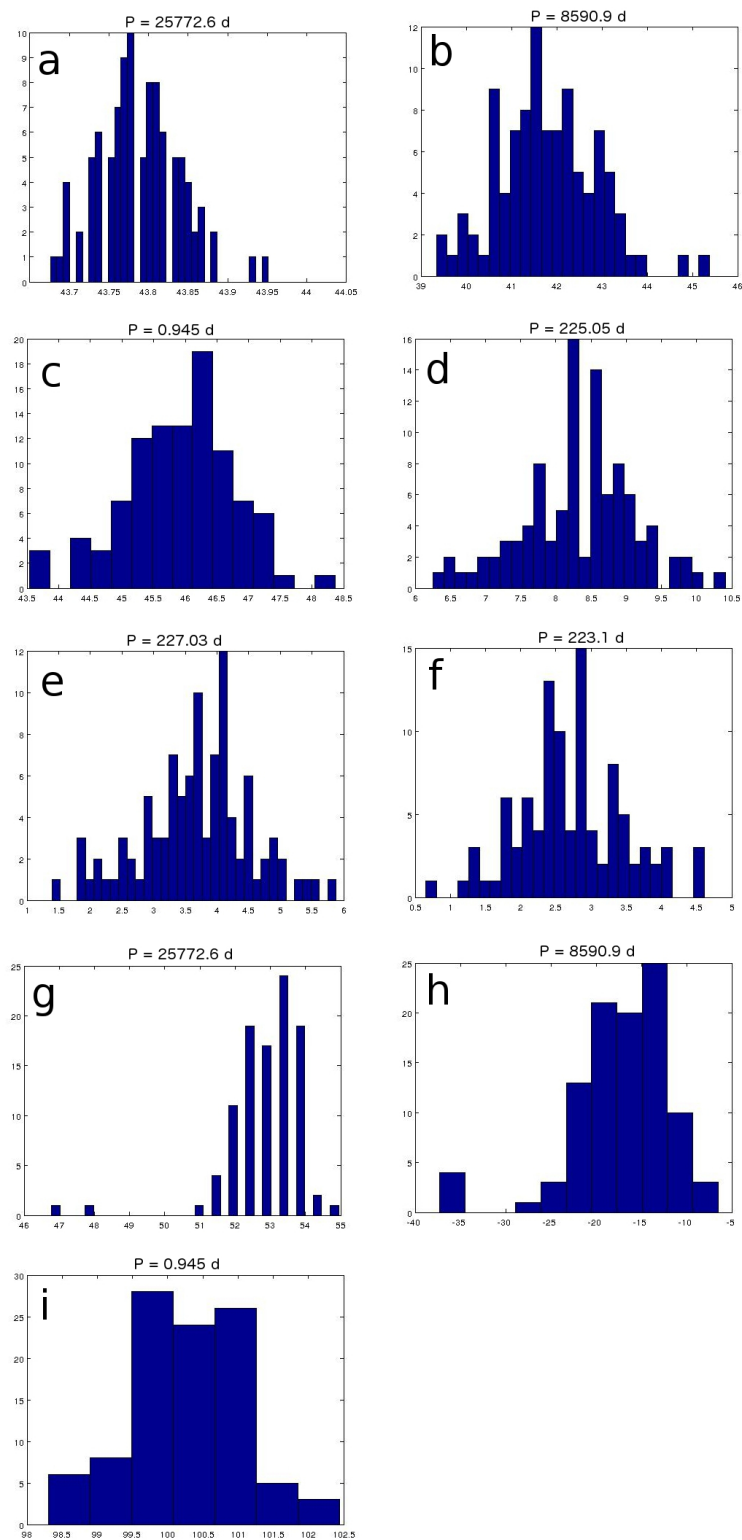


FIGURE 6.7 – Histogrammes de la variation des incertitudes des amplitudes (courbes : a, b, c, d, e et f) et phases (courbes : g, h et i) en fonction des incertitudes des mesures des points. Les courbes sont classées dans le même ordre que le Tableau 6.2.

6.3 Structure interne de Mimas

Avec une densité moyenne de 1150 kg/m^3 , l'absence d'une activité géologique à sa surface, et sa forme ne correspondant pas à un objet en équilibre hydrostatique (Thomas et al., 2007; Nimmo et al., 2011), on a toujours pensé que Mimas était un corps différencié constitué d'une couche de silicate et d'une couche de glace, incluant de la porosité éventuelle (Yasui & Arakawa, 2009) et proche de l'équilibre hydrostatique. Dans un tel état il faut que son rapport des moments d'inertie $(B - A)/C$ soit entre 0.045 et 0.064. Or, le rapport qui a été mesuré vaut 0.085 ± 0.0012 confirmant que Mimas n'est pas dans l'état d'équilibre hydrostatique.

Pour mieux comprendre le résultat obtenu nous avons testé deux modèles de structure interne de Mimas incluant : *i*) la présence d'un océan sous le manteau de glace ; *ii*) un noyau oblat ayant une forme différente de celle du manteau de glace. Les moments d'inertie sont contraints avec la relation $A \leq B \leq C$ (Eluszkiewicz, 1990), avec :

$$\begin{aligned} A &= \int \rho(y^2 + z^2) dV \\ B &= \int \rho(x^2 + z^2) dV \\ C &= \int \rho(x^2 + y^2) dV \end{aligned} \quad (6.18)$$

où ρ est la densité qui dépend du rayon de la couche.

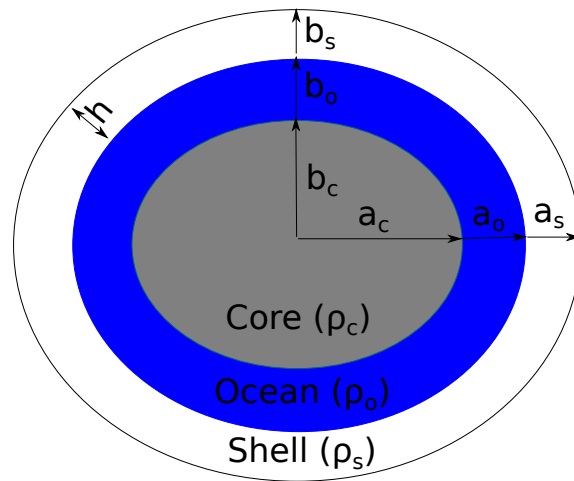


FIGURE 6.8 – Modèle de structure interne de Mimas avec un océan interne.

Paramètre	Valeur	Référence
Moyen mouvement n	2435.14429 rad/an	Vienne & Duriez (1995)
Rayon moyen R	198.2 km	Thomas et al. (2007)
Densité moyenne ρ	1150.03 kg/m ³	Thomas et al. (2007)
Masse M	3.7495×10^{19} kg	Jacobson et al. (2006)
Le plus long axe de l'ellipsoïde a	207.8 km	Thomas (2010)
l'axe suivant l'orbite b	196.7 km	Thomas (2010)
l'axe polaire c	190.6 km	Thomas (2010)

TABLEAU 6.3 – Paramètres physiques et dynamiques de Mimas.

6.3.1 Océan interne

Soit un objet ellipsoïdal à trois couches de masse M , de volume V , de densité moyenne ρ et d'axes a , b et c tel que $a \geq b \geq c$, constitué d'un noyau de silicate de densité ρ_c , un océan d'eau liquide de densité ρ_o , et d'un manteau de glace de densité ρ_s (Figure 6.8). Dans ce cas, il existe un découplage entre le noyau et le manteau causé par l'océan et la libration dépendra uniquement du rapport des moments d'inertie du manteau. A partir des équations (6.18) nous obtenons alors :

$$\frac{B_s - A_s}{C_s} = \frac{V(a^2 - b^2) - V_o(a_o^2 - b_o^2)}{V(a^2 + b^2) - V_o(a_o^2 + b_o^2)} \quad (6.19)$$

où a_o et b_o sont les axes de la limite inférieure du manteau et V_o est le volume occupé par l'océan avec l'expression suivante :

$$V_o = \frac{M - \frac{4}{3}\pi(\rho_c - \rho_s)(a - h)(b - h)(c - h) - \rho_s V}{\rho_o - \rho_c} \quad (6.20)$$

où h est l'épaisseur de la couche de glace constituant le manteau (Figure 6.8). Tous les paramètres physiques et dynamiques de Mimas sont regroupés dans le Tableau 6.3. Utilisant ces paramètres et appliquant les équations (6.19) et (6.20), nous avons varié la densité du noyau ρ_c entre 1200 et 3300 kg/m³ et celle du manteau ρ_s entre 700 et 950 kg/m³ en fixant la densité de l'océan ρ_o à 1000 kg/m³, pour calculer le rapport des moments d'inertie $(B - A)/C$. La Figure 6.9 montre la variation de ce rapport en fonction de ρ_c et ρ_s pour une épaisseur du manteau de 1 (a), 10 (b) et 30 (c) km. La plus grande valeur de $(B - A)/C$ atteinte est de 0.055 qui est plus petite que celle mesurée. Ainsi, l'observation montre que Mimas ne contient pas un océan global sous sa couche de glace. Ceci est attendu puisque aucune activité géologique à sa surface causée par un réchauffement (Schenk, 2011) ni un jet de particules d'eau (Buratti et al., 2011) n'ont été observés.

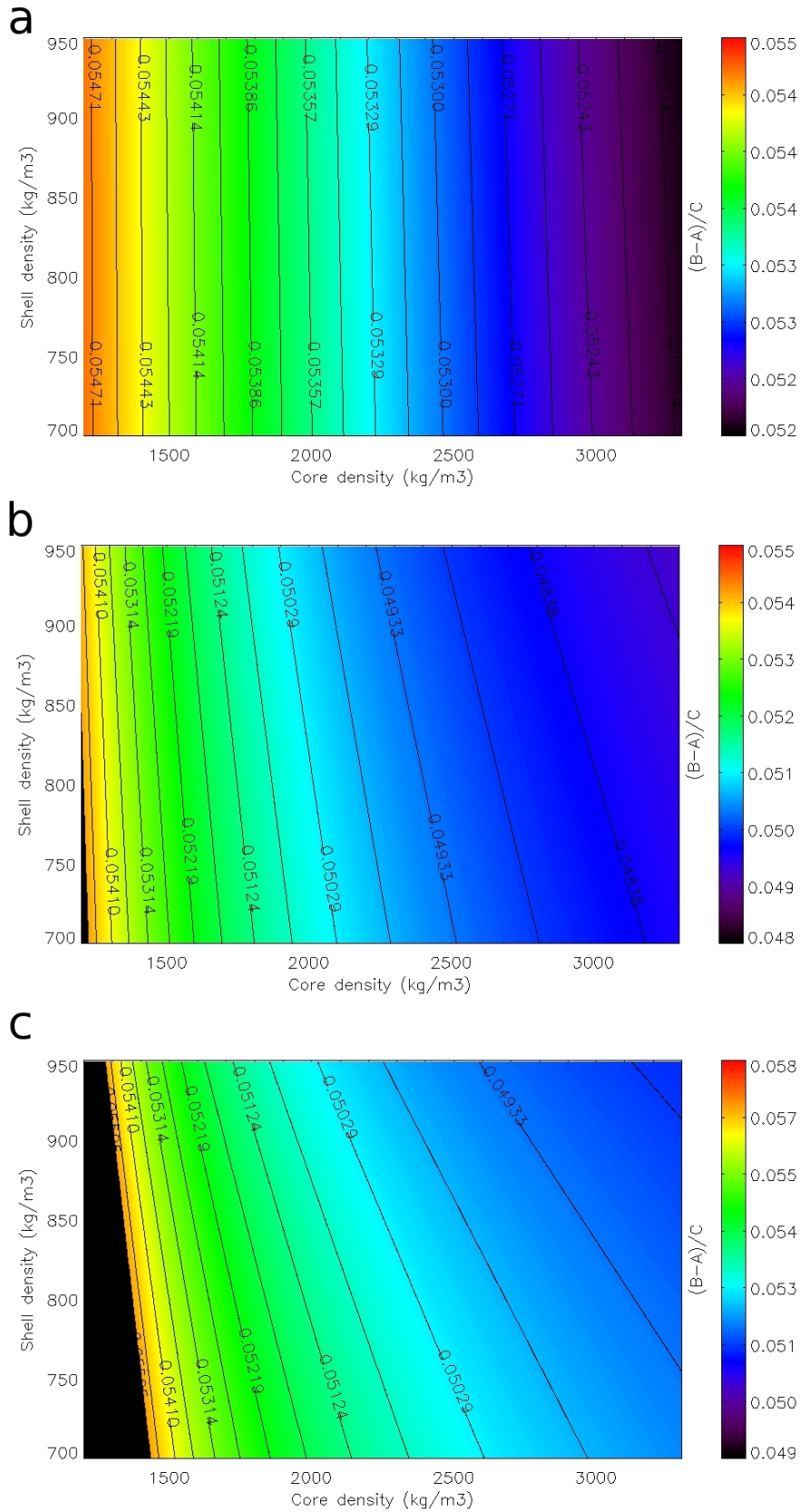


FIGURE 6.9 – Variation du rapport des moments d’inertie $(B - A)/C$ en fonction de ρ_c et ρ_s pour une épaisseur du manteau de 1 (a), 10 (b) et 30 (c) km. Les zones noires représentent des situations incompatibles avec une densité moyenne de 1150.05 kg/m^3 .

6.3.2 Noyau oblat

Un autre modèle de structure interne de Mimas a été étudié : un satellite à deux couches avec un noyau de silicate ayant une forme différente de celle du manteau de glace. Dans ce cas, comment la forme du noyau doit-elle être modifiée ? Et pourquoi le noyau aura-t-il une telle forme ?

6.3.2.1 Elongation du noyau

La modification de la forme du noyau doit respecter la contrainte sur l'ordre des moments d'inertie du satellite ($A \leq B \leq C$). Avec une telle contrainte les tailles des axes devront respecter l'ordre $a \geq b \geq c$. Pour cela, il n'est pas possible de faire varier librement les tailles des axes. Nous avons pensé à une élongation selon l'axe a du satellite, or une telle élongation du noyau correspondra à sa forme à une distance plus proche de Saturne qu'elle l'est aujourd'hui. Pour cela, nous avons imaginé un scénario où le noyau de silicate s'est formé près de la limite de Roche (Pour le silicate cette limite est à une distance $d_L = 87000$ km de Saturne) en se mettant à la forme d'équilibre hydrostatique (équations (6.21)) correspondant à cette distance. Le noyau accrète ensuite de la glace, en s'éloignant de Saturne, formant une couche de glace qui se relaxe pour s'approcher de la forme hydrostatique correspondant à la distance de satellite de Saturne. A cause de la température basse de Mimas, le noyau n'a pas eu le temps de se relaxer et a gardé sa forme "fossile" d'équilibre hydrostatique initial, causant la grande amplitude de libration observée.

Pour cela nous avons calculé la forme du noyau de masse M_c à une distance d plus petite que le demi-grand axe actuel de Mimas. La forme ellipsoïdale du noyau déformée par les effets de marée et par la rotation se calcule à partir des équations suivantes (Zharkov et al., 1985) :

$$\begin{aligned} a_c &= R_c \left(1 + \frac{7}{6} q_r h_f \right) \\ b_c &= R_c \left(1 - \frac{1}{3} q_r h_f \right) \\ c_c &= R_c \left(1 - \frac{5}{6} q_r h_f \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

où R_c est le rayon moyen du noyau, $q_r = \frac{\Omega^2 R_c^3}{GM_c}$ avec Ω la vitesse de rotation du satellite qui est égale à son moyen mouvement n dans le cas d'une orbite synchrone. Utilisant les équations de Kepler, nous obtenons :

$$q_r = \frac{M_p}{M_c} \left(\frac{R}{d} \right)^3 \quad (6.22)$$

où M_p est la masse de Saturne. $h_f = 1 + k_f$ est un paramètre qui dépend du nombre de Love fluide k_f qui décrit la réaction du satellite à un potentiel perturbateur (Munk &

(MacDonald, 1960 ; Hubbard & Anderson, 1978) et

$$k_f = \frac{4 - A}{1 + A} \quad (6.23)$$

avec

$$A = \frac{25}{4} \left(\frac{3}{2} \alpha_p - 1 \right)^2 \quad (6.24)$$

où α_p est le facteur des moments d'inertie, calculé à partir du moment d'inertie moyen $I = \frac{A+B+C}{3}$. Pour un ellipsoïde homogène de densité ρ_c , nous avons :

$$I = \frac{1}{3} M_c (a_c^2 + b_c^2 + c_c^2) \times \alpha_p \quad (6.25)$$

où $\alpha_p = 2/5$.

La masse du noyau M_c dépend de sa densité. La Figure 6.10 montre la fraction de la masse du noyau par rapport à la masse totale du satellite, en fonction des densités du noyau et du manteau. Celle-ci a été utilisée dans les calculs précédents.

Après calcul de l'élongation du noyau, les moments d'inertie ont été calculés pour Mimas sous l'hypothèse d'un noyau oblat et d'un manteau avec sa taille actuelle. Les moments d'inertie d'un objet ellipsoïdal à deux couches, ayant un rapport homothétique des axes, ont la forme suivante :

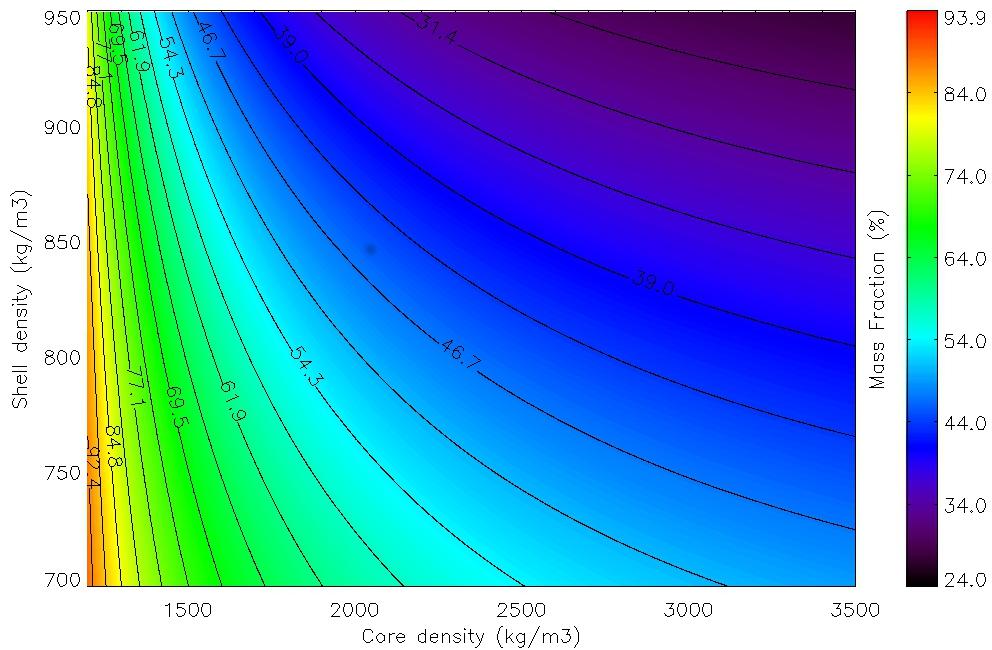


FIGURE 6.10 – Pourcentage de la masse du noyau par rapport à la masse totale du satellite, en fonction de la densité du noyau et du manteau.

Distance (km)	élongation (km)
90 000	15 - 38
100 000	15 - 34
110 000	15 - 28
120 000	13 - 21
130 000	13 - 16
140 000	-

TABLEAU 6.4 – Elongation de l’axe a_c du noyau à une distance d de Saturne produisant une valeur de $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$.

$$\begin{aligned}
A &= \frac{4}{15} \pi abc (b^2 + c^2) \left[(\rho_c - \rho_s) \left(\frac{R_c}{R} \right)^5 + \rho_s \right] \\
B &= \frac{4}{15} \pi abc (a^2 + c^2) \left[(\rho_c - \rho_s) \left(\frac{R_c}{R} \right)^5 + \rho_s \right] \\
C &= \frac{4}{15} \pi abc (a^2 + b^2) \left[(\rho_c - \rho_s) \left(\frac{R_c}{R} \right)^5 + \rho_s \right]
\end{aligned} \tag{6.26}$$

Pour un objet non-homothétique nous avons :

$$\frac{B - A}{C} = \frac{V \rho_s (a_s^2 - b_s^2) + V_c (\rho_c - \rho_s) (a_c^2 - b_c^2)}{V \rho_s (a_s^2 + b_s^2) + V_c (\rho_c - \rho_s) (a_c^2 + b_c^2)} \tag{6.27}$$

La forme du noyau a été calculée aux distances d égales à 90 000, 100 000, 110 000, 120 000, 130 000 et 140 000 km de Saturne. L’écart entre la valeur de l’axe a_c à la distance d et celle qu’il devrait avoir à l’équilibre hydrostatique à la distance actuelle est donné dans la Figure 6.11 en fonction des densités du noyau et du manteau, et en fonction de la distance de Saturne. Les zones entre les lignes noires représentent l’élongation de l’axe a_c correspondant à une valeur de $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$. Les zones en noir représentent les combinaisons de ρ_c, ρ_s pour lesquelles la limite supérieure de l’axe a_c est à moins de 10 km de la surface. Ces figures montrent qu’une telle structure interne peut causer une forte amplitude de libration de Mimas. Les élongations correspondant au rapport des moments d’inertie $(B - A)/C$ observé sont données en fonction de la distance à Saturne dans le Tableau 6.4, sachant qu’un objet de silicate de taille entre 100 et 200 km peut supporter une élévation de topographie jusqu’à 60 km (Johnson & McGetchin, 1973).

Les solutions dans la Figure 6.11 montrent que Mimas peut avoir un noyau oblat de forme différente de celle du manteau de glace. Toutes les solutions sont regroupées dans la Figure 6.12. Celle-ci montre que le noyau de ce satellite s’est formé à une distance entre 90 000 (limite de Roche du silicate) et 140 000 km de Saturne. La solution au-delà de 140 000 km est rejetée, fixant une limite supérieure à la distance à laquelle le noyau de Mimas s’est formé.

6. ROTATION DE MIMAS

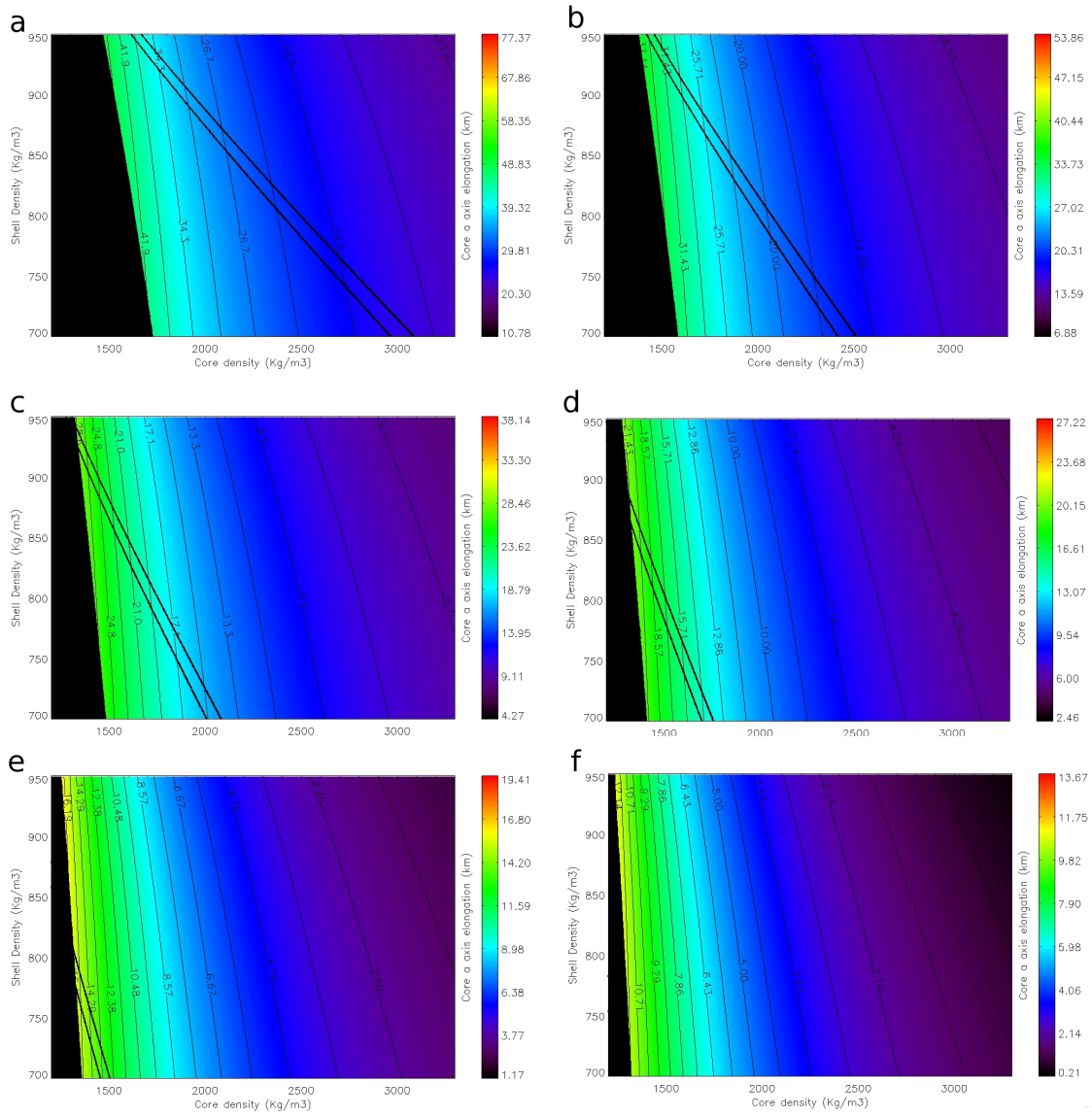


FIGURE 6.11 – Elongation de l'axe a_c du noyau en fonction des densités du noyau ρ_c et du manteau ρ_s , aux distances de (a) 90 000, (b) 100 000, (c) 110 000, (d) 120 000, (e) 130 000 et (f) 140 000 km de Saturne. Les zones entre les lignes noires représentent les combinaisons de ρ_c et ρ_s dans lesquelles $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$. Les zones en noir représentent les combinaisons de ρ_c , ρ_s pour lesquelles la limite supérieure de l'axe a_c est à moins de 10 km de la surface.

A partir des solutions de la Figure 6.12 on remarque que la densité du noyau n'atteint pas une densité de 3300 kg/m^3 . Ainsi, le noyau de Mimas est poreux ayant une densité maximale de 3000 kg/m^3 . D'autre part, le noyau ne peut pas avoir une densité plus faible que 1300 kg/m^3 . Par conséquent, quatre structures internes de Mimas sont possibles :

- 1- Un satellite quasiment différencié : un noyau dense ($\rho_c = 2300 - 3000 \text{ kg/m}^3$) couvert par un manteau de glace ayant une forte porosité dans sa structure ($\rho_s = 700 - 800 \text{ kg/m}^3$).
- 2- Un satellite moyennement différencié : un noyau moyennement dense ($\rho_c = 1700 - 2300$

kg/m³) couvert par un manteau de glace ayant une porosité moyenne ($\rho_s = 800 - 850$ kg/m³).

3- Un satellite faiblement différencié : un noyau de faible densité ($\rho_c = 1400 - 1700$ kg/m³) couvert par un manteau de glace ayant une faible porosité ($\rho_s = 850 - 950$ kg/m³).

4- Un satellite très poreux : un gros noyau de faible densité ($\rho_c = 1400 - 1700$ kg/m³) couvert par un manteau de glace ayant une forte porosité ($\rho_s = 700 - 800$ kg/m³).

L'option 4 est peu probable, car un objet ayant une forte porosité dans sa structure aurait été détruit par l'impact formant le cratère Herschel. Une forte porosité dans le manteau de glace est difficile à expliquer car les cratères à la surface de Mimas ne sont pas plus profonds par rapport aux autres satellites du système solaire (Schenk, 1989), excluant l'option 1. Ainsi, les options 2 et 3 sont les plus probables limitant la formation du noyau de Mimas à une distance plus petite que 130 000 km de Saturne, la densité du manteau entre 800 et 900 kg/m³ et la densité du noyau entre 1400 et 2500 kg/m³.

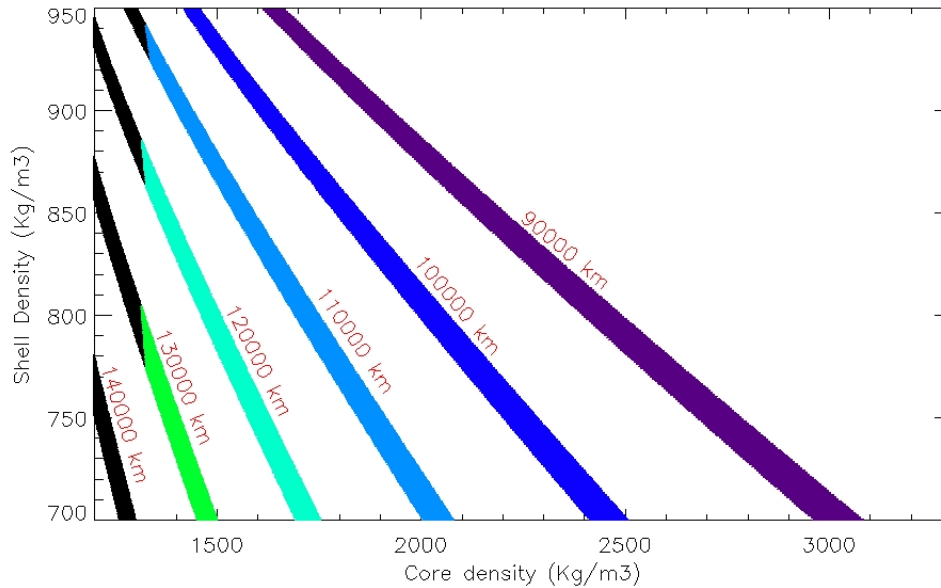


FIGURE 6.12 – Regroupement des solutions de la Figure 6.11. Les différentes zones de couleurs représentent les combinaisons de la distance d , ρ_c et ρ_s dans lesquelles $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$. Les zones en noir représentent les combinaisons de ρ_c , ρ_s pour lesquelles la limite supérieure de l'axe a_c est à moins de 10 km de la surface.

6.3.2.2 Origine de Mimas

Les mesures obtenues dans ce travail mettent deux contraintes importantes sur la formation et la structure interne de Mimas : 1) Il s'est formé à une distance comprise entre 90 000 et 130 000 km de Saturne ; 2) Il n'est pas totalement différencié avec un noyau de densité comprise entre 1400 et 2500 kg/m³. Ainsi, nous avons comparé nos mesures à tous les modèles de formation de satellites existants.

La théorie classique de formation des satellites de Saturne dans la sous-nébuleuse de gaz a été proposée par plusieurs auteurs (Canup & Ward, 2002, 2006; Mosquera & Estrada, 2003a, 2003b; Sasaki et al., 2010; Ogihara & Ida, 2012). Dans ce modèle, et à la lumière de nos résultats, il faut que le noyau de Mimas se soit formé à une distance comprise entre 115 000 (limite de l’orbite synchrone) et 130 000 km (limite trouvée par nos mesures) de Saturne. De plus, il faut qu’il survive au LHB (probabilité de destruction 52%, Charnoz et al., 2009). Plus problématiquement, un objet qui se serait formé dans la sous-nébuleuse chaude aurait subi un important réchauffement radioactif (causé par la présence d’Aluminium 26) ayant pour conséquence de totalement le différencier, ce qui serait en contradiction avec nos mesures. Par conséquent, il est peu probable que Mimas ait été formé dans la sous-nébuleuse de Saturne.

D’autres modèles forment les satellites de Saturne par un phénomène de collision. Asphaug & Reufer (2013) et Sekine & Genda (2012) supposent que des satellites se forment dans la sous-nébuleuse. Puis une migration de type I (due à la friction avec les particules de gaz) diminue le demi-grand axe d’un satellite progéniteur de taille similaire à celle de Titan (Asphaug & Reufer, 2013) ou Rhea (Sekine & Genda, 2012) et entre en collision avec Titan. Les débris produits par la collision forment plus tard les satellites de tailles moyennes de Saturne. Le problème avec le modèle d’Asphaug & Reufer (2013) est qu’il ne ramène pas ces nouveaux satellites formés proche de l’orbite de Titan à leurs positions actuelles. Tandis que Sekine & Genda (2012) les ramènent par la migration de type I à leurs positions actuelles. Mais dans tous les cas, les deux modèles forment Mimas à une distance lointaine de Saturne, en contradiction avec nos mesures.

Finalement, un modèle proposé par Charnoz et al. (2011) forme les noyaux des satellites de Saturne dans les anneaux par accréation de gros morceaux de silicate (taille allant de 10 à 100 km) suivie par l’accréation de particules de glace formant leurs manteaux (une présentation plus détaillée du modèle est décrite dans la section 4.2). Ce modèle est le plus cohérent avec nos mesures car il forme, d’une part, le noyau à une distance proche de Saturne et explique, d’autre part, sa faible densité par la porosité présente entre les morceaux de silicate.

Ainsi, nos mesures confirment que le noyau de Mimas, ayant la structure d’un “rubble pile”, s’est formé dans les anneaux de Saturne en se mettant à la forme de l’équilibre hydrostatique, ensuite il a accréé des particules de glace pour former son manteau. Le Satellite a migré vers l’extérieur pour se relaxer tout en gardant la forme “fossile” du noyau (Figure 6.13).

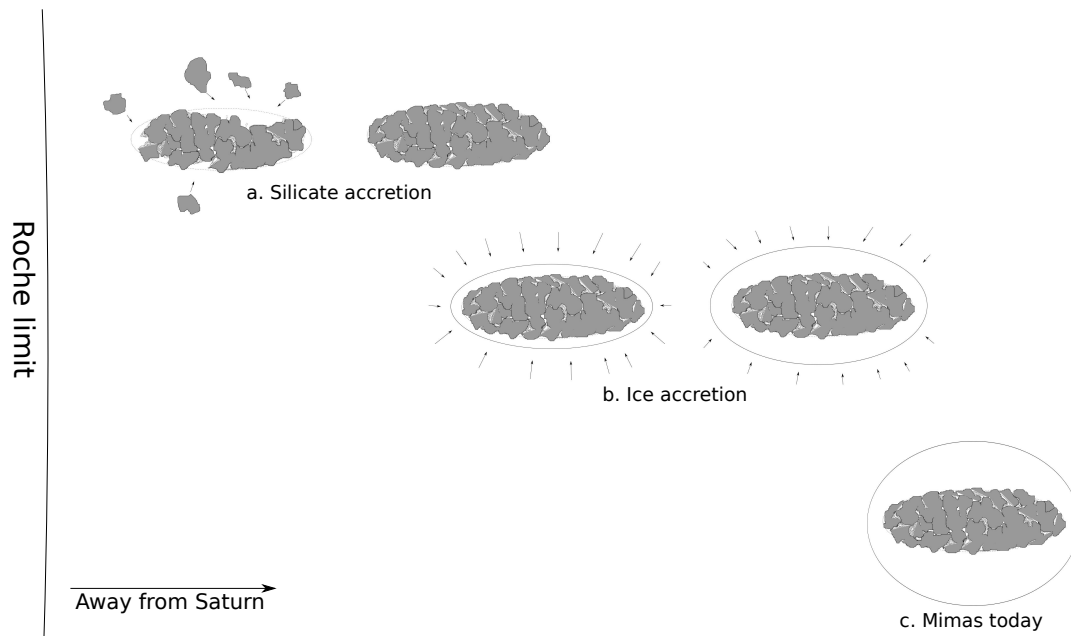


FIGURE 6.13 – La formation de Mimas dans les anneaux près de la limite de Roche du silicate est décrite par : a. une accréation de morceaux de silicate formant un noyau ayant une forme hydrostatique proche de la limite de Roche, b. le satellite accrète ensuite de la glace en s'éloignant de Saturne formant un manteau qui c. se relaxe et se met à la forme proche de l'équilibre hydrostatique conservant une forme "fossile" du noyau.

“Wisdom is not a product of schooling but
of the lifelong attempt to acquire it.”

- ALBERT EINSTEIN -

Chapitre 7

Conclusion

Dans cette thèse nous avons étudié la structure interne et l’origine de Mimas et Encelade utilisant les images NAC de l’instrument ISS *Cassini*.

Dans la première partie nous avons réduit 1790 observations astrométriques de ces deux satellites. Nous avons développé un modèle de la NAC différent de celui de [Owen \(2003\)](#) en montrant que le nôtre peut aussi fournir des positions astrométriques précises. Nous avons utilisé des images des amas d’étoiles pour calibrer le facteur d’échelle de la caméra, obtenant une valeur de $\rho = 1.2354$ arcsec/pixel. Nous en avons également conclu qu’une forme carrée du pixel est une approximation raisonnable pour un objectif d’astrométrie avec la NAC de l’instrument ISS *Cassini*. Une méthode de mesure du limbe et d’ajustement d’ellipse a été proposée pour mesurer le centre de figure du satellite. Nous avons également montré que la distorsion ne joue pas un grand rôle dans les images NAC de *Cassini*.

Utilisant la méthode astrométrique proposée, nous avons réussi à réduire 870 images parmi environ 2500 disponibles de Mimas et 920 images parmi environ 5500 images disponibles d’Encelade. Les positions mesurées ont été comparées à celles calculées par les éphémérides SAT317 et SAT351 du JPL. Les comparaisons montrent qu’aucune des éphémérides n’est significativement meilleure que l’autre pour Mimas. Toutefois, la précision de SAT351 est meilleure que SAT317 pour Encelade. Nous avons remarqué également que les deux éphémérides sont plus précises sur Encelade qu’elles ne le sont sur Mimas.

L’analyse de l’angle de torsion de la caméra montre que celui-ci peut être fixé, et donc ajuster ce paramètre d’une image à l’autre n’est pas nécessaire. D’autre part, l’analyse en fréquences des résidus d’observations montre une variation périodique dans les résidus en $\alpha \cos \delta$ de Mimas d’une période de 0.9443 jour avec une amplitude de 1.8 km. De plus, une analyse en fréquences de la longitude moyenne des éphémérides TASS, SAT351 et NOE-6-12 nous permet de conclure que cette période pourrait correspondre à une des courtes périodes de 0.9449 jour des modèles orbitaux. Nous avons également trouvé que deux périodes à court-terme étaient absentes dans TASS en comparant à SAT351 et NOE-6-12, montrant que quelques termes correspondant à ces périodes pourraient être absents dans le modèle orbital TASS. Les observations astrométriques ont été publiées dans [Tajeddine et al., \(2013\)](#).

Ces observations astrométriques ont été utilisées pour étudier la structure interne de Mimas et Encelade, qui a été faite en comparant les positions observées à celles calculées par les éphémérides SAT317 et SAT351 pour mesurer le décalage du centre de masse par rapport au centre de figure de ces deux satellites. Dans Mimas, nous avons mesuré un décalage du centre de masse d'environ 700 mètres dans l'axe dirigé vers Saturne (le décalage dans les autres directions est dans le bruit d'incertitude) montrant des signes de présence d'une dissymétrie dans le noyau de Mimas qui pourrait être originaire d'une accréation des gros morceaux de silicate formant une anomalie de masse non compensée à cause de sa faible température. Pour Encelade, les incertitudes d'observation sont plus grandes (3σ) que le décalage observé, montrant que l'isostasie aurait pu relaxer l'anomalie éventuelle du centre de masse confirmant dans ce cas le modèle de structure interne d'Encelade avec une "mer" interne au pôle sud proposé par [Collins & Goodman \(2007\)](#). Néanmoins, l'incertitude sur le décalage est estimée à environ 170 mètres. Ainsi, un décalage vers le pôle nord du satellite ayant une valeur plus faible que 3σ d'incertitude est également possible, mettant une contrainte sur l'amplitude du décalage qui, s'il existe, ne pourra pas être plus grande que 510 mètres (3σ). Ceci met une limite maximale sur la taille de l'anomalie de masse dans Encelade.

Dans la deuxième partie, nous avons analysé les images NAC de *Cassini* avec un objectif bien différent : la photogrammétrie. L'objectif était de construire un réseau de points de contrôle topographique de la surface de Mimas. Pour cela, une méthode de reconstruction 3-D des points a été développée. Ensuite, 260 points ont été choisis à la surface, selon leur nombre d'observations (au moins deux) et la facilité de leur reconnaissance d'une image à l'autre. La résolution des images a été limitée à 1500 m/pixel. Ainsi, un nombre total de 40 images a été utilisé pour la construction du réseau des points de contrôle. L'incertitude moyenne sur les positions des points est d'environ ± 580 mètres.

Ces points ont été utilisés pour reconstruire la forme de Mimas représentée par un ellipsoïde. Celui-ci fait une taille plus petite d'environ 1 km à celui obtenu par [Thomas \(2010\)](#) par la méthode des limbes. Ceci est attendu car la grande majorité des points de contrôle est placée au fond des cratères. Toutefois, nous avons trouvé la même valeur du rapport $F = (b - c)/(a - c) = 0.326 \pm 0.006$ que celle trouvée par [Thomas \(2010\)](#) de 0.35 ± 0.02 , confirmant bien que la forme actuelle de Mimas ne correspond pas à un objet en équilibre hydrostatique pour lequel la valeur de F doit être égale à 0.25.

La construction du réseau de points de contrôle a été utilisée pour mesurer indirectement les librations physiques en longitude de Mimas. Nous avons réussi à confirmer toutes les amplitudes et phases de ces librations calculées dans [Noyelles et al. \(2011\)](#) sauf celle dépendant de sa structure interne qui a une valeur de 45.9 ± 0.87 arcminutes au lieu de 26.07 pour un modèle de Mimas en équilibre hydrostatique, confirmant par une autre méthode que ce satellite n'est pas en équilibre hydrostatique. Cette forte amplitude de libration correspond à un rapport des moments d'inertie $(B - A)/C = 0.085 \pm 0.0012$.

Pour mieux comprendre la valeur mesurée du rapport des moments d'inertie, nous avons testé deux modèles de structure interne de Mimas : 1) la présence d'un océan interne sous sa couche de glace ; 2) un noyau oblat ayant une forme différente de celle observée en surface de Mimas. Le modèle d'un océan résulte d'une valeur maximale de $(B - A)/C$ égale

à 0.055, permettant alors d'exclure ce modèle. Un noyau oblat pourra causer cette forte valeur de $(B - A)/C$ pour une élongation de l'axe a du noyau comprise entre 13 et 38 km (dépendant des densités du noyau et du manteau). Cette élongation du noyau correspond à sa forme proche de la limite de Roche. Après calculs de sa forme triaxiale pour différentes distances de Saturne et comparaison aux différents modèles de formation des satellites, nous montrons que le noyau s'est formé dans les anneaux à une distance comprise entre 90 000 et 130 000 km de Saturne, puis a accrété de la glace afin de former le manteau qui se relaxera ensuite pour obtenir la forme observée aujourd'hui, mais gardant la forme "fossile" du noyau. Ceci confirme, d'une part, le modèle de formation des satellites dans les anneaux proposé par [Charnoz et al., 2011](#) et mettant, d'autre part, une contrainte sur les densités du noyau entre 1400 et 2500 kg/m³, et du manteau entre 800 et 900 kg/m³. Ceci montre que le noyau de Mimas n'est pas constitué de silicate pur, mais probablement d'un "rubble pile" de morceaux de silicate responsable de la porosité présente dans la structure interne. Enfin, le modèle de formation proposé par [Charnoz et al., 2011](#) montre que les satellites de Saturne se forment par collisions successives augmentant ainsi les masses des satellites pour atteindre les masses actuelles. Ces collisions détruisent les noyaux formant des débris qui se réaccrètent ([Michel & Richardson, 2013](#)) pour former un noyau plus gros et une forme allongée. D'après le modèle de formation proposé, la dernière collision sur Mimas a eu lieu à une distance comprise entre 150 000 et 180 000 km. Or, le résultat obtenu dans ce travail montre qu'une telle collision n'aurait pas eu lieu à une distance supérieure à 130 000 km.

Pour mieux contraindre la structure interne de Mimas, la prochaine étape sera de mesurer son obliquité en utilisant la même méthode appliquée pour mesurer les librations physiques en longitudes. Cette mesure a déjà été faite pour le satellite Phœbe ([Giese et al., 2006](#)). Une telle mesure donnera une information additionnelle sur les moments d'inertie de ce satellite par l'équation suivante ([Yoder, 1995](#)) :

$$\frac{\mu}{n} \sin(\eta - i) = -\frac{3}{2} \sin \eta \left[\frac{C - A}{C} \cos \eta + \frac{1}{4} \left(\frac{B - A}{C} \right) \sin(\eta/2)^2 \right] \quad (7.1)$$

où μ est le taux de precession, η est l'obliquité moyenne, et i est l'inclinaison de l'orbite du satellite au plan de Laplace.

Finalement, nous concluons que la haute résolution des images qu'offre la NAC de *Cassini* permet de fournir des positions astrométrique très précises des satellites de Saturne qui joueront un très grand rôle dans l'amélioration des éphémérides de ces satellites. Cette haute résolution a également permis de faire des mesures avec une grande précision des élévations topographiques des surfaces des satellites et de mesurer les librations physiques en longitude. Ainsi cette sonde prouve encore une fois son importance dans l'objectif de mieux comprendre le système de Saturne et son origine.

7. CONCLUSION

Bibliographie

- [1] Acton, C.H. 1996, *Planetary and Space Science*, 44, 65
- [2] Archinal, B.A., A'Hearn, M.F., Bowell, E., Conrad, A., Consolmagno, G.J., et al. 2011, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 109, 101
- [3] Asphaug, E., Reufer, A. 2013, *Icarus*, 223, 544
- [4] Buratti, B.J., Faulk, S.P., Mosher, J. et al. 2011, *Icarus*, 214, 534
- [5] Canup, R.M., & Ward, W.R. 2002, *Astronomical Journal*, 124, 3403,
- [6] Canup, R.M., & Ward, W.R. 2006, *Nature*, 441, 7095,
- [7] Canup, R.M. 2010, *Nature*, 468, 943
- [8] CDS, Strasbourg astronomical Data Center : <http://cdsweb.u-strasbg.fr/>
- [9] Charnoz, S., Morbidelli, A., Dones, L., & Salmon, J. 2009, *Icarus*, 199, 413
- [10] Charnoz, S., Salmon, J., & Crida, A. 2010, *Nature*, 465, 752
- [11] Charnoz, S., Crida, A., Castillo-Rogez, J.C., et al. 2011, *Icarus*, 216, 535
- [12] Collins, G.C., Goodman, J.C. 2007, *Icarus*, 189, 72
- [13] Comstock, R.L., Bills, B.G. 2003, *Journal of Geophysical Research*, 108, E9, 4
- [14] Cooper, N.J., Murray C.D., Porco C.C., & Spitale J.N. 2006, *Icarus*, 181, 223
- [15] Cooper, N.J., Murray, C.D. & Williams, G.A. 2013, *The Astronomical Journal*, 145, 15
- [16] Crida, A., & Charnoz, S. 2012, *Science*, 338, 1196
- [17] Danby, J.M.A. 1988, *Fundamentals of Celestial Mechanics*, Willman- Bell, Richmond, Va.
- [18] Dermott, S.F., & Thomas, P.C. 1988, *Icarus*, 73, 25
- [19] Dones, L. 1991, *Icarus*, 92, 194
- [20] Dones, L., Agnor, C.B., Asphaug, E. 2007, *BAAS* 38, 420
- [21] Duriez, L., & Vienne, I. 1997, *Astronomy & Astrophysics*, 324, 366
- [22] Duxbury, T.C., & Callahan, J.D. 1989, *Icarus*, 77, 275
- [23] Duxbury, T.C. 1989, *Icarus*, 78, 169
- [24] Eichhorn, H. 1974, *Astrometry of star positions* (Frederick Ungar, New York)

- [25] Eluszkiewicz, J. 1990, *Icarus*, 84, 215
- [26] Faure, G. & Mensing, T.M. 2007, *Introduction to planetary science : the geological perspective*, Springer, p. 337
- [27] Fortney, J.J. & Nettelmann, N. 2010, *Space Science Reviews* 152, 423
- [28] French, R.G., McGhee, C.A., Frey, M., et al. 2006 *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 118, 246
- [29] Giese, B., Neukum, G., Roatsch, T., Denk, T., Porco, C.C. 2006, *Planetary and Space Science*, 54, 1156
- [30] Giese, B., Hussmann, H., Roatsch, T., Helfenstein, P., Thomas, P. C., Neukum, G. 2011, *EPSC-DPS Joint Meeting 2011, held 2-7 October 2011 in Nantes, France.*, p.976

- [31] Goldreich, P., & Soter, S. 1966, *Icarus* 5, 375
- [32] Halir, R., Flusser, J. 1998, *Proceedings of the 6th International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization (WSCG '98)*, 125.
- [33] Hubbard, W.B., & Anderson, J.D. 1978, *Icarus*, 33, 336
- [34] IDL Astronomy User's Library URL : <http://idlastro.gsfc.nasa.gov/>
- [35] Jacobson, R.A. 1991, *Astronomy & Astrophysics*, 90, 541
- [36] Jacobson, R.A. 1992, *Astronomy & Astrophysics*, 96, 549
- [37] Jacobson, R.A., Antreasian, P.G., Bordi, J.J., et al. 2006, *Astronomical Journal*, 132, 2520
- [38] Johnson, T.V. & McGetchin, T.R. 1973, *Icarus*, 18, 612
- [39] Johnson, T.V. & Lunine, J.I. 2005, *Nature*, 435, 69
- [40] Kaplan, G.H., Hughes, J.A., Seidelmann, P.K., & Smith, C.A. 1989, *Astronomical Journal*, 97, 1197
- [41] Kargel, J.S. 2006, *Science* 311, 1389
- [42] Kempf, S., Horanyi, M., Juhasz, A., Srama, R., & Moragas-Klostermeyer, G. 2011, *American Geophysical Union, Fall Meeting 2011*, abstract N. P13B-1673
- [43] Koch, C., Christensen, U., & Kallenbach, R. 2008, *Planetary and Space Science*, 56, 1226,
- [44] Lainey, V., Karatekin, O., Desmars, J., et al. 2012, *Astrophysical Journal*, 752, 14
- [45] Matson, D.L., Castillo, J.C., Lunine, J., & Johnson, T.V., 2007, *Icarus*, 187, 569.
- [46] Matson, D.L., Castillo-Rogez, J.C., Schubert, G., Sotin, C., & McKinnon, W.B. 2009, *Saturn from Cassini-Huygens*, by Dougherty, M.K.; Esposito, L.W.; Krimigis, S.M., p. 577
- [47] Mallama, A., Aelion, H.M., & Mallama, C.A. 2004, *Icarus*, 167, 320
- [48] McKinnon, W.B. & Barr, A.C. 2007, *Workshop on Ices, Oceans, and Fire : Satellites of the Outer Solar System*, held August 13-15, 2007. Boulder, Colorado, LPI Contribution No. 1357, p.91-92
- [49] Michel, P., Richardson, D.C. 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 554, 4

-
- [50] Mosqueira, I., Estrada, P.R. 2003a, *Icarus*, 163, 198
- [51] Mosqueira, I., Estrada, P.R. 2003b, *Icarus*, 163, 232
- [52] Munk, W.H., & MacDonald, G.J. 1960, *The rotation of the Earth : A geophysical discussion* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [53] Murray, C.D., & Dermott, S.F. 1999, *Solar system dynamics*, Cambridge University Press,
- [54] Nimmo, F., & Pappalardo, R.T. 2006, *Nature*, 441, 614
- [55] Nimmo, F., Bills, B.G., & Thomas, P.C. 2011, *Journal of Geophysical Research*, 116, E11
- [56] Noyelles, B., Karatekin, Ö., Rambaux, N. 2011, *Astronomy & Astrophysics*, 536, 13
- [57] Noyelles, B., Charnoz, S., Lainey, V., & Baillié, K. 2012, *American Astronomical Society, DDA meeting 43*, 4.07
- [58] Ogihara, M., & Ida, S. 2012, *Astrophysical Journal*, 753, 60
- [59] Owen Jr., W.M. 2003, *Cassini ISS Geometric Calibration of April 2003*, JPL IOM 312.E-2003
- [60] Peng, Q.Y., Vienne, A., Wu, X.P., Gan, L.L., & Desmars, J. 2008, *Astronomical Journal*, 136, 2214
- [61] Pollack, J.B., Grossman, A.S., Moore, R., Graboske Jr., H.C. 1976, *Icarus*, 29, 35
- [62] Porco, C.C., West, R.A., Squyres, S., et al. 2004, *Space Science Reviews*, 115, 363
- [63] Porco, C.C., Baker, E., Barbara, J.n et al., 2005, *Nature* 434, 159
- [64] Porco, C.C., Helfenstein, P., Thomas, P.C. et al. 2006, *Science*, 311, 1393
- [65] Porco, C.C., Thomas, P.C., Weiss, J.W., Richardson, D.C. 2007, *Science*, 318, 1602
- [66] Poulet F. & Cuzzi J.N. 2002, *Icarus* 160, 350
- [67] Rambaux, N., Castillo-Rogez, J.C., Williams, J.G. & Karatekin, Ö. 2010, *Geophysical Research Letters*, Volume 37, Issue 4, CiteID L04202
- [68] Roatsch, T., Wählisch, M., Hoffmeister, A., et al. 2009, *Planetary and Space Science*, 57, 83
- [69] Planetary Data System (PDS) URL : <http://pds.nasa.gov/>
- [70] Sasaki, T., Stewart, G.R., & Ida, S. 2010, *Astrophysical Journal*, 714, 1052
- [71] Schenk, P. 1989, *Journal of geophysical research*, 94, 3813
- [72] Schenk, P., 42nd Lunar and Planetary Science Conference, held March 7-11, 2011 at The Woodlands, Texas. LPI Contribution No. 1608, p.2729
- [73] Sekine, Y., Genda, H. 2012, *Planetary and Space Science*, 63, 133
- [74] Sinclair, A.T. 1983, A re-consideration of the evolution hypothesis of the origin of the resonances among Saturn's satellites, in : *Dynamical trapping and evolution in the solar system*, Dordrecht, D. Reidel pp. 19-25.
- [75] Slama, C.C. (ed.) 1980, *Manual of Photogrammetry*, Published by American Society of Photogrammetry

- [76] Sotin, C., Head, J.W., & Tobie, G. 2002, *Geophysical Research Letters*, Volume 29, Issue 8, pp. 74
- [77] Spahn, F., Schmidt, J., Albers, N. et al., 2006, *Science* 311, 1416.
- [78] Spencer, J.R., Pearl, J.C., Segura, M. et al. 2006, *Science*, 311, 1401
- [79] Spencer, John R., Barr, Amy C., Esposito, Larry W. et al. 2009, *Saturn from Cassini-Huygens*, by Dougherty, Michele K., Esposito, Larry W., Krimigis, Stamatios M., ISBN 978-1-4020-9216-9, p683
- [80] SPICE library's URL : <http://naif.jpl.nasa.gov/naif/>
- [81] Squyres, S.W., Reynolds, R.T., Cassen, P.M. ,& Peale, S.J. 1983, *Icarus*, 53, 319
- [82] Stetson, P.B. 1987, *Astronomical Society of the Pacific*, 99, 191
- [83] Tajeddine, R., Cooper, N.J., Lainey, N., Charnoz, S., & Murray, C.D. 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 551, 11
- [84] Tiscareno, M.S., Thomas, P.C. & Burns, J.A. 2009, *Icarus*, 204, 254
- [85] Thomas, P.C., Burns, J.A., Helfenstein, P., et al. 2007, *Icarus*, 190, 573
- [86] Thomas, P.C. 2010, *Icarus*, 208, 395
- [87] Verbiscer, A.J., Skrutskie, M.F., Hamilton, D.P. 2009, *Nature*, 461, 1098
- [88] Vienne, A., Duriez, L. 1995, *Astronomy & Astrophysics*, 297, 588
- [89] West, R., Knowles, B., Birath, E., et al. 2010, *Planetary and Space Science*, 58, 1475
- [90] Willner, K., Oberst, J., Wahlsch, M. 2008, *Astronomy & Astrophysics*, 488, 361
- [91] Willner, K., Oberst, J., Hussmann, H., et al. 2010, *Earth and Planetary Science Letters*, 294, 541
- [92] Yasui, M., & Arakawa, M. 2009, *Journal of Geophysical Research*, 114, E09004
- [93] Yoder, C.E. 1995, *Global earth physics a handbook of physical constants*. Edited by Thomas J. Ahrens. AGU reference shelf Series
- [94] Zacharias, N., Urban, S.E., Zacharias, M.I., et al. 2004, *Astronomical Journal*, 127, 3043
- [95] Zharkov, V.N., Leontjev, V.V., & Kozenko, V.A. 1985, *Icarus*, 61, 92
- [96] Zuber, M.T., Smith, D.E., Lemoine, F.G., & Neumann, G.A. 1994, *Science*, 266, 5192, 1839

